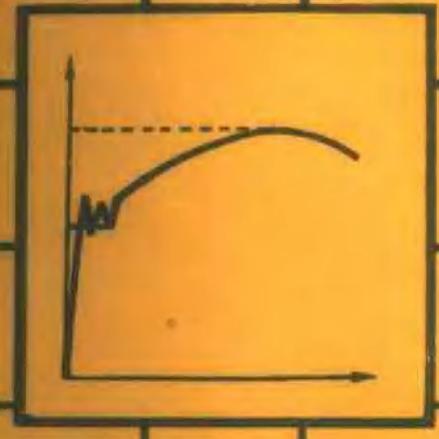


# 材料力学 简明教程

李志留君旺 编



西南交通大学出版社

# 材料力学简明教程

李志君 许留旺 编

西南交通大学出版社  
• 成都 •

## 内 容 提 要

本书根据高等工业学校中、少学时材料力学课程教学基本要求及教学内容和课程体系改革的需要，经过教学实践检验，最终编写而成。

在面向21世纪进行教学内容的更新上，本书作了有益的尝试。例如，对低碳钢的拉伸变形，突出了弹性变形和塑性变形两个阶段的本质差异；引进了国家标准GB 228—87规定的“规定非比例伸长应力”等三个强度指标；直接用微分关系作剪力图和弯矩图；在平面应力状态分析时，突出了具有形象思维特点的图解解析法；强度理论中不再介绍伸长线应变理论，代之以用途广泛的莫尔强度理论；适当介绍了压杆的压溃理论概念和焊接钢结构疲劳破坏的概念。在课程的结构体系上，突出了知识的完整性和应用性，并注意节省学时。因此，所有的超静定问题、应力集中及其应用、接头计算、极限载荷法的基本概念等都单独形成一章。为了加强对学生能力的培养，新设置了对学生进行基本概念、基本理论和基本方法训练的基本训练题。

本书可作为普通高等院校中、少学时材料力学课程的教材，亦可供工程技术人员参考。

### 材料力学简明教程

李志君 许留旺 编

出版人 范子亮

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 610031)

郫县报华印装厂印刷

\*

开本：787×1092 1/16 印张：17

字数：410千字 印数：1~1000册

1998年10月第1版 1998年10月第1次印刷

ISBN 7-81057-183-4/O·091

定价：24.00元

# 前　　言

在 21 世纪即将来临之际，世界的政治、经济正发生着深刻的变化，现代科学技术也日新月异地迅猛发展，这些都促使着高等工程教育正从传统的以知识传授为主，转向对高等人才的素质和能力的培养。人才培养目标的变化，引发世界上许许多多国家都在研究、探讨、试行各种各样的培养模式和培养方法，以期培养出的人才质量更高，更加适应社会发展的需要。这种高等教育改革的潮流，必然要通过教学内容、课程体系、教学方法和教学手段等的改革和更新来实现。因此，应该对材料力学这门重要的技术基础课的教学内容和课程体系，在进行分析、总结的基础上，大胆而谨慎地进行改革。实事求是地讲，材料力学课程经过长期的锤炼，总体上已发展得比较完美。但是，也应看到，现行教材已有部分内容落后于科学技术的发展和工程实际的应用，在结构的安排上也有需要适当调整的地方，对学生基本概念、基本理论和基本方法的训练以及能力的培养应加强，等等。基于上述认识，编写了这本供中、少学时本科各专业，以及专科使用的教材。

