

大學用書

應用力學

靜力學與動力學

Applied Mechanics

Statics and Dynamics

原著者：Charles E. Smith

譯述者：陳嘉煒 洪清森

科技圖書股份有限公司

應用力學

靜力學與動力學

APPLIED MECHANICS

STATICS

DYNAMICS

這是Wiley書局1976年6月才出版的新書，本公司以最高效率在半年內譯印完成。全書雖僅366頁，遠較一般應用力學教科書精簡。著者在奧利根大學教此書以科供一學年八學分用，內容完整毫無短缺。Smith教授寫這本書的用心之苦，對讀者期望之殷，在他這篇序中流露無遺，真是良師精誠，實堪欽佩。

本公司經新聞局核准登記
登記證局版台業字第1123號

書名：應用力學

譯述者：陳嘉輝 洪清森

發行人：趙國華

發行者：科技圖書股份有限公司

台北市博愛路185號二樓

電話：3110953

郵政劃撥帳號15697

六十六年一月初版
六十九年八月四版

特價新台幣100元

原 序

這本應用力學書（包括①靜力學，②動力學及③高等動力學）的編寫，有兩個目標。其中①，②兩篇（譯文合訂成一冊），作為各類工科學生修習靜力學與動力學課程的教科書。③篇（譯文另成一冊）可作為主修機械、航空與其他系統工程等科系修習高等動力學課程的教科書。

目前有很多種教科書雖能滿足第一個目標，但要進入較高級時，通常都由另一本書的中間某一部分開始講授，常使人困擾，而且適於作進一步研究動力學的人們所用的書，並不是為只求第一種目標的人們而寫的。

靜力學和動力學這兩篇（譯文第一冊）是教導讀者能應用力學上的基本原理，同時也為培養讀第③篇（譯文第二冊）的基礎。第③篇所講的高等動力學，一般是適用於機械、航空與其他系統工程的範圍。

如果考慮那些不需作更進一步研究人們的需求，則①，②兩篇的教材就應該和學機械、航空工程的人們所用的教材有些不同。特別是在處理運動學和剛體動力學時，應將較深的題材，例如轉動座標系與角速度向量隨時間改變的剛體動力學等都列入高等動力學內。但由推理的過程着眼，這種編排方式不一定合理，不過有經驗的教師都知道，如果不先講一些簡單的特例，很少有學生能處理這種一般性的問題。

讀靜力學只需有三角和初等微積分的基礎就夠了。第一章對牛頓力學有詳細的討論，所以也能適合未修過物理學的人們，對已修過物理學的人，第一章可很快的看過去。同樣，如果已修完向量代數，則第三章只要瀏覽一下就可以了。靜力學，最少應教完第一至第四章與第六章第一節，其他各部份則依講授的目的而定，務必使讀者能有充分能力繪出分離體圖，且能列出平衡方程式並求其解答。其他各章節彼此間並無關連，可視課程的需要加以選擇。

有關質點、質點系與剛體的運動與動力學的內容，乃為工程師們

11/10/69

所必需瞭解的，如爲了上課時間所限，可將 11 - 4 節與 13 - 5 節省略。這篇的重點放在基本的應用與問題的解答上。這些多是筆者多年來苦心研究發展完成的。例如在講中心力運動章內所舉軌道力學的例題和習題，是依角動量與機械能量觀念的應用而完成的。

在求瞭解機械的觀念，主要放在視覺方面，在動力學上要比靜力學困難些，因之儘量着重向量的幾何表達，並詳加說明。

筆者深信，讀者不能僅由方程式的運算而不具視覺的感受就能學好力學。所以本書特別強調向量的幾何意義。一般人常有的毛病，就是花費太多的時間在向量分量上，却不注意對力學基礎有關的一些向量關係。教師要激發學生的空間概念，尤其在分析過程中更應經常強調此點。例如一見到 $A \times B$ 就應想到 38 頁上所表示外積的螺旋圖，除非在計算時才提到 (3 - 22) 式。

很少有人只看別人所作的分析，就能學會力學的。所以讀者在某一階段（愈早愈好）就應摒棄作壁上觀的角色，應該實地去發掘和改正學習過程中一些不可避免的錯誤，逐漸培養獨立分析與推理的能力。所以，將這本書放在那種坐在安樂椅的人們的腿上是沒有用的。將書本放在書桌上研習，而且手頭應備有充裕的草稿紙，用這些草稿紙在做習題而未得最後結果之前，或在補足本書中所省略的運算步驟，或加繪輔助圖等工作，都是必需的。讀者如能照此方式，永遠將問題和基本觀念結合在一起，則對力學的瞭解將會令人滿意，而且對將來從事職業將大有助益。筆者深深祝福付出此種心力的讀者們的成功。

