

高級中学課本立体几何(暫用本)

教 学 参 考 书

人 民 教 育 出 版 社

高級中学課本立体几何(暫用本)
教 学 参 考 书

北京市书刊出版业营业许可证出字第2号

人民教育出版社編輯出版(北京景山东街)

北 京 出 版 社 重 印

(北京东单宣武门内大街3号)

北京市书刊出版业营业许可证出字第086号

新 华 书 店 发 行

北京东单印刷厂印刷

統一书号: K 7012·1604 字数: 74 千

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: $3\frac{5}{8}$

1961年第一版 1963年第二版

第二版1963年7月第一次印刷

北京: 1—1,370 册

定价: 0.28 元

致 教 师

一、为了說明高級中学課本立体几何(暫用本)的編輯意图,供教师备課的参考,特編写了这本教学参考书.

二、这本教学参考书按照課本分成四章,在章下分大节編写.开始有总說明,說明課本的編輯意图和編輯的时候注意的几点.在章和大节的說明中包括以下几項内容:

1. 教材的主要内容和前后联系,
2. 教学要求,
3. 教材的重点、关键、难点,
4. 大致的教学时数,
5. 注解: 包括有关的名詞解釋和例題、练习、习题的提示,
6. 参考資料: 包括与教材有关的数学知識或其他方面的資料.

三、編写这本教学参考书的意图是供教师备課的参考,而不是代替教师备課.尤其在教学方法方面,因学校、班級的不同而不同,因此只提供—些途徑,供教师参考.希望教师在教学中充分發揮創造性,結合具体情况灵活运用本书.

四、限于編者水平,参考书中一定有不少缺点,希望教师多多提出宝贵意見,帮助我們改正;更希望把总結出的实际教学经验告訴我們,使本书进一步得到充实.

人民教育出版社

1963年6月

总 說 明

一、教学要求

1. 掌握直綫和平面在空間的位置关系，多面体和旋轉体的性质以及表面积和体积的計算公式；能够运用这些知識进行論证和計算。

2. 掌握直綫和平面在空間位置图形的画法，以及多面体和旋轉体的直观图的画法。

3. 发展学生的空間想像能力，使学生能够从书面上所画的图或者从文字叙述，想像出实际的空間图形和空間图形中各部分之間的关系。

二、教材內容

这本課本的主要內容是讲平面的基本性质，直綫、平面在空間的位置关系，射影的初步知識，以及多面体和旋轉体的性质和表面积、体积的計算公式。此外，还讲直綫和平面在空間位置图形的画法，以及水平放置的平面图形的画法，这是探討直綫、平面在空間的位置关系时所不可缺少的。在这基础上讲直观图和最简单的二視图，課本中对于直观图和二視图的要求是极初步的，只是結合柱、錐、台、球的知識讲解最基本的

画法,虽有制图的因素,但不同于制图学的要求。

三、教材体系

这本課本分成四章。

直綫和平面是学习多面体和旋轉体的基础,所以放在第一章。多面体的性质主要是根据直綫、平面的位置关系来决定的,所以放在第二章。圓柱、圓錐、圓台的性质同棱柱、棱錐、棱台的性质有許多类似的地方,学完棱柱、棱錐、棱台接着学圓柱、圓錐、圓台是比較方便的,所以放在第三章。多面体、旋轉体的表面积公式和体积公式的推导需要以多面体、旋轉体的性质作为基础,所以把多面体和旋轉体的表面积和体积放在第四章。

第一章主要是讲直綫、平面的位置关系,这一些位置关系都同平面的性质有关,所以先讲平面。直綫和直綫的位置关系比較简单,其中有两种(相交和平行)已經在平面几何里讲过。直綫和平面的位置关系可以归結到直綫和直綫的位置关系来研究。平面和平面的位置关系需要以直綫和平面的位置关系作为基础来論证。所以第一章就按平面、直綫和直綫的位置关系、直綫和平面的位置关系、平面和平面的位置关系的次序編排。第二章主要是讲多面体的性质,根据教材的內在联系,按棱柱、棱錐、棱台、正多面体的次序編排。第三章主要是讲旋轉体的性质,按圓柱、圓錐、圓台、球的次序編排。第四章主要是讲表面积和体积,因为棱柱和圓柱、棱錐和圓錐、棱台和圓台的表面积公式、体积公式分別有类似的地方,求法也