该教材有以下一些特点：

1. 考虑到学习中、少学时材料力学的专业相当广泛，而且后续的力学课程相对较少，因此，在教材内容的选取上适当拓宽了知识面，在每个涉及到的问题上，给以较完整的内容。这将有利于各种专业能结合自己的情况选取教学内容或学生自学。
2. 由于中少学时的教学要求是掌握材料力学最基本的概念、理论和方法，同时教学学时又相当少，因此，教材力求深入浅出，简明扼要，阐明各个方面的问题，而对较为深入的问题则给予概念性的介绍。
3. 在教材的结构安排上，将所有的超静定问题单独列成一章，有利于节省学时，有利于学生对超静定问题的理解和掌握。应力集中问题也单独成为一章，这样使学生了解应力集中是在各种受力情况下都存在的普遍现象，以及处理这类问题的基本方法。接头计算也单独形成一章。最后，增加了在土木工程结构中已广泛应用的极限载荷法的最基本概念。
4. 教学内容的更新是编写该教材特别关注的事情。例如，在低碳钢拉伸试件的变形特征上，结合宏观变形的四个阶段，突出了微观变形具有本质差异的两个阶段，即弹性变形和塑性变形两个阶段。在材料的强度指标上，介绍了国家标准 GB 228-87 规定的“规定非比例伸长应力”、“规定总伸长应力”和“规定残余伸长应力”三种应力指标。在作剪力图和弯矩图时，不再介绍列  $Q$ 、 $M$  方程作图，而直接介绍利用微分关系作图。对平面应力状态进行分析时，教材介绍的是图解解析法，目的是让学生在具有应力圆的形象思维概念的同时，不再受正规作图手续烦杂和精度不够的局限。强度理论中不再介绍工程实际中已基本不使用的最大伸长线应变理论，适当地突出了莫尔强度理论的应用。在压杆稳定中除了讲清欧拉临界力外，还适当介绍了压溃理论及其极限载荷。在疲劳强度中，增加了焊接钢结构疲劳破坏的概念。

5. 材料力学课程除了传授知识外,还应重视学生能力的培养。为了加强对学生的训练,但又不过多增加学生的课外负担,精心设置了对学生进行基本概念、基本理论和基本方法训练的基本训练题。

编者诚恳感谢西南交通大学出版基金对本书出版的资助。

因编者水平有限,难免有不当之处,敬请各位提出意见和建议。

编 者

1997年10月于西南交通大学

# 目 录

<b>第一章 绪 论</b> .....	(1)
§ 1-1 材料力学的任务 .....	(1)
§ 1-2 基本假设 .....	(2)
<b>第二章 轴向受力杆</b> .....	(3)
§ 2-1 轴力和轴力图 .....	(3)
§ 2-2 拉(压)杆的应力 .....	(5)
§ 2-3 拉(压)杆的变形 .....	(8)
§ 2-4 材料的力学性能 .....	(10)
§ 2-5 强度计算 .....	(16)
基本训练题 .....	(19)
习 题 .....	(22)
<b>第三章 扭 转</b> .....	(25)
§ 3-1 概 述 .....	(25)
§ 3-2 外力偶矩 扭矩及扭矩图 .....	(25)
§ 3-3 切应力互等定理 剪切胡克定律 .....	(27)
§ 3-4 圆轴扭转时的应力和变形 .....	(29)
§ 3-5 圆轴扭转时的强度条件和刚度条件 .....	(33)
§ 3-6 矩形截面杆的扭转 .....	(37)
基本训练题 .....	(39)
习 题 .....	(43)
<b>第四章 梁的内力</b> .....	(46)
§ 4-1 概 述 .....	(46)
§ 4-2 剪力和弯矩 .....	(47)
§ 4-3 载荷集度、剪力和弯矩之间的关系 .....	(50)
§ 4-4 剪力图和弯矩图 .....	(51)
基本训练题 .....	(55)
习 题 .....	(57)

<b>第五章 截面的几何性质</b>	.....	(60)
§ 5-1 静矩与形心	.....	(60)
§ 5-2 惯性矩	.....	(64)
§ 5-3 平行移轴公式	.....	(66)
§ 5-4 主轴与主惯性矩的概念	.....	(68)
基本训练题	.....	(69)
习题	.....	(72)
<b>第六章 梁的应力</b>	.....	(75)
§ 6-1 梁的正应力及其强度条件	.....	(75)
§ 6-2 梁的切应力及其强度条件	.....	(82)
§ 6-3 非对称截面梁的平面弯曲 弯曲中心的概念	.....	(88)
§ 6-4 提高梁强度的措施	.....	(90)
基本训练题	.....	(93)
习题	.....	(97)
<b>第七章 梁的位移</b>	.....	(101)
§ 7-1 梁的挠曲线近似微分方程	.....	(101)
§ 7-2 用积分法求梁的位移	.....	(102)
§ 7-3 用叠加法计算梁的位移	.....	(105)
§ 7-4 梁的刚度条件 提高梁刚度的措施	.....	(109)
基本训练题	.....	(111)
习题	.....	(114)
<b>第八章 应力状态分析和强度理论</b>	.....	(116)
§ 8-1 应力状态概述	.....	(116)
§ 8-2 平面应力状态分析	.....	(116)
§ 8-3 三向应力状态分析	.....	(123)
§ 8-4 广义胡克定律及其应用	.....	(126)
§ 8-5 强度理论及其应用	.....	(131)
基本训练题	.....	(138)
习题	.....	(142)
<b>第九章 组合变形</b>	.....	(146)
§ 9-1 概述	.....	(146)
§ 9-2 斜弯曲	.....	(146)
§ 9-3 拉伸(压缩)与弯曲	.....	(149)
§ 9-4 偏心拉伸(压缩) 截面核心的概念	.....	(151)