謝辭從略。

斯密斯 1975 年 7 月於奧利崗

目 錄

靜 力 學

第一章 初步概念	頁
1.1 牛頓運動定律	2
1.2 牛頓萬有引力定律	5
1.3 因次和度量單位	7
1.4 重量和質量	11
第二章 力系的分解	
2.1 方向和大小，合力	13
2.2 作用點和作用線	20
2.3 力矩	21
2.4 力偶	28
2.5 等效力系	29
第三章 向量代數	
3.1 基本概念	33
3.2 加法和減法	35
3.3 乘法	36
3.4 直角座標分量	41
3.5 力系之合成與分解	46
第四章 靜平衡	
4.1 分離體圖	60
4.2 平衡方程式	68
4.3 靜定與不適當的支承系	87

第五章 特殊的應用

5.1 桁架	91
5.2 受力偶的桿件	103
5.3 含摩擦力系統	108

第六章 分佈力

6.1 等效單一力	121
6.2 沉沒體	129
6.3 受彎桿件	148
6.4 柔軟線	159

第七章 虛功

7.1 某力所做的功	173
7.2 力作用於剛體所做的功	175
7.3 虛功原理	178

動力學

第八章 運動學概念

8.1 動力學對靜力學	189
8.2 慣性參考座標	191

第九章 向量微分

9.1 定義	195
9.2 和與積的導數	197
9.3 適用解析	197

第十章 非轉動參考系運動學

10.1 質點的位置、速度和加速度	203
-------------------------	-----

10.2 剛體運動	226
-----------------	-----

第十一章 質點動力學

11.1 牛頓第二運動定律	241
11.2 問題分類	246
11.3 可解的一度空間問題	251
11.4 數值積分	258
11.5 牛頓第二運動定律的積分形式	266

第十二章 質點系動力學

12.1 質心運動	281
12.2 轉動的攷察：力矩與動量矩	292
12.3 功與動能	308

第十三章 剛體基本運動學（角速度為定向的）

13.1 角動量	318
13.2 轉子的不平衡	325
13.3 二度空間運動的運動方程式	329
13.4 剛體的功與動能	343
13.5 角衝量 - 角動量	349

附錄 A 實用數值

A - 1 物理常數	353
A - 2 SI 單位用字頭	353
A - 3 度量單位	354

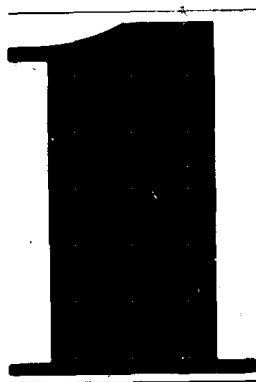
附錄 B 向量分析公式

B - 1 定義	355
B - 2 公式	357

附錄 C 線段、面積與體積性質

C - 1	線段	359
C - 2	平面面積	360
C - 3	體積	362
C - 4	均質體質量的二次矩	363

參考書目	367
------	-----



INTRODUCTORY CONCEPTS

初步概念

令人振奮而且對現代工程方法有重大影響的進展，正在與日俱增。電子計算機的改良、新的度量儀器，以及分析這些計算機所產生的資料，都可提供工程師們一套有效的工具來完成其工作。

可是，幾乎所有的科學都大力依賴一門相當古老的科學 - 古典力學 (classical mechanics)。物體間的交互作用力，由牛頓 (Newton) 在 1686 年出版的「數學」原理 (Principia) 一書中提出。對牛頓運動定律作重要引伸的有達蘭勃特 (D'Alembert, 約在 1743 年)、拉格蘭治 (Lagrange, 約 1788 年) 和漢彌爾頓 (Hamilton, 約 1827 年)，隨後在 1900 年前剛開始發展的向量和張量分析 (vector and tensor analysis) 使我們更容易了解與應用力學原理。此處所要陳述的知識，是直接由這些發展而來，所以絕不是新奇的東西。

然而，此一學科的新奇而有趣的應用，却隨著新的設計觀念而快速增加，所以對牛頓定律和其延伸能徹底了解，就如現代的電子設備

2 靜力學

(electronic devices)，和計算系統 (computer systems) 對工程師們一樣，是不可一日或缺的。

1.1 牛頓運動定律

牛頓運動定律 (Newton's laws of motion) 原始的說法是

1. 每一物體除非受到外力的作用，否則繼續維持靜止狀態，或在直線上作等速運動。
2. 運動的改變與外加作用力成比例，而且與作用力同一方向。
3. 每一作用力必有一大小相同方向相反的反作用力。即兩個物體加於對方的作用力，一定是大小相等方向相反。