基本相同，所以分別把它們合併讲解，便于學生掌握。面積是研究體積的基礎，所以按多面體和旋轉體的表面积、多面體和旋轉體的體積的次序編排。

四、編寫時注意的幾點

在編寫這本課本時，注意了如下的幾點：

1. 突出重點、抓住關鍵、解決難點、揭示規律。

為了使學生更好地掌握基礎知識和基本技能，課本中注意突出重點、抓住關鍵、解決難點、揭示規律。

對於教材中最重要內容，課本中注意把它突出，以方便於學生大力把它學好。在第一章中，位置關係是重點，而位置關係中最重要的是平行和垂直的兩種位置關係。因此課本在每一大節開始時，先討論有幾種不同的位置關係，然後突出平行和垂直兩種位置關係，詳加闡述。在第二章和第三章中，多面體和旋轉體的性質是學習這兩章中其他內容的基礎，又是學習第四章多面體和旋轉體的表面积和體積的基礎，是這兩章的重點，課本中注意把這些性質加以突出，並且配置較多的習題，以保證學生學好這些最重要內容。在第四章中，表面积和體積的計算公式，對於進一步學習和參加生產勞動用處較多。課本中對於這些公式都作了詳細的論證或說明，適當進行歸類、綜合和比較，並且舉例說明它們的應用。

課本中注意抓住對於掌握知識起決定性作用的教材。如第一章中的直線和平面的位置關係，對於全章起承前啟后的作用，掌握了它就可以解決其他一系列的問题。課本中注意

抓住这种关键性的地方，着重讲解，把它们讲清讲透。

对于学生不易理解或不易掌握的内容，课本中注意采取措施，解决这些难点。如异面直线是学生比较难于掌握的，课本注意通过实例、说明、比较、画图来形成学生的概念。把异面直线所成的角，异面直线的公垂线等分散讲解，避免难点集中。并且注意在后面的习题中不断出现，加以复习巩固。又如直观图、二视图的画法和平面图形的画法有很大的不同，学生初学时比较困难，课本中采取了事先做好准备，分散难点，逐步深入的办法加以解决。第一章里先讲了直线、平面在空间的位置图形的画法、水平放置的平面图形的画法和射影的初步知识，并且出现了一些简单的直观图，为学习直观图和二视图的画法作了必要的准备。在第二章里又先集中力量讲清楚棱柱的直观图的画法，经过一段时间的巩固之后，再在第三章中讲第二种直观图，最后在第三章讲二视图的画法。

课本中还特别注意教给学生以规律性的知识。对于图形的重要性质、画法、计算等，注意概括成为简明扼要的公理、定理、法则、公式，并用黑体字排印，以引起学生的注意，便于学生掌握。如第一章中，讲平行和垂直的位置关系时，都分别概括成为判定定理和性质定理。又如第二章中，讲了直观图的具体画法之后，就归纳出画直观图的一般步骤；第四章中讲了表面积和体积之后，就给出计算的公式。

2. 重视理论，注意适当地联系实际

为了使对于立体几何的基础知识能够有深刻的理解，从而有可能牢固地掌握，同时也为了提高学生的逻辑推理

能力和空間想像能力，課本中一方面重視理論知識的讲解，注意定理的嚴密論證。如在一開始就提出平面的基本性質的三條公理，作為論證的基礎，一般的定理都加以證明（個別定理，如祖暅定理、球體積公式等限於學生水平，沒有證明），對於圖形的存在性和唯一性也都詳細加以論證。另一方面又注意適當地聯繫實際，多用實例來說明學生較難理解的概念或性質，注意指出所學的知識的實際應用。如用水準器交叉放置兩次來校正平板儀的平板是否保持水平，說明平面和平面平行的判定定理的應用；計算緯度圈的半徑，說明球的截面的應用；在習題中，讓學生說明怎樣利用兩條細繩來檢查方桌的四條腿腳是不是在同一平面內，說明為什麼用等高儀測量時度盤上照準器所指出的角就等於地面上所測的角等。在習題配置方面，課本中也是既注意配置一般的證明題和計算題，也注意適當配置一些學生能夠理解的實際問題。在聯繫實際方面，課本中注意不超越學生的程度，注意不勉強聯繫。