§ 9-5 弯曲与扭转 .....	(155)
基本训练题.....	(157)
习 题.....	(160)
<b>第十章 超静定问题.....</b>	<b>(163)</b>
§ 10-1 超静定结构的特点 .....	(163)
§ 10-2 力 法 .....	(164)
§ 10-3 装配应力 热应力 .....	(168)
§ 10-4 位移法解超静定问题概述 .....	(170)
基本训练题.....	(171)
习 题.....	(174)
<b>第十一章 压杆稳定.....</b>	<b>(177)</b>
§ 11-1 稳定的基本概念 .....	(177)
§ 11-2 欧拉公式 .....	(178)
§ 11-3 欧拉公式的适用范围 经验公式 .....	(180)
§ 11-4 稳定计算 .....	(184)
§ 11-5 压杆的失稳极限载荷 .....	(187)
基本训练题.....	(189)
习 题.....	(191)
<b>第十二章 能量法.....</b>	<b>(194)</b>
§ 12-1 概 述 .....	(194)
§ 12-2 应变能计算 .....	(194)
§ 12-3 冲击载荷 .....	(198)
§ 12-4 单位力法 .....	(202)
基本训练题.....	(205)
习 题.....	(208)
<b>第十三章 应力集中.....</b>	<b>(212)</b>
§ 13-1 应力集中的概念 .....	(212)
§ 13-2 应力集中的实例 .....	(213)
基本训练题.....	(218)
习 题.....	(219)
<b>第十四章 疲劳强度.....</b>	<b>(220)</b>
§ 14-1 疲劳破坏的概念 .....	(220)
§ 14-2 金属材料的持久极限 .....	(222)
§ 14-3 构件的持久极限 .....	(223)

§ 14-4 对称循环下构件的疲劳强度计算	(227)
§ 14-5 焊接钢结构的疲劳强度	(228)
基本训练题	(230)
习 题	(231)
<b>第十五章 接头计算</b>	<b>(233)</b>
§ 15-1 概 述	(233)
§ 15-2 铆接接头	(233)
§ 15-3 焊接连接	(238)
基本训练题	(240)
习 题	(241)
<b>第十六章 极限载荷法</b>	<b>(244)</b>
§ 16-1 概 述	(244)
§ 16-2 超静定杆系的极限载荷	(244)
§ 16-3 梁的极限弯矩和极限载荷	(246)
基本训练题	(248)
习 题	(248)
<b>附录 型钢规格表</b>	<b>(250)</b>

# 第一章 绪 论

## § 1-1 材料力学的任务

材料力学是古老而又不断更新发展的。从 17 世纪初期意大利著名科学家伽利略的工作开始，材料力学的发展历经三百多年，伴随着土木工程和机械工程的进步，众多的科学家和工程师在许多方面作出了杰出的和开创性的贡献。到 19 世纪末，材料力学已逐渐形成基本完整的体系，成为工科院校必须开设的课程。进入 20 世纪，尤其是近几十年，科学技术的飞速发展，如航空、航天技术，海洋工程技术，计算机的出现和不断更新，各种新型材料的涌现和工程应用，实验技术和实验设备的提高等，使材料力学的领域不断拓宽，并在它的基础上逐步发展了许多新的力学分支。但是，材料力学仍然是固体力学范畴内极其重要的基础。

材料力学的知识广泛应用于各种工程领域。汽车、火车、船舶、飞机和火箭的设计，原子能反应堆部件的设计，铁道、桥梁和各种建筑物的设计，各种机械装置和压力容器的设计，以及金属冶炼、地质构造分析等等，都需要掌握材料力学的知识。因此，它是许多工科专业重要的技术基础课。