運用這些定理前，對某些名詞如「等速直線運動」(uniform motion in a straight line)、「運動的改變」(change of motion)、「外加作用力」(motive force impressed)與「作用與反作用力」(action and reaction)等必須了解得很透澈才行。

爲了瞭解這些名詞起見，我們看圖 1-1 的剛體。該剛體 (rigid block) 即牛頓定律中所指的物體 (body)。在一完全光滑的平面上移動，而且僅受附於其上的彈簧的影響。假如彈簧處於未伸縮狀態，則對剛體沒有影響。所以此一物體，原爲靜止的仍保持靜止狀態，如原以等速前進的則仍以同一速率 (speed) 繼續前進。假如彈簧作伸長狀態，則剛體向右速率 v 會增加， dv/dt 的時間增加率完全而且僅

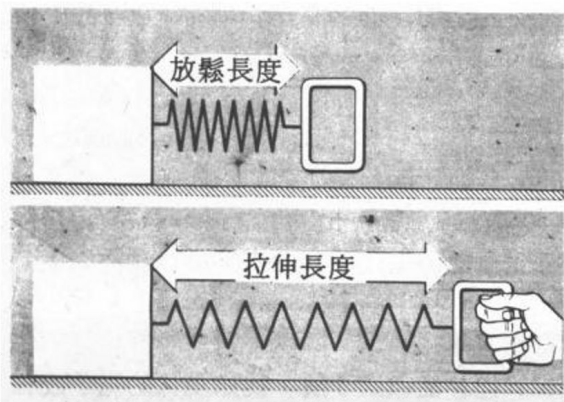


圖 1.1

與彈簧的伸長量有關。彈簧對物體的影響，就是「外加力」(impressed force)，直接和剛體速率的變率(rate of change of speed)(即加速度 acceleration)相關。

要決定力之大小的實際方法，是以觀測某一標準物體的加速度為項，該物體係存放於巴黎國際度量衡標準局內，用鉑作的圓柱體。使此一圓柱體產生 A 每秒每秒米(m/s^2)加速度的力，稱為 A 牛頓(A Newton)。地球對一個中等大小蘋果的吸力約為一個牛頓。

現在將上述的實驗加以延伸。假如我們將各種不同的彈簧伸長量，記下標準物體的加速度。如此就能以和該物體無關而且可見到的數量為項(即彈簧伸長量)來表示力的大小(原先是以標準物體的加速度為項作定義的)。其次，我們將新刻劃過的彈簧附在各種不同的物體上，然後記錄其力量(以彈簧伸長量為項來表示)和其對應的加速度間的關係，所得的結果為：對某一物體，外力 f 是直接與加速度 a 成正比，也就是

$$f = ma$$

此比例常數(constant of proportionality) m ，為每一物體的特性，稱為質量(mass)，且隨物體的不同而互異。例如推動一個曲棍球使其獲得某項加速度所需之力，當然要比推動一守門員且具相同加速度所需的力要小得多。換句話說，某一力，給與球的加速度，將遠大於給與守門員的。

質量的大小，由上述標準物體為項來決定。該物體稱為國際仟克原器(international prototype of the kilogram)。其質量為一仟克(kilogram，亦稱公斤)。要決定某一物體的質量 m ，可以其加速度與國際仟克原器的加速度相比較，可是兩物體都必須受同一力 f 的作用。如使用註標 0 代表仟克原器，則

$$f = m_0 a_0 = ma$$

或

$$m = \frac{a_0}{a} m_0$$

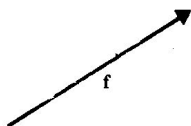
如此，任一物體的質量 m (單位為公斤) 是仟克原器的加速度比該物

4 靜力學

體的加速度。一個曲棍球的質量約為 0.16 kg ，而一個健壯守門員的質量約為 110 kg 。

一提到力，除了大小外，尚需論及其方向（牛頓在其第二運動定律中曾提及此一觀念）。以後幾章，在談到速度和加速度，我們會給方向下一精確的定義。目前作用力的方向就定為一原來靜止的剛體，僅受此力作用後，剛體運動的方向就是作用力的方向。

