

21 世纪高等院校教材

电力系统继电保护 原理及新技术

李佑光 林 东 编著



-43

 科学出版社
www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材

电力系统继电保护 原理及新技术

李佑光 林 东 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书在系统阐明电力系统继电保护基本原理的基础上,详细介绍了以微型计算机继电保护为主的实用新技术,对高压输电线路和大型发电机组的微型计算机继电保护作了较深入的讨论。

本书共分九章。第一章绪论,第二章微型计算机继电保护的数字信号基础,第三章微型计算机继电保护的硬件构成,第四章电网的电流、阻抗及方向保护,第五章输电线快速纵联保护,第六章自动重合闸,第七章电力变压器的继电保护,第八章发电机的继电保护,第九章母线的继电保护。

本书可作为高等院校电气工程及其相关专业的本科生、研究生以及电力企业职工培训的教材,也可供电力工业的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电力系统继电保护原理及新技术/李佑光,林东编著. —北京:科学出版社,2003

(21世纪高等院校教材)

ISBN 7-03-011153-2

I. 电… II. ①李…②林… III. 电力系统-继电保护-高等院校-教材
IV. TM77

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 006194 号

责任编辑:马长芳/文案编辑:唐正必/责任校对:宋玲玲

责任印制:刘秀平/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

西 燕 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年6月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2003年6月第 一 次印刷 印张:17 1/2

印数:1—4 000 字数:343 000

定价:25.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

《电力系统继电保护原理及新技术》一书是在教学、科研实践的基础上,为适应21世纪教学改革的需要而编写的。本书融继电保护原理和微型计算机式(数字式)继电保护新技术为一体,将传统继电保护和微型计算机继电保护有机地结合在一起,以电力系统电气元件为主线,根据电网的不同结构、不同元件,针对各种故障和异常运行状态,较系统地进行了理论分析,讲述了继电保护的基本原理、计算机数字信号处理方法,并重点讲述了继电保护新技术的应用。

我们在编写本书时力求全面系统地将理论基础、成熟技术和新成果一一介绍给读者,同时在结构编排上尽量考虑各章节的独立性,以方便各专业根据不同的教学计划灵活选用。本书共九章。第一章概述电力系统继电保护技术的基本任务和要求,继电保护的基本原理和继电保护装置的基本结构,展望其发展趋势。第二至第四章讲述电力系统继电保护的基础知识及基本原理,第五至第九章分别针对电力系统中不同电气元件、不同网络结构,根据不同故障特征,介绍如何应用数字技术来实现高效的继电保护功能。本书的特点是内容丰富,章节结构紧凑,叙述简明扼要,实用性强。可供高等院校电气工程及其相关专业的本科生、研究生作为教材使用,也可供电力工业的工程技术人员参考。

本书由李佑光、林东共同编写,第一至第五章由李佑光执笔,第六至第九章由林东执笔。华中科技大学吴希再教授主审。在编写过程中得到了重庆大学卢继平、罗建等老师的支持,在此向他们表示深切的谢意。

鉴于某些原因书中难免会有错漏之处,敬请读者提出宝贵意见。

编者

2003年2月于重庆大学

目 录

第一章 绪论	1
1.1 电力系统继电保护的任務	1
1.2 电力系统继电保护的基本要求	2
1.3 电力系统继电保护的基本原理与分类	4
1.4 继电保护装置的基本结构	5
1.5 继电保护的发展历史及现状	6
第二章 微型计算机继电保护的数字信号基础	8
2.1 采样定理	8
2.2 数字滤波器	13
2.3 微型计算机继电保护的基本算法	31
第三章 微型计算机继电保护的硬件构成	43
3.1 模拟数据采集系统	44
3.2 开关量输入输出电路	54
3.3 人机对话系统的硬件原理	58
第四章 电网的电流、阻抗及方向保护	65
4.1 单侧电源辐射网络相间短路的电流保护	65
4.2 单侧电源辐射网络相间短路的距离保护	77
4.3 双侧电源网络相间短路保护	88
4.4 中性点直接接地电网中接地短路保护	104
4.5 中性点非直接接地电网单相接地保护	116
4.6 影响距离保护的因素及对策	124
第五章 输电线快速纵联保护	134
5.1 输电线的高频距离保护	134
5.2 输电线光纤纵联差动保护	156
第六章 自动重合闸	178
6.1 自动重合闸在电力系统中的作用	178
6.2 自动重合闸装置的基本要求	179
6.3 双侧电源送电线路重合闸方式的选择原则	180
6.4 重合闸动作时限的选择原则	181
6.5 重合闸与继电保护的配合	182