工程结构（或机器）的基本组成部分称为构件（或零件）。大量工程实践和理论研究都表明，工程结构在载荷作用下能够正常、安全地工作，其构件必须满足下列三方面的要求：

强度 构件受外力作用时，不应破裂或有过量的塑性变形；

刚度 构件受外力作用时，其弹性变形或位移不应超过限定值；

稳定性 构件受外力作用时，应能保持原有几何形态下的平衡形式。例如两端受轴向压力作用的细长杆（图 1-1），应能始终保持直线状态下的平衡，而不会受压变弯，即不出现如图 1-1 中虚线所示的弯曲形式下的平衡。

材料力学研究构件在载荷作用下的性能。它包括两方面的内容：一方面是分析构件在载荷作用下的应力和变形的规律；另一方面是研究材料的力学性能，即材料在力作用下的变形和失效。掌握了这些知识，工程师将有足够的信心使设计的构件满足强度、刚度和稳定性的要求，而且经济合理。

材料力学研究的构件主要是纵向尺寸远大于横向尺寸的杆件（图 1-2）。杆件的几何要素是横截面和轴线。各横截面形心的连线形成杆件的轴线；与杆件轴线垂直的截面称为横截面。轴线为直线的杆称为直杆；轴线为曲线的杆称为曲杆。横截面尺寸相同的直杆称为等直杆，它是材料力学的重点研究对象。



图 1-1



图 1-2

## § 1-2 基本假设

### 一、关于变形固体的假设

固体在外力作用下都会发生变形，因此称为变形固体。固体材料从微观结构讲，是由微观粒子（原子、离子、分子、晶粒等）组成，其粒子之间有间隙、空穴、杂质等。但是材料力学是从宏观的角度分析变形固体的力学性能，因此对变形固体作出如下三个假设：

1. 连续性假设——物体的整个体积内无空隙地充满了物质。

微观粒子之间的间隙远远小于物体的几何尺寸，宏观上的每一“点”都由无数微观粒子组成，因此认为材料是连续的。在此假设下，就可以用连续函数及相应的数学手段来描述受力构件的力学性能。

2. 均匀性假设——物体内部各点的力学性能完全相同。

例如，虽然金属构件由无数极微小的晶粒组成，各晶粒的力学性能不尽相同，但是构件的尺寸远远大于晶粒的尺寸，晶粒的排列又是随机的，金属构件受力后的力学性能是众多晶粒力学性能的统计平均值的反映，因此呈现出处处力学性能相同的特点。均匀性假设使从物体任一部分测得材料的力学性能，适用于整个物体。

3. 各向同性假设——物体内任一点各个方向的力学性能都相同。

满足各向同性的材料称为各向同性材料。例如，虽然组成金属构件的各个晶粒的力学性能是有方向性的，但是大量随机排列的晶粒，使其宏观上呈现各个方向力学性能一致。

沿不同方向力学性能不同的材料，称为各向异性材料。例如，木材、由玻璃纤维或碳纤维制成的复合材料等。

### 二、小变形假设

小变形假设是，假设构件受力发生的变形与构件的原始几何尺寸相比很小。根据小变形假设，在研究构件的平衡、其内部的受力和构件的变形时，均可按构件变形前的初始形状和尺寸进行计算，不考虑其变形的影响。今后不作特殊说明，均认为受力杆件是小变形。唯一的例外是，受压杆件的稳定性分析是在压杆变形后的形状上进行。

## 第二章 轴向受力杆

### § 2-1 轴力和轴力图

当杆件受到沿轴线作用的载荷时,称为轴向受力。在轴向受力时,杆件的主要变形是沿轴向的伸长或缩短。等直杆的两端受到一对大小相等,方向相反,离开端截面,沿轴线作用的外力时(图 2-1 a),杆件发生轴向伸长变形,通常称为轴向拉伸;当这对力是指向端截面时(图 2-1 b),杆件发生轴向缩短变形,称为轴向压缩。杆件在轴向力作用下的伸长或缩短变形,是杆件的基本变形形式之一。这类受力杆件简称为拉(压)杆。

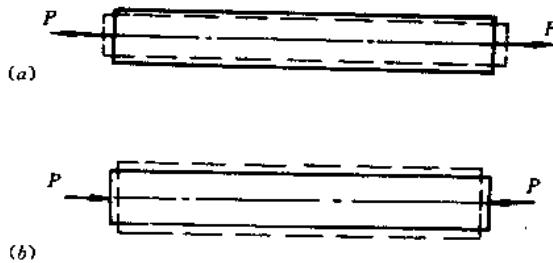


图 2-1

物体受到的其它物体的作用力,称为外力。物体能保持固有的形状和尺寸,是因为物体内各部分之间存在着相互作用力。物体受外力作用发生变形的同时,内部的相互作用力也发生变化。这种因外力作用而引起物体内部相互作用力的变化量,称为“附加内力”,简称为内力。