我們採用一箭矢表示力的大小和方向。箭矢的長度與力的大小（



magnitude）（即多少牛頓）成正比，而該箭矢與被分析物體的相對位置即為其方向。本書內如方程式或本文內有表示力或其他有大小又有方向的量，就用粗體字表示，如 $\mathbf{f}$ 、 $\mathbf{a}$ 等等。所以牛頓第二定律可寫為：

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a} \quad (1-1)$$

牛頓第三定律可用圖 1-2 說明。此處剛體和彈簧都與它們所作用的物體分離（即剛體與彈簧分離，而彈簧與剛體和手分離），而作用於各物的力用箭矢來表示，這種圖稱為分離體圖（free-body diagram）。對於分析一機械力系而言是很重要的。彈簧對剛體的作用力 $\mathbf{f}$ 向右，使剛體向右加速，牛頓第三定律指出，必有一大小相等方向相反的力作用於彈簧。所以彈簧受的力為剛體加於其上的力 $-\mathbf{f}$ 和另一端手所加的力。

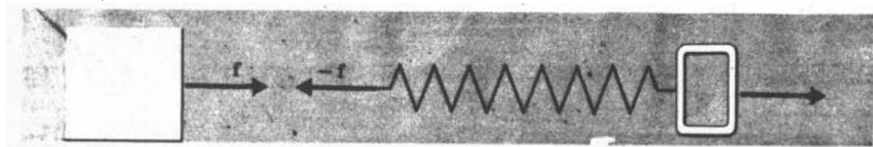


圖 1.2

圖 1-1 與圖 1-2 所顯示，力的交互作用是發生在彈簧和剛體的接觸面上。另外也有物體互相靠近而不必接觸就能產生力的情形。例如電磁力 (electromagnetically induced forces) 和重力 (gravitational force) 就是。

習題

1-1 說明為何牛頓運動定律的前兩個定律可以僅用式 (1-1) 來表示。

1.2 牛頓萬有引力定律

牛頓另一項偉大的貢獻，在於他推導出萬有引力定律。如果配合他所提出的運動定律，此一引力定律一定能與天體運動的現象相符合。該定律說明地心引力的大小為

$$f_g = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2} \quad (1-2)$$

式中 m_1 , m_2 為相互吸引兩物體的質量， r 為兩物體間質心 (center of object) 的距離， γ 為萬有引力常數 (universal gravitational constant)，每一對互相吸引的物體都是一樣。如果兩物體中有一為地球，另一為地表附近的物體 (r 大約為 6400 km)，則 $\gamma m_{\text{地球}} / r^2$ 地球為一常數 g 。所以引力定律 (attractive law) 即為

$$f_g = mg,$$

式中 m 為地表附近物體的質量。經過精密測定，得知地表附近各不同點的 g 值有 5 % 的變化。但估計地表附近的重力時，一般都採用 9.81 N/kg。所以某人的質量為 82 kg，則所受的地心引力為

$$f_g = (82 \text{ kg})(9.81 \text{ N/kg}) = 804 \text{ N}$$

6 靜力學

地表附近某一物體若僅受重力作用，則由牛頓第二運動定律和萬有引力可知，某一自由落體向地心的加速度為

$$a_g = \frac{f_g}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

所以加速度與落體的質量無關。也就是說，任何物體的加速度皆相同，如果這些物體僅受重力的作用。由於日常所見的自由落體的確有此現象，故牛頓運動定律和萬有引力定律又得一明證。

牛頓運動定律和萬有引力定律，當然，還有很多其他的涵意。說明其中的某些涵意和使讀者有能力判斷某一機械設計是根據何種原理，乃是本書的基本目的。

若干由觀察得到的物理現象，並不能由牛頓力學得到圓滿的解釋，尤其是原子粒子和運動速度接近光速的物體。不過，令人驚異的是，儘管已過了三百年，牛頓定律仍能成功的解釋大部份現代工程所採用機械系統的運動現象。

習題

- 1-2 由附錄 A-1 所給與的常數，試估計地球的半徑。
- 1-3 月球半徑約為地球半徑的 0.27 倍，而月球質量約為地球質量的 0.012 倍。試求月球表面上的加速度。
- 1-4 月球與地球間平均距離為 384400 km。試估計兩者間的吸引力。
- 1-5 某一太空艙正在地球與月球的連線上，而且地球與月球對其引力剛好抵消。試估計此太空艙的高度。
- 1-6 某一質量為 45 kg 的太空船距地表為 200 km。試計算其所受地心引力為多少？並計算地球受太空船的作用力後，其所產生的加速度應為若干？