6.6	单相自动重合闸	184
6.7	综合重合闸简介	188
第七章	电力变压器的继电保护	189
7.1	概述	189
7.2	变压器的纵联差动保护	191
7.3	变压器的电流和电压保护	201
7.4	变压器的接地保护	204
7.5	变压器的瓦斯保护	208
第八章	发电机的继电保护	210
8.1	概述	210
8.2	发电机的相间短路保护和匝间短路保护	211
8.3	发电机的定子单相接地保护	221
8.4	发电机的负序过电流和转子接地保护	230
8.5	发电机的失磁保护	236
8.6	发电机逆功率保护及其他保护	248
8.7	发电机-变压器组继电保护的特点和方案举例	251
第九章	母线的继电保护	260
9.1	装设母线保护的基本原则	260
9.2	母线继电保护及其实现	261
参考文献	272

第一章 绪 论

1.1 电力系统继电保护的任务

电力工业是国民经济的基础,是重要的支柱产业。它与国家的兴盛和人民的安康有着密切的关系,因此,电力产品应该是安全、可靠、经济、优质的能源产品。

随着国民经济的飞速发展,电力系统的规模越来越大,结构越来越复杂。在整个电力生产过程中,由于人为因素或大自然的原因,会发生这样那样的故障和出现不正常的运行状态。一旦发生故障即会产生如下后果:

- 1) 数值很大的短路电流通过短路点会燃起电弧使故障设备烧坏,烧毁。
- 2) 短路电流通过故障设备和非故障设备时会发热并产生电动力作用,使设备受到机械性损坏和绝缘损伤以至缩短设备使用寿命。
- 3) 电力系统中电压下降,使大量用户的正常工作遭受破坏或产生废品。
- 4) 破坏电力系统各发电厂之间并列运行的稳定性,导致事故扩大,甚至造成整个系统瓦解,瘫痪。

对于电力系统运行中存在的这些故障隐患,要积极采取一些预防性措施,如提高设备质量,增加可靠性和延长使用寿命。而从运行管理角度出发,应提高从业人员的安全意识和增强责任心,提高科学管理水平,增强安全措施以尽量减少事故的发生。

对于不可抗拒的事故应做到及时发现,并迅速有选择性地切除故障组件,隔离故障范围,以保证系统非故障部分的安全稳定运行,尽可能减小停电范围,保护设备安全。

继电保护是一种能反应电力系统故障和不正常状态,并及时动作于断路器跳闸或发出信号的自动化设备。继电保护一词是指继电保护技术或由各种继电保护装置单元组成的继电保护系统。其任务是:

- (1) 自动、迅速有选择地切除故障组件,使无故障部分恢复正常运行,使故障部分设备免遭毁坏。
- (2) 发现电气组件的不正常状态,根据运行维护条件动作于发信号,减负荷或跳闸。