为了求图 2-2 a 所示杆件  $m-m$  横截面上的内力,采用截面法。其步骤为:

(1) 假想地沿  $m-m$  横截面将杆件截分为两部分,弃去一部分,留下一部分作为研究对象(图 2-2 b 或图 2-2 c)。

(2) 将弃去部分对留下部分的作用以内力代替。截开面上的内力是连续的分布力,其合力为沿轴线作用的力  $N$ 。

(3) 对留下部分建立平衡方程,确定未知内力  $N$  的值。根据左段(或右段)分离体的平衡条件,得

$$\Sigma X = 0 \quad N = P$$

内力  $N$  的作用线与轴线重合,称为轴力。在材料力学中轴力的正负根据变形情况规定如下:对应于伸长变形的轴力(即  $N$  的指向离开截面)为正,称为拉力;对应于缩短变形的轴力(即  $N$  指向截面)为负,称为压力。

当杆件受多个轴向外力作用时,为表示轴力沿杆长变化的规律,通常绘出轴力沿杆长变化的图线,这样的图线称为轴力图。

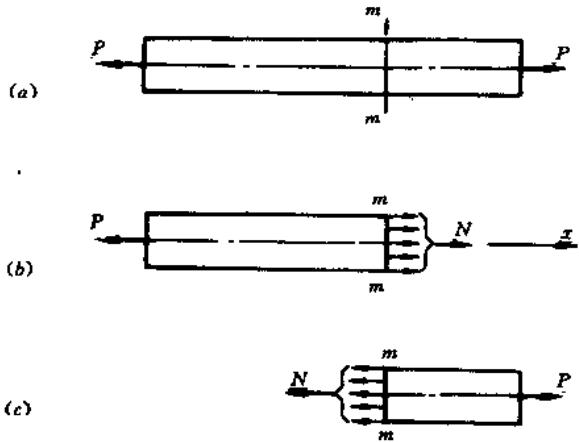


图 2-2

**【例 2-1】** A 端固定的等直杆受轴向外力作用如图 2-3 a 所示, 试作轴力图。

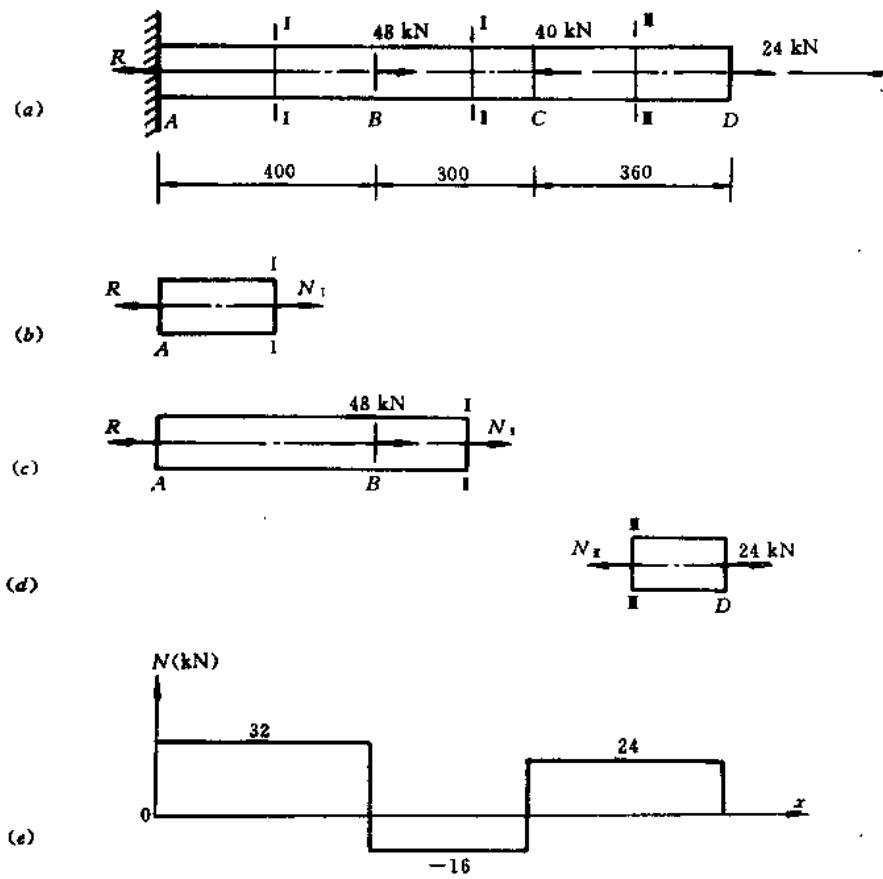


图 2-3

解：设 A 端支反力为  $R$ ，由整个杆件沿  $x$  方向的平衡条件建立平衡方程：

$$\Sigma X = 0 \quad 24 - 40 + 48 - R = 0$$

得

$$R = 32 \text{ kN}$$

在  $AB$  段内沿 I—I 横截面将杆截开，取左段杆为分离体（图 2-3 b），并设未知轴力  $N_1$  为拉力，建立平衡方程：

$$\Sigma X = 0 \quad N_1 - R = 0$$

得

$$N_1 = R = 32 \text{ kN}$$

结果为正，说明所设轴力为拉力是正确的。同理可得  $BC$  段和  $CD$  段轴力（图 2-3 c、d）为

$$N_2 = -16 \text{ kN} \quad N_3 = 24 \text{ kN}$$

$N_1$  为负值，表明  $N_1$  的实际方向与所设的方向相反，即是压力。

用与轴线平行的  $x$  轴表示杆件横截面的位置，与  $x$  轴垂直的纵坐标轴表示轴力  $N$  的大小，按比例绘出轴力图如图 2-3 e 所示。