1.3 因次和度量單位

科學和工程，大多與數字有關，故有賴於採用合理而統一的方法來度量某一物理量，或將度量過的物理量相互間的關係表示出來。我們在以上兩節中已討論過速度、加速度、力和質量。而且也知道如何決定後兩種物理量的方法。任何度量方法的終極目的，都是要和大家一致公認的「標準」(standard)作一比較，例如上述的仟克原器就是一種「標準」。國際標準組織(International Organization for Standardization, ISO)所採用，且經全世界公認的質量、長度和時間的標準為：

質量(Mass) 1 kg 等於國際仟克原器的質量。(平均人的質量約為 75 kg)。

長度(Length) 1m (meter) 等於真空中，氪-86 原子(krypton-86 atom) 由 $2p_{10}$ 原子層過渡至 $5d_5$ 原子層時所放出光波波長的 1,650,763.73 倍。(平均人的長度約為 1.8m)。

時間(Time) 一秒，等於銻 133 原子(cesium-133 atom) 在兩個基態原子層遞換時，放射週期的 9,192,631,770 倍。(即為常稱每分鐘的六十分之一)。

所有其他力學上所採用的量，都可用質量、長度、時間為項表示出來。例如，速度(velocity)，被定義為距離的增量除以時間的增量，所以可用每秒米來度量。質量、長度、時間稱為基本(fundamental)量，其他的物理量，如速度，稱為導出量*(derived quantities)。

任何物理量的因次(dimensions)，就是用基本量來表示該物理量應有的關係。這些因次，是以 M (表示質量)、L (表示長度)、T (表示時間)。例如速度的因次，為長度除以時間，故其因次用 L/T 表示。加速度(acceleration) 為速度 (L/T) 的變量除以時間 (T) 的增值，故其因次用 $(L/T)/T = L/T^2$ 表示，可用每秒每秒

*美國工程界用力(其單位為磅力)、長度、時間作為基本量，而用 $f = ma$ 來推導質量，故質量單位為 $\text{lbf} \cdot \text{s}^2 / \text{ft}$ ，稱為斯勒格(slug)。

8 靜力學

米(m/s^2)來度量。力，被定義為質量(M)乘以加速度(L/T^2)之積，故其因次為 ML/T^2 ，而可用每秒每秒公斤米($\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$)來度量。這個力的單位太長了，一般簡稱為「牛頓」，而縮寫為 N 。亦即， $1N = 1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ 。其他力學上所遇到的物理量的因次和單位，分列於本書的裏頁和附錄A。

在全世界各處和各種不同學科所採用的單位系統(systems of units)，可說是五花八門。其中有很多種若稱之為系統，實在太過分了。例如，在某一辦公室中，電機工程師說能量的消耗率為瓦特(watt)機械設計師却說是馬力(horsepower)，熱傳導專家又說是每小時若干英制熱量單位(British thermal units)，販賣空氣調節機的人說是多少「冷凍噸」(tons of refrigeration)。要將這些單位變換成為同一種單位，所需消耗的人力和時間是相當驚人的。幸而，全世界都在鼓勵各界採用一種單一而一致的度量單位，稱為「國際單位制度」(Le Systeme International d'Units)，即SI單位制。如果要將所有的制度全變換為SI單位可能要到十或二十幾年，所以在未來的幾年當中，工程師必須能快速而正確的作各種單位的變換。

要做這種有時令人困惑的工作，最好的方法就是將相關的單位(用縮寫)列在數字之後，然後就如同算術運算一樣，將相同的單位符號消去。例如，假定一輛新車的汽油消耗量為每加侖 21.3哩，現我們欲知相當於每公升走多少公里？由表可查出，哩合 5280呎，1公尺合 39.37吋，1呎有 12吋，1加侖合 3.7854升。有系統的方法，就是將已知值乘或除「單位值」(unity)，其形式如 $1 = 5280\text{ ft/mi}$ ， 12 in/ft 等等。所以

$$\text{汽油消耗量} = (21.3\text{ mi/gal}) \frac{(5280\text{ ft/mi})(12\text{ in/ft})}{(39.37\text{ in/m})(1000\text{ m/km})(3.7854\text{ liters/gal})}$$

其次，將相同的單位符號分別消去：

$$\text{汽油消耗量} = (21.3\text{ mi/gal}) \frac{(5280\text{ ft/mi})(12\text{ in/ft})}{(39.37\text{ in/m})(1000\text{ m/km})(3.7854\text{ liters/gal})}$$

如此一來，剩下的單位為

$$\frac{1}{\text{liters/km}} = \text{km/liter}$$