3. 加強練習，培養學生的空間想像能力，提高學生的推理論證能力和計算能力。

培養學生的空間想像能力，要使学生能脫離實物、模型想像出實際的空間圖形，能從紙面上的圖形、文字描述、圖形性質等想像出實際的空間圖形，能根據條件或需要設想出符合條件或需要的空間圖形，能把自己所設想的空間圖形在紙面上畫出來或用文字表達出來。課本中企圖通過第一章的教材，大力培養學生的空間想像能力，在以後各章再加以鞏固和提高。既注意運用實例引起學生對空間圖形的想像，也注意通

过看图、画图、文字描述、图形性质的推导等来提高学生的想像能力。例如在讲平面时，引用桌面、窗玻璃面来引起学生对平面的想像。用平行四边形来表示平面，使学生想像到平面，会画平行四边形来表示平面。因为平面是无限伸展的，而桌面、窗玻璃面、平行四边形都不能表达这一点，因此就借助文字描述，使学生想像平面的无限伸展性。課本中还注意防止学生在想像中可能发生的錯誤。例如，学生对于平面的无限伸展容易忽視，可能发生两个平面相交于一点的錯誤，就用图(課本上图 1. 2) 来指出这一种錯誤。使学生对于平面的无限伸展性的想像比較巩固。又如，学生对于异面直綫比較生疏，容易誤解为两个平面內的直綫一定是异面直綫，又用图(課本上图 1. 14) 来指出这一种錯誤，說明在两个平面內的两条直綫不一定是异面直綫。

課本中还通过直观图和二視图的教学来提高学生的空間想像能力。又用图形的某一部分代表图形的整体来提高空間想像能力(如課本上图 4. 19)。除了图形之外，課本还注意通过論证来培养学生的空間想像能力(如課本上复习題一第 3 題(3)只有通过論证，才能知道它們是相交直綫。正确的想像才有了依据)。此外，还要求学生通过制作模型，空間图形和平面图形类似性质的对比，研究空間軌迹，体的解剖和組成，旋轉体的产生等等来培养学生的空間想像能力。在培养学生的空間想像能力时，开始尽量多利用实例、图形，以后逐漸提高要求，并不停留于此。希望教师在教学时能够进一步体现这点。由于課本上的实例和图形还有一定的局限性，希

望教师注意借助于实物和模型，联系课本上的定理、图形加以分析，以培养学生的空间想像能力。

关于培养学生推理论证能力方面，课本中注意在原有的基础上加以提高。证明的书写格式，学生在学习平面几何时已经掌握，立体几何里继续采用这一种书写格式，并注意适当简化。反证法、轨迹问题的正反两面证明、存在性和唯一性问题的证明等学生在平面几何里虽然已经遇到过，但是还不可能掌握得很好，就写得比较详细一些，并且有意识地多运用反证法来进行论证。多让学生讨论图形的存在性和唯一性，以提高学生推理论证的能力。对于定理的证明和公式的推导，在学生能够理解的条件下，根据问题的特点，采取不同的方法，以开展学生的思路，如正多面体只有五种的证明，欧拉公式的证明，长方体体积公式、三棱锥体积公式、拟柱体体积公式、球面积公式和球体积公式的推导等都各有特点。在习题中，也配置有一定数量的证明题，其中有一些是较费思索的，这一些都为继续提高学生的推理论证能力创造了条件。在教学过程中，希望能够利用这些条件，抓住论证问题必须从分析入手的关键，有意识地提高学生分析问题的能力和推理论证能力。

关于培养学生计算能力方面，课本中也是注意在原有的基础上加以提高。在前三章中注意提高学生对于准确数计算的能力，在第四章中还注意培养学生对于近似数计算的能力。对于一切计算都要求能够灵活运用各种方法（如能口算的就口算，能用简便方法的就用简便方法，可以查表计算的就查

表,用算术方法解方便的就用算术方法,用列方程解方便的就列方程,用列方程組解方便的就列方程組)达到正确而且迅速.立体几何中的計算题,一般都应当先列式,把式子化簡,然后把数值代入进行計算.对于所用到的图形性质,必須要有根据*,課本中除了配有示范性的例题之外,在各章中都配有—定数量的計算题,其中有一些是計算比較复杂的,有一些是要求用近似計算来計算的.在教学过程中,希望能够按照課本中的要求,有意識地切实提高学生的計算能力,特别是不要忽視巩固和提高学生数字計算的能力.