## § 2-2 拉(压)杆的应力

轴力  $N$  是分布内力的合力，为了判断杆件是否因强度不足而破坏，还必须了解内力的分布规律。为此，观察拉伸杆件的变形情况。在未受力的等直杆的侧面画上两条垂直于轴线的横向直线  $aa$  和  $bb$ （图 2-4），然后施加一对轴向拉力  $P$ ，看到  $aa$  和  $bb$  分别平移到  $a'a'$  和  $b'b'$ 。由此，可由表及里地作出杆件变形的平而假设：杆件伸长变形后，原为平面的横截面仍保持为平面，并与轴线垂直。

由平面假设，知  $aa$ 、 $bb$  两横截面间任意点的纵向纤维的伸长是均匀的，再根据材料是均匀连续的假设，可得出横截面上的内力是均匀分布的，且与横截面垂直（称为法向内力）。由此得到，横截面上任意点处单位面积上的法向内力处处相等。单位面积上的法向内力，称为正应力，用  $\sigma$  表示。设拉杆的横截面面积为  $A$ ，轴力为  $N$ ，则横截面上的正应力为

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-1)$$

(2-1)式同样适用于轴力为压力的情况。正应力的符号规定与轴力的符号规定相一致：拉应力为正，压应力为负。



图 2-4

在国际单位制(SI)中，应力的单位是帕斯卡，简称帕，符号为 Pa，1 帕 = 1 牛顿/米<sup>2</sup> (1 Pa =

$1\text{N/m}^2$ )。为了应用方便,工程中常用兆帕(MPa)和吉帕(GPa), $1\text{ MPa}=10^6\text{ Pa}$ , $1\text{ GPa}=10^9\text{ Pa}$ 。

作用于杆上的集中力,是多种多样实际加载方式经过简化的结果。在应用(2-1)式时,必须考虑加载方式的影响。外力以均匀分布的方式作用于杆端时(图 2-5 a),(2-1)式适用于杆的任何横截面。外力以非均匀分布的方式作用于杆端时(图 2-5 b,c),在沿杆长度不超过杆最大横向尺寸的区域内(称为影响区),正应力不是均匀分布的,(2-1)式不再适用;而在影响区外,正应力已均匀分布,而可用(2-1)式。这就是已被实验广泛证明的圣文南原理。轴向外力凡是以非均匀分布方式加载于杆的任何部位时,都应考虑应用圣文南原理。