1.2 电力系统继电保护的基本要求

动作于跳闸的继电保护,在技术、经济上一般应满足五个基本要求,即选择性、速动性、灵敏性、可靠性和经济性。现分别讨论如下。

(1) 选择性

继电保护动作的选择性是指保护装置动作时,仅将故障组件从电力系统中切除,使停电范围尽量缩小,以保证系统中的无故障部分仍能继续安全运行。

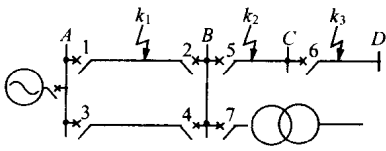


图 1-1 单侧电源网络中有选择性动作的说明

在图 1-1 所示的网络接线中,当 k_1 点短路时,应由距短路点最近的保护 1 和 2 动作跳闸,将故障线路切除,变电所 B 则仍可由另一条无故障的线路继续供电。而当 k_3 点短路时,保护 6 动作跳闸,切除线路 C-D,此时只有变电所 D 停电。由此可见,继电保护有选择性的动作可将停电范围限制到最

小,甚至可以做到不中断向用户供电。

(2) 速动性

快速地切除故障可以提高电力系统并列运行的稳定性,减少用户在低电压情况下的工作时间,减小故障组件的损坏程度。因此,在发生故障时,力求保护装置能迅速动作切除故障。

在一些情况下,电力系统允许保护装置在切除故障时带有一定的延时。因此,对继电保护速动性的具体要求,应根据电力系统的接线以及被保护组件的具体情况来确定。下面列举一些必须快速切除的故障:

- 1) 根据维持系统稳定性的要求,必须快速切除高压输电线路上的故障;
- 2) 导致发电厂或重要用户的母线电压低于允许值(一般为额定电压的 70%)的故障;
- 3) 大容量的发电机、变压器及电动机内部所发生的故障;
- 4) 1~10 kV 线路导线截面过小,为避免过热不允许延时切除的故障等;
- 5) 可能危及人身安全,对通讯系统或铁道号志系统有强烈干扰的故障等。

故障切除的总时间等于保护装置和断路器动作时间之和。一般的快速保护的动作为 0.06~0.12s,最快的可达 0.01~0.04s,一般的断路器的动作时间为 0.06~0.15s,最快的可达 0.02~0.06s。

(3) 灵敏性

继电保护的灵敏性,是指对于保护范围内发生故障或不正常运行状态的反应能力。满足灵敏性要求的保护装置应该是,在事先规定的保护范围内部发生故障

时,不论短路点的位置在何处,短路的类型如何,以及短路点是否有过渡电阻,都应敏锐感觉,正确反应。保护装置的灵敏性,通常用灵敏系数来衡量,它主要决定于被保护组件和电力系统的参数和运行方式。

(4) 可靠性

保护装置的可靠性是指在所规定的保护范围内,发生了它应该动作的故障时,它不应该拒绝动作;而在该保护不该动作的情况下,则不应误动作。因此可靠性包括两方面的内容:可靠不拒动和可靠不误动。

一般说来,保护装置的组成组件的质量越高,接线越简单,保护装置的工作就越可靠。同时,精细的制造工艺,正确的调整试验,良好的运行维护以及丰富的运行经验,对于提高保护的可靠性也具有重要的作用。

为了保证继电保护的可靠性,必须考虑继电保护或断路器拒绝动作的可能性,因此,除主保护(满足系统稳定性要求的时限内切除保护区内故障)外,还需要考虑后备保护和辅助保护(补充主保护、后备保护不足)的问题。如图 1-1 所示,当 k_3 点短路时,距短路点最近的保护 6 本应动作切除故障,但由于某种原因,该处的继电保护或断路器拒绝动作,故障便不能消除。此时,如其前面一条线路(靠近电源侧)的保护 5 能动作,故障也可消除。能起保护 5 这种作用的保护称为相邻组件的后备保护。同理,保护 1 和 3 又应该作为保护 5 和 7 的后备保护。按以上方式构成的后备保护是在远处实现的,因此又称为远后备保护。

在复杂的高压电网中,当实现远后备保护在技术上有困难时,也可以采用近后备保护的方式,即当本组件的主保护拒绝动作时,由本组件的另一套保护作为后备保护;当断路器拒绝动作时,由同一发电厂或变电所内的有关断路器动作,实现后备保护。为此,在每一组件上应装设单独的主保护和后备保护,并装设必要的断路器失灵保护。由于这种后备作用是在主保护安装处实现的,因此称它为近后备保护。