課本中注意配备足够数量的练习、习题和复习题,以保证学生牢固地掌握立体几何的基础知識和培养空間想像、邏輯推理、画图和計算等能力.一般說来,課本中的练习供讲课时提問和課內作业之用,它是巩固本节課所学教材的最基本的題目;习题供課內、外作业之用;复习题供复习、补充和供程度較好的学生选作之用.

* 例题、练习、习题的内容一般不能作为論证的根据.但是,在同一个习题里,后面可以引用前面已經证过的結論.在特殊情况下,教师可以指定引用某一些已經做过的例题、练习、习题的結論.但是,在測驗、考試时,不能引用例题、练习、习题的結論作为根据.

目 录

总說明	1
第一章 直綫和平面	1
I. 平面	5
II. 直綫和直綫的位置关系	9
III. 直綫和平面的位置关系	14
IV. 平面和平面的位置关系	22
复习題一提示	33
第二章 多面体的性质	38
I. 棱柱	40
II. 棱錐	46
III. 棱台	48
IV. 正多面体	54
V. 欧拉公式	56
复习題二提示	58
第三章 旋轉体的性质	62
I. 圓柱	63
II. 圓錐	68
III. 圓台	70
IV. 球	73
复习題三提示	84
第四章 多面体和旋轉体的表面积和体积	86
I. 多面体和旋轉体的表面积	87
II. 多面体和旋轉体的体积	92
复习題四提示	108

第一章 直綫和平面

(一) 本章主要是在学生已有的平面几何知識的基础上研究直綫、平面的位置关系，是研究多面体和旋轉体的基础。因为研究直綫、平面的位置关系，必須先熟悉平面的性质，所以先讲平面的性质，然后按直綫和直綫、直綫和平面、平面和平面的次序来讲直綫、平面的位置关系。

(二) 本章的教学要求主要是：

1. 使学生掌握平面的基本性质、直綫、平面的位置关系，异面直綫所成的角、直綫和平面所成的角、二面角、多面角等概念，以及有关射影的初步知識。

2. 使学生掌握水平放置的平面图形的画法和直綫、平面位置关系的图形的画法，会根据所給条件繪制有关图形，能够从书面上所画的图或者从文字叙述，想像出直綫、平面的各种位置关系的图形以及图形各部分之間的关系。

3. 使学生运用所学的知識进行論证和計算，論证时条理清楚，沒有邏輯上的錯誤，計算正确而且迅速，并能运用所学的知識解釋实际生活中所見到的有关空間图形的問題。

(三) 本章教材的重点是直綫和直綫、直綫和平面、平面和平面的位置关系，特别是平行、垂直两种位置关系。

这些知識是学习以后各章教材的重要基础，在进一步学习和参加生产劳动时也需要这些知識。为了使这些知識能够

突出，課本在每一大节开始时即明确提出共有几种不同的位置关系，然后着重讲解平行、垂直两种位置关系，使学生系统地掌握空間的直綫和平面的重要性质。

培养学生的空間想像能力，也是本章教学的一个主要任务。学生的空間想像能力，主要是通过立体几何的教学来培养的，特别是通过立体几何第一章教学来培养的。为此，課本中注意有意識地通过平面的性质和直綫、平面的位置关系的学习，逐步培养学生能够从书面上所画的图或者从文字叙述想像出实际的空間图形和空間图形各部分之間的关系。这样，随着学生的空間想像能力的逐漸提高，学生初学立体几何时的困难就会逐漸减少，以后的教学就能順利地进行。否則，学生看不懂图形，想像不出图形各部分之間的关系，就不能正确地理解图形的性质，就无法掌握所讲的知識。

（四）清楚地理解平面的基本性质以及牢固地掌握直綫和平面的位置关系是学好本章教材的关键。

平面的基本性质是研究直綫、平面位置关系的基础。清楚地理解平面的性质，是理解直綫、平面的位置关系的必要前提。根据这些基本性质的內在联系，課本中把有的性质作为公理，有的性质作为推論。一方面注意用实例來說明这一些性质，一方面也注意通过論证来加深学生的理解。对于学生容易发生錯誤的地方，注意預先防止。