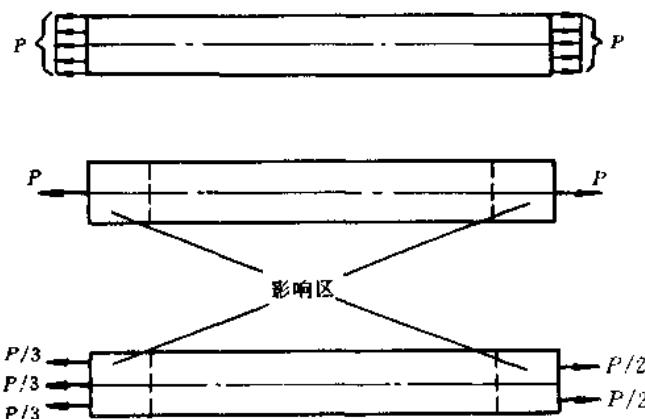


图 2-5

**【例 2-2】** 图 2-6 a 所示为一略去自重的托架,AB 为直径  $d=12\text{ mm}$  的圆截面钢杆,BC 为  $h=20\text{ mm}$ 、 $b=8\text{ mm}$  的矩形截面钢杆, $P=16\text{ kN}$ 。试求 AB、BC 两杆横截面上的正应力。

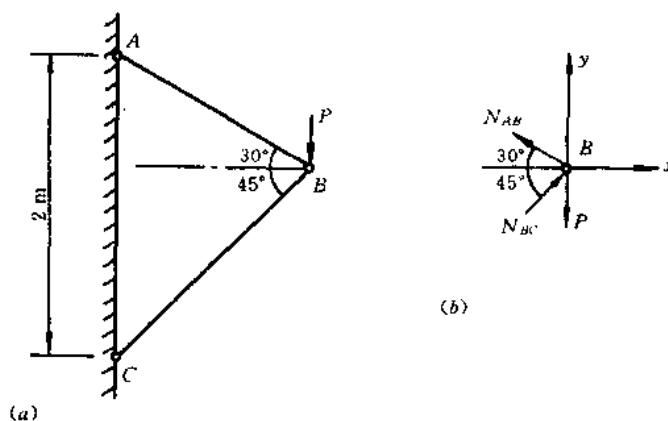


图 2-6

解: 根据节点 B 的平衡(图 2-6 b),建立平衡方程:

$$\Sigma X=0 \quad N_{BC}\cos 45^\circ - N_{AB}\cos 30^\circ = 0$$

$$\Sigma Y=0 \quad N_{BC}\sin 45^\circ + N_{AB}\sin 30^\circ - P = 0$$

解得

$$N_{AB}=11.7\text{ kN} \quad (\text{拉力}) \quad N_{BC}=14.3\text{ kN} \quad (\text{压力})$$

AB、BC 两杆横截面上的正应力分别为

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{4N_{AB}}{\pi d^2} = \frac{4 \times 11.7 \times 10^3}{\pi \times 12^2} = 103.5 \text{ MPa} \quad (\text{拉应力})$$

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{N_{BC}}{bh} = \frac{14.3 \times 10^3}{8 \times 20} = 89.4 \text{ MPa} \quad (\text{压应力})$$

现仍以轴向拉伸杆件为例,分析与横截面成  $\alpha$  角的任一斜截面  $m-m$  上的应力(图2-7 a)。 $\alpha$  角的正负规定为:从横截面逆时针转到  $m-m$  斜截面的  $\alpha$  角为正,反之为负。用截面法求得  $m-m$  斜截面上的内力  $P_\alpha$ (图2-7 b)为

$$P_\alpha = P \quad (a)$$

与前面分析相同,可得斜截面上的应力是均匀分布的。称之为总应力,用  $p_\alpha$  表示。设横截面面积和斜截面面积分别为  $A$  和  $A_\alpha$ ,且有  $A = A_\alpha \cos \alpha$ ,因此总应力为

$$p_\alpha = \frac{P_\alpha}{A_\alpha} = \frac{P}{A} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \quad (b)$$