应当指出,远后备保护的性能是比较完善的,它对于由相邻组件的保护装置、断路器、二次回路和直流电源所引起的拒绝动作,均能起到后备保护作用。同时,它的实现简单、经济,因此,应优先采用,只当远后备保护不能满足要求时,才考虑采用近后备保护的方式。

(5) 经济性

选择继电保护方式除应满足上述的要求外,还应该考虑经济条件。首先应从国民经济的整体利益出发,按被保护组件在电力系统中的作用和地位来确定保护方式,而不能只从保护装置本身的投资来考虑。这是因为保护不完善或不可靠给国民经济所造成的损失,一般都远远超过即使是最复杂的保护装置的投资。但要注意,对较为次要的数量很多的电气组件(如小容量电动机等),不应该装设过于复杂和昂贵的保护装置。

以上五个基本要求是分析研究继电保护性能的基础,也是贯穿全课程的一个基本线索。在它们之间,既有矛盾的一面,又有在一定条件下统一的一面。继电保护的科学研究、设计、制造和运行的绝大部分工作也是围绕着如何处理好这五个基本要求之间的辩证统一关系而进行的,在学习这门课程时应注意学习和运用这样的思想和分析方法。

1.3 电力系统继电保护的基本原理与分类

为完成继电保护的任任务,首先需要正确区分电力系统正常运行与发生故障或不正常运行状态之间的差别,找出电力系统被保护范围内电气组件(输电线路、发电机、变压器等)发生故障或不正常运行时的特征,配置完善的保护以满足继电保护的要求。

电力系统不同电气组件故障或不正常运行时的特征可能是不同的,但在一般情况下,发生短路故障之后总是伴随有电流增大,电压降低,电流、电压间的相位发生变化,测量阻抗发生变化等,利用正常运行时这些基本参数与故障时的区别,可以构成不同原理的继电保护。例如反应电流增大的过流保护,反应电压降低的低电压保护,反应故障点到保护安装处之间距离(或阻抗)的距离保护,反应电流、电压间相位的方向保护及反应故障瞬间特征量的瞬态保护等。

构成各种继电保护装置时,可使它们反应每相中的某一个或几个基本电气参数(如相电流或相电压等),也可以使之反应这些基本参数的一个或几个对称分量(如负序、零序或正序量),例如利用零序构成接地保护,利用负序量构成相间保护。还可以使其反应基本参数的某次谐波分量,如发电机三次谐波定子单相接地保护等。

上述的基本故障特征是故障或不正常运行时的稳态参数,即故障发生且稳定后得到的,以这些特征量构成的继电保护称作稳态保护。

随着微型计算机继电保护的深入发展,各种以电力系统故障瞬时信息为故障特征的瞬态保护应运而生。如建立在小波分析基础上的输电线路行波保护,它利用小波分析捕捉故障电流行波波头在故障点和两保护安装处之间的传播时间差 Δt 来确定故障点的位置,从而确定故障是否发生在区内,保护是否应该动作。例如,当线路长为 L ,故障点离 M, N 两端的距离分别为 X_M 和 X_N ,则双端信息保护时有

$$X_M = \frac{(L + \Delta tv)}{2} \quad X_N = \frac{(L - \Delta tv)}{2}$$

单端信息保护时有

$$X_M = \frac{\Delta t_1 v}{2}$$

其中, v 为行波速度, 它接近光速, 一般取 $v = 2.89 \times 10^5 \text{ km/s}$, Δt_1 为波头由 M 侧返回到故障点再由故障点到 M 侧的时间。除反应各电气组件电气量的保护外, 还有根据各电气设备的特点实现反应非电量的保护, 例如变压器油箱内部绕组短路时, 反应为油被分解产生气体而构成的瓦斯保护, 反应电动机绕组温度升高而构成的过热保护等。