直綫和平面的位置关系这一大节，在位置关系的研究中起着承前启后的作用。直綫和直綫的位置关系，除异面直綫外，都已在平面几何里学过，学生比較容易理解。平面和平

面的位置关系一般都可以归结为直线和平面的位置关系来研究(如研究两个平面是否平行只要研究在一个平面内有没有两条相交的直线和另一个平面平行,研究两个平面是否垂直只要研究在一个平面内有没有一条直线和另一个平面垂直).掌握了直线和平面的位置关系,也就容易掌握平面和平面的位置关系.课本除了着重讲清直线和平面的位置关系外,在讲平面和平面的位置关系时又注意把它归结为直线和平面的位置关系.

(五) 对于初学者来讲,理解空间图形和画出空间图形是一个难点.

这是因为学生初学立体几何时,空间想像能力还很薄弱.他们刚刚学完平面几何,往往习惯于在平面内来考虑问题,把平面图形的性质和空间图形的性质混淆起来(如习惯于“平面内两条直线不相交就平行”,而忽视异面直线的存在;习惯于“在平面内经过一点只能作一条直线和已知直线垂直”,认为在空间也是这样等),往往把空间图形看成是平面图形(如把异面直线的图形看成是相交直线的图形,把平面看成是平行四边形等),并且对于在平面内画出空间图形也是完全生疏的.课本为了解决这些难点,注意在开始时多先从学生所熟悉的具体事物引进新的概念和空间图形的性质,再进行概括,多运用图形,逐步从具体到抽象,来培养学生的空间想像能力;注意通过画水平放置的平面图形、各种位置关系的图形来培养学生的空间想像能力;注意联系平面几何知识,逐步从已知引入未知;对于一些类似的性质和图形注意运用对比的办

法，区别异同，指出特点(如指出空間的两条互相垂直的直綫不一定相交，又如对于各种位置的图形既画出明显的也画出不明显·的以便对比)；也注意預防学生可能发生的錯誤(如預防两个平面相交于一点，在两个平面内的直綫一定是异面直綫等錯誤)。在教学时，开始阶段可以多运用一些模型，以帮助学生对于书面上所画的图和空間图形性质的理解；以后可以逐渐减少模型的使用，只借助于书面上的图；再进一步又可以逐渐减少书面上所画的图，以逐渐培养学生对空間图形的想像能力。

此外，空間图形的存在性与唯一性問題和空間軌迹也是一个难点，因为研究这一些問題需要較高的空間想像能力和邏輯推理能力。为了解决这个难点，課本对于存在性与唯一性問題的证明注意分別情况，分清层次，詳細說明。对于空間軌迹，注意和平面几何中有关的軌迹对比。

(六) 本章的教学時間，估計需要 41 課时左右。各部分的数学时数大致如下：

引 言	}	4 課时左右
I. 平面		
II. 直綫和直綫的位置关系		4 課时左右
III. 直綫和平面的位置关系		13 課时左右
IV. 平面和平面的位置关系		16 課时左右
本章复习		4 課时左右

I. 平 面

教材說明

本大节教材是在平面几何的基础上提出来的，是研究直线、平面的位置关系，以及多面体和旋轉体的基础。

本大节中首先讲解平面的概念和平面的画法，接着詳細地讲解平面的基本性质，然后讲水平放置的平面图形的画法。

(一) 本大节的教学要求主要是：

1. 使学生理解平面的概念，掌握平面的基本性质，会运用这些知識来进行一些簡單的論证，和解釋一些有关的实际问题。

2. 使学生掌握平面的画法和水平放置的平面图形的画法，会画平面和水平放置的平面图形，能够从书面上画的平面和水平放置的平面图形想像出实际的图形。

(二) 本大节教材的重点是平面的基本性质，和平面几何相比較，平面是新增加的元素。要研究空間图形的性质，就必须先掌握平面的基本性质(三个公理和三个推論)。

課本中为了使这一些性质能够突出，除了用实例說明和进行論证(对于三个推論)以外，还注意通过例题和练习等，預防学生可能发生的錯誤，来使学生弄清平面的基本性质。

公理和推論中的一些詞如“确定”、“可以作一个……并且只可以作一个……”等，学生是比較生疏的。对于这些詞作一些简单的解釋，能够使学生对于所讲的公理、推論的内容理解