式中,  $\sigma_0$  为横截面上的正应力。

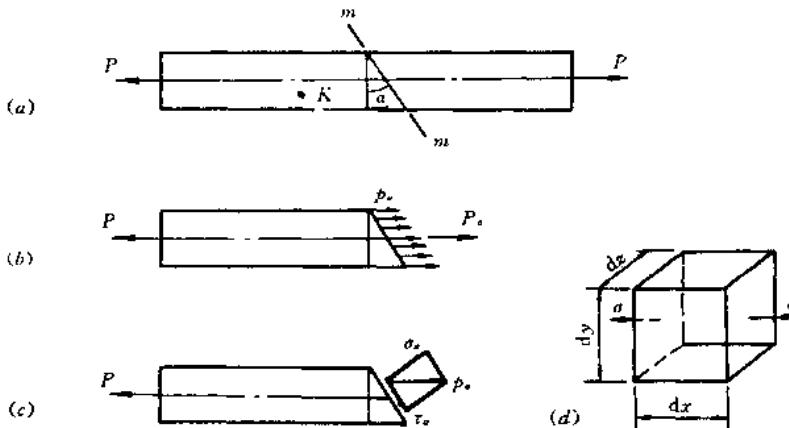


图 2-7

总应力  $p_\alpha$  是矢量,通常用它的两个分量表示(图2-7 c);一个是沿斜截面法线方向的正应力  $\sigma_\alpha$ ;另一个沿斜截面的切线方向,称为切应力,用  $\tau_\alpha$  表示。切应力的符号规定如下:它绕截面内侧某点有顺时针转动趋势者为正,反之为负。

两个应力分量随斜截面的位置而变化:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= p_\alpha \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \\ \tau_\alpha &= p_\alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

分析(2-2)式可得到:最大正应力发生在横截面上,  $\sigma_{max} = \sigma_0$ ;最大切应力发生在  $\alpha = 45^\circ$  的斜截面上,  $\tau_{max} = \sigma_0/2$ ;最小切应力发生在  $\alpha = -45^\circ$  的斜截面上,  $\tau_{min} = -\sigma_0/2$ 。

围绕拉杆内任一点  $K$  用横截面和纵截面截取一边长分别为  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$  的微小正六面体(图 2-7 d),称之为单元体。在单元体的左、右两个面上,即与拉杆横截面对应的面上,作用有均匀分布的正应力  $\sigma$ ,这种仅在一对平面上作用有正应力的单元体,通常称为单向应力状态。

### § 2-3 拉(压)杆的变形

在拉力  $P$  作用时, 杆由长度  $l$  伸长到  $l_1$  (图 2-8), 其伸长量为

$$\Delta l = l_1 - l \quad (a)$$

试验表明, 当杆件的变形在弹性范围内时, 有

$$\Delta l = \frac{Pl}{EA} = \frac{Nl}{EA} \quad (2-3)$$

该式称为胡克定律。式中  $A$  是杆件的横截面面积,  $E$  称为材料的弹性模量。弹性模量  $E$  随材料而异, 它反映了材料抵抗弹性变形的能力, 在国际单位制中的单位常用 GPa。

受力相同、长度相同的杆件,  $EA$  越大, 纵向变形  $\Delta l$  越小,  $EA$  通常称为杆件的抗拉(压)刚度。

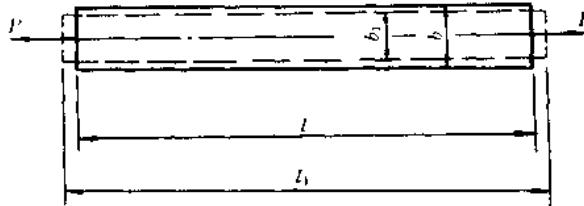


图 2-8

图 2-8 中, 在不计杆端受力的局部影响时, 拉杆的纵向伸长是均匀的, 其单位长度的伸长量是

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2-4)$$

式中,  $\epsilon$  是单位长度的伸长(或缩短), 称为线应变。它为无量纲量, 反映了杆件的变形程度。

把(2-3)式代入(2-4)式, 并注意到  $N = \sigma A$ , 有

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (2-5)$$

这是胡克定律适用于单向应力状态的表达形式。胡克定律既适用于拉伸, 也适用于压缩。 $\Delta l$  和  $\epsilon$  的符号规定均是: 伸长为正, 缩短为负。

杆件受拉纵向伸长的同时, 横向尺寸减小(图 2-8), 由  $b$  变为  $b_1$ 。杆件的横向线应变为

$$\epsilon' = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b_1 - b}{b} \quad (2-6)$$

试验表明, 杆件的变形在弹性范围内时, 横向线应变  $\epsilon'$  与纵向线应变  $\epsilon$  的比值为一常数, 用绝对值表示为

$$\nu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| \quad (2-7)$$

考虑到纵向线应变与横向线应变的正负号总是相反, 因此(2-7)式可写为

$$\epsilon' = -\nu \epsilon \quad (2-8)$$

$\nu$  称为材料的泊松比, 它是正的无量纲量, 随材料而异。