继电保护是由各种继电器(机电式)或组件(静态保护和微型计算机继电保护)组成。继电器或组件的分类方法很多, 其中按启动量划分的有稳态和瞬态保护; 按不同参量的过量、欠量和差量划分的有过电流继电器、低电压继电器、电流差动继电器等的稳态保护; 若按其结构原理划分则有电磁感应型、整流型、晶体管型、集成电路型和微型计算机等继电保护。此外还有诸如自适应保护、网络化保护等名目繁多的分类和称谓。

1.4 继电保护装置的基本结构

尽管继电保护装置的分类繁多, 但就一般而言其基本结构主要包括现场信号输入部分, 测量部分, 逻辑部分和执行部分。原理结构框图如图 1-2 所示。

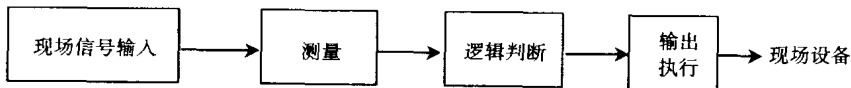


图 1-2 继电保护装置基本结构原理图

(1) 现场信号输入部分

现场信号送入继电保护装置一般要进行必要的前置处理, 如隔离、电平转换、低通滤波等, 使继电器能有效地检测各现场物理量。

(2) 测量部分

测量部分是检测经现场信号输入电路处理后的与被保护对象有关的物理量, 并与已给定的定值或自动实时生成的判据(自适应保护)进行比较, 根据比较的结果给出“是”, 或“非”, 即“0”和“1”性质的一组逻辑信号或电平信号, 经判断确定保护是否应起动。

(3) 逻辑部分

逻辑部分是依据测量部分各输出量的大小、性质, 逻辑状态、输出顺序等信息, 按一定的逻辑关系组合、运算, 最后确定是否应该使断路器跳闸或发出信号, 并将

有关命令传给执行部分。常用逻辑一般有“或”、“与”、“非”、“延时”、“记忆”等功能。

(4) 执行部分

执行部分是根据逻辑部分送来的出口信号,完成保护装置的最终任务。主要负责保护装置与现场设备的隔离、连接、电平转换、出口跳闸的功率驱动,以及现场设备状态信息的返回等,以使继电保护装置能可靠地工作于电力设备发生故障时跳闸,不正常运行时发出信号,正常运行时不动作的理想状态。

1.5 继电保护的发展历史及现状

继电保护技术随着电力系统的发展而发展。同时也随着通信、信息、电子、计算机等相关技术的发展而不断创新。为了保护电机免受短路电流的破坏,首先出现了反应电流超过一预定值的过电流保护。熔断器就是最早的、最简单的的过电流保护方式。这种保护方式至今仍广泛应用于低压线路和用电设备。熔断器的特点是融保护装置与切断电流的装置于一体,其结构最为简单。由于用电设备的功率、发电机的容量不断增大,发电厂、变电站和供电网的结线不断复杂化,电力系统中正常工作电流和短路电流都不断增大,熔断器已不能满足选择性和快速性的要求,于是出现了作用于断路器的过电流继电器。19世纪80年代出现了用于断路器上直接反应一次短路电流的电磁型过电流继电器。

1901年出现了感应型过电流继电器。1908年提出了比较被保护组件两端电流的电流差动保护原理。1910年方向性电流保护开始得到应用,20世纪20年代初距离保护装置出现。随着电力系统载波通讯的发展,在1927年前后,出现了利用高压输电线上高频载波电流传送和比较输电线两端功率方向或电流相位的高频保护装置。20世纪50年代,微波中继通讯开始应用于电力系统,从而出现了利用微波传送和比较输电线两端故障电气量的微波保护。并提出了利用故障点产生的行波实现快速继电保护的设想,70年代终于诞生了行波保护装置。随着光纤通讯的出现便有了光纤保护的广泛应用,如光纤差动保护、光纤距离保护等。

以上是继电保护原理的发展过程。与此同时,构成继电保护装置的组件、材料、保护装置的结构型式和制造工艺也发生了巨大的变革。20世纪50年代以前的继电保护装置都是由电磁型、感应型或电动型继电器组成的。这些继电器都具有机械转动部件,统称为机电式继电器。由机电式继电器组成的继电保护装置称为机电式保护装置。这种保护装置体积大,消耗功率大,动作速度慢,机械转动部分和触点容易损坏或粘连,调试维护比较复杂,不能满足超高压、大容量电力系统的要求。目前正逐渐被淘汰。

20世纪50年代,开始出现了晶体管式继电保护装置。这种保护装置体积小,

功率消耗小,动作速度快,无机械转动部分,称之为电子式静态保护装置。随着大规模集成电路的发展,80年代后期,集成电路继电保护装置很快取代了晶体管继电保护装置,成为静态继电保护装置的主要型式。

在60年代末,电子计算机一问世,便进行了对继电保护计算机算法的大量研究,为今天微型计算机式继电保护(以下简称微机继电保护)的发展奠定了理论基础。随着微处理器技术的迅速发展及其价格急剧下降,在70年代后期,出现了比较完善的微机保护样机,并投入到电力系统中试运行。80年代微机保护在硬件结构和软件技术方面已趋成熟。微机保护具有巨大的计算、分析和逻辑判断能力,有存储记忆功能,因而可用以实现任何性能完善且复杂的保护原理。微机继电保护可连续不断地对本身的工作情况进行自检,其工作可靠性很高。此外,微机继电保护可用同一硬件实现不同的保护原理,这使保护装置的制造大为简化,也容易实行保护装置的标准化。微机继电保护除了具有保护功能外,还有故障录波、故障测距、事件顺序记录,以及与调度计算机交换信息等辅助功能,这对于简化保护的调试、事故分析和事故后的处理等都有重大意义。进入20世纪90年代以来,在我国得到大量应用,已成为继电保护装置的主要型式,是当今电力系统保护、控制、运行调度及事故处理的综合自动化系统的重要组成部分。

随着计算机技术、微电子技术、网络通信技术、信息技术的不断发展,最新研制的微机继电保护的体积更小,功能更强,性能更优,如硬件结构方面,采用具有强大数据处理功能的DSP微处理芯片,低功耗可编程逻辑芯片(CPLD)和高集成度专用芯片(ASIC)后,使装置的体积,功耗,可靠性等方面得到很大提升。我国微机继电保护正向微型化、网络化、智能化和人性化方面高速发展。

第二章 微型计算机继电保护的数字信号基础

微型计算机继电保护(微机继电保护)以微型计算机为基础,用数字电路代替传统的模拟电路,用数字信号处理技术来完成各种计算和逻辑功能。模拟信号的数字化及处理技术是微机继电保护的重要基础,因此有必要对数字信号的一些基本概念及处理技术作简要介绍。

2.1 采样定理

计算机能接受和处理的是数字信号,而电力系统现场多是模拟信号,因此两种信号有一个转换的过程,这就是我们常说的采样和 A/D 转换。

所谓采样,即是将连续时间信号变为对应的离散数字信号的过程。

将时间上连续的模拟信号转换成与之对应的在时间上离散的数字信号的理论基础就是采样定理。采样定理的内容是:对连续时间信号 $x(t)$ 进行采样时,周期采样频率 f_s 必须大于被采样原始信号 $x(t)$ 的最大截止频率 f_c 的两倍,才能从离散的数字信号 $x_s(t)$ 中完全恢复出原始信号 $x(t)$ 。换句话说,当 $f_s > 2f_c$ 时,采样信号 $x_s(t)$ 完全能代表原始信号 $x(t)$,但前提是 $x(t)$ 的频谱 $x(f)$ 是有限带宽(即当 $|f| > f_s/2$ 时,有 $x(f) = 0$)。 $x(f) = 0$ 时的信号频率 f 即为 $x(t)$ 的最大截止频率 f_c 。

下面就信号的采样和恢复进行讨论。

2.1.1 连续时间信号的采样

如图 2-1 所示,对于一个连续时间的信号 $x(t)$,如果按等时间间隔 T 对其进行采样后,得到的采样脉冲序列就是采样信号。如果用 $x(t)$ 代表连续时间信号,则令 $x_s(t)$ 代表采样信号,下标 s 表示经过采样后的函数是离散型函数,这样,我们可以把采样数据信号 $x_s(t)$ 看成是 $x(t)$ 与脉冲序列 $\delta_T(t)$ 的乘积。

$$x_s(t) = x(t) \cdot \delta_T(t) \quad (2-1)$$

采样器也可看成是一个调制器,输入量 $x(t)$ 作为被调制信号,单位脉冲序列 $\delta_T(t)$ 则看成是载波,如图 2-1(b)所示,可以将脉冲序列写成

$$\delta_T(t) = \sum \delta(t - kT) \quad (k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-2)$$

式中, $\delta(t - kT)$ 是发生在 $t = kT$ 时刻上的单位脉冲函数。

所以, 对连续时间信号 $x(t)$ 进行周期采样时, 采样信号 $x_s(t)$ 的表达式为

$$x_s(t) = x(t) \sum \delta(t - kT) \quad (k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-3)$$

由于 $x_s(t)$ 是采样开关之后的脉冲序列, 只有在采样脉冲出现时刻才有意义。所以上式也可写成

$$x_s(t) = \sum x(kT) \delta(t - kT) \quad (k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-4)$$

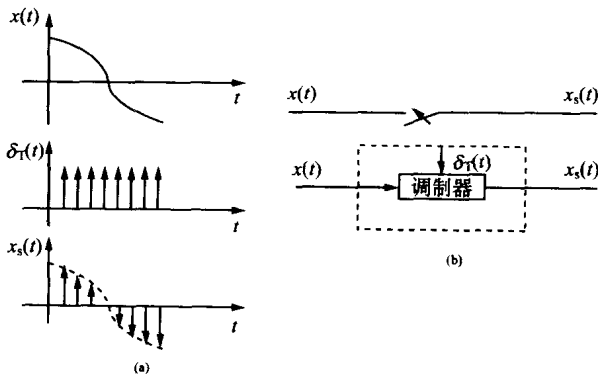


图 2-1 利用脉冲进行采样得到的采样信号

但是, 在实际控制系统中, $t < 0$ 时, $x(t) = 0$, 所以式(2-3)和式(2-4)中 k 的取值范围又可写成

$$x_s(t) = x(t) \sum \delta(t - kT) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-5)$$

$$\begin{aligned} x_s(t) &= \sum x(kT) \delta(t - kT) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, \infty) \\ &= x(0) \delta(t) + x(T) \delta(t - T) + x(2T) \delta(t - 2T) + \dots \end{aligned} \quad (2-6)$$

式(2-5)和(2-6)就是采样信号 $x_s(t)$ 的两种数学描述表达式, 它表明了在不同的采样时刻上有一个脉冲输出, 而脉冲的值由该时刻上 $x(t)$ 的值 $x(kT)$ 决定。

2.1.2 采样信号 $x_s(t)$ 的频谱

在时域上, 我们能清楚地看到连续时间信号 $x(t)$ 与离散时间信号 $x_s(t)$ 之间的联系和区别。那么, 在频域上, 两者频谱之间的关系怎样呢?

对于连续时间信号 $x(t)$, 其傅里叶变换 $X(f)$ 定义为

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2-7)$$

对于离散时间信号 $x_s(t)$, 其傅里叶变换 $X_s(f)$ 表达式为

$$X_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \delta_T(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2-8)$$

对于周期函数, 用傅里叶级数形式表示为

$$\delta_T(t) = \sum C_n e^{j2\pi n f_s t} \quad (n = -\infty, \dots, 0, 1, \dots, +\infty) \quad (2-9)$$

式中: $f_s = \frac{1}{T}$, 称为采样频率, n 为采样脉冲(单位冲击脉冲)数,

$$\begin{aligned} C_n &= \left(\frac{1}{T}\right) \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta_T(t) e^{-j2\pi n f_s t} dt \\ &= \left(\frac{1}{T}\right) \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta(t) e^{-j2\pi n f_s t} dt \\ &= \frac{1}{T} \end{aligned} \quad (2-10)$$

所以有

$$\delta_T(t) = \left(\frac{1}{T}\right) \sum e^{j2\pi n f_s t} \quad (n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \quad (2-11)$$

于是, $x_s(t)$ 的傅里叶变换表达式为

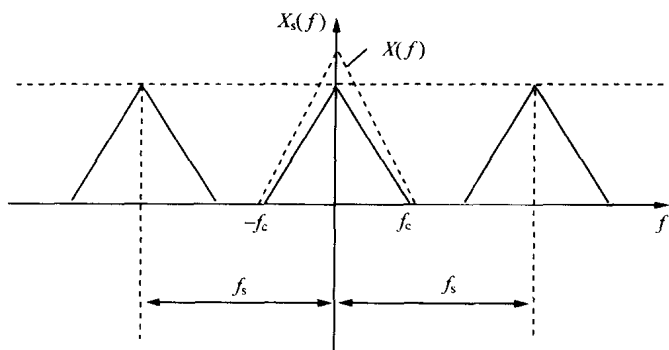
$$\begin{aligned} X_s(f) &= \left(\frac{1}{T}\right) \sum \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{j2\pi n f_s t} e^{-j2\pi ft} dt \\ &= \left(\frac{1}{T}\right) \sum \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi(f-nf_s)t} dt \\ &= \frac{1}{T} \sum X(f - nf_s) \quad (n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty) \end{aligned} \quad (2-12)$$

式中, $X(f)$ 是 $x(t)$ 的傅里叶变换。

通过式(2-12)可以清楚地看出, 一个连续时间信号 $x(t)$, 经过采样后, 得到的采样信号 $x_s(t)$ 的傅里叶变换其频谱 $X_s(f)$ 与 $X(f)$ 之间的关系如图 2-2 所示。

2.1.3 采样信号的恢复

下面讨论在满足采样定理的条件下, 如何从采样信号 $x_s(t)$ 来复现 $x(t)$ 的问

图 2-2 采样信号频谱 $X_s(f)$ 与原始信号的频谱 $X(f)$

题。如果采样过程满足采样定理,那么采样信号的频谱就不会出现频率混叠现象,即

$$X_s(f) = \left(\frac{1}{T}\right) \sum X(f - nf_s) \quad (n = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty)$$

$$X_s(f) = \left(\frac{1}{T}\right) X(f) \quad (\text{当 } |f| < \frac{f_s}{2} \text{ 时})$$

显然,此时采样信号与原始信号具有相同的频谱,为此,我们可以将采样信号 $x_s(t)$ 通过一个频率特性如图 2-3 所示的理想低通滤波器来恢复原始信号,这个理想的低通滤波器只允许频率低于 $\frac{f_s}{2}$ 的信号通过,它的频域表达式为

$$G(f) = \begin{cases} T & |f| < \left(\frac{f_s}{2}\right) \\ 0 & |f| > \left(\frac{f_s}{2}\right) \end{cases} \quad (2-13)$$

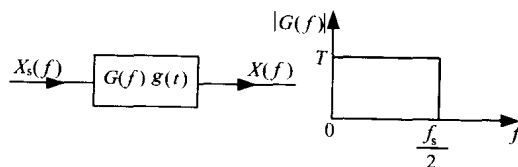


图 2-3 采样信号的恢复

采样信号经过这个低通滤波器后,就可以得到原来的连续时间信号 $x(t)$,其频谱 $X(f)$,为