

程曙霞 编

简明教程 工程试验理论

(修订版)



中国科学技术大学出版社

工程试验理论简明教程

(修订版)

程曙霞 编

中国科学技术大学出版社

2000·合肥

图书在版编目(CIP)数据

工程试验理论简明教程(修订版)/程曙霞编 - 修订版,一合肥:
中国科学技术大学出版社,2000.2
ISBN 7-312-01151-9

I. 工… II. 程… III. 工程技术-实验-教材 IV. TB1 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 03131 号

中国科学技术大学出版社出版发行

(安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026)

中国科学技术大学印刷厂印刷

全国新华书店经销

开本:850×1168/32 印张:11.25 字数:300 千

2000 年 2 月第 1 版 2000 年 2 月第 1 次印刷

印数:1~1200 册

ISBN 7-312-01151-9/TB·3 定价:12.00 元

内 容 提 要

本书着重介绍工程试验中主要的、普遍适用的处理方法及其理论根据。内容包括如下四个方面：

- (1) 试验测量的误差理论及观测量的数据处理方法；
- (2) 试验测定系统的基本特征；
- (3) 相似理论及因次分析理论；
- (4) 试验设计基础。

本书可作为理工科高年级本科生、硕士生教材以及科技人员的参考书。

再版前言

本书作为中国科学技术大学热科学与工程系(前身为工程热物理系)研究生学位教材,迄今已逾十年。十年来,本人的教学和科研实践,科技的飞跃进步以及众多读者的有益建议都为不断完善本教材内容提供了丰富资料及推动力。

正是在这些养分的培植与作用下,编者希望借再版之机,力求新版本能够做到:(1) 与学生已学过的前修课(如概率论与数理统计,传热学,流体力学等)有更紧密的衔接与联系;(2) 删改若干旧内容,增写新内容,补充课外复习思考题,使之更结合工程实际或更有助于对基本概念的理解;(3) 保持理论体系完整,概念清晰,叙述简明。注重培养学生应用基本理论解决工程试验问题的能力;(4) 在内容安排上,便于自学。

再版教材更名为“工程试验理论简明教程”。

尽管编者已竭尽所能,但书中仍难免有许多不妥或谬误之处,敬希读者批评指正。

编 者

1999年9月

前 言

科学实验是一切自然科学的基础,也是科学理论的源泉。它的根本任务就是认识自然现象的客观规律,以便能动地改造客观世界。

诚然,科学实验的具体方法各式各样,途径也千差万别,但它们均需在某些基本理论的指导下,才能预期完成。众所周知,任何科学实验总要定量地测定有关物理量,确定其精确度并寻求各物理量间本质上的联系,这就必须掌握误差理论及实验数据的数学处理方法;在实验中,被测定的物理量往往需要变换为易于测量、记录和分析的信号,同时要借助仪器去检测、分析并处理这些信号,这就必须了解测量系统的基本特性;任何实验总希望尽量减少参与实验的参变量的数目;以便提高效率,也总希望通过廉价简单的模型试验,去揭示复杂的物质现象的本质,这就必须掌握相似理论及因次分析原理;任何实验总要尽力控制试验因素,尽可能消除外界无关的变量对试验结果的影响,因此需要事先提出优化的试验方案,以便能用最少的试验工作量获取最大限度的有用的试验数据,这就必须掌握试验设计的数学方法。

总之,本书所阐述的工程试验的基本理论包括:误差理论及实验数据处理方法;测量系统的基本特性;相似理论及因次分析原理以及试验设计的数学方法。虽然上述内容均已分别散见于各种专著之中,但为了给读者提供一个完整的、系统而又简明的介绍,便于他们能在较短的时间内学到这些知识,并用于解决实际的工程试验问题,编写这本书仍然是很有必要的。在编写过程中,参考了

国内外有关书籍、资料和教材,其中部分内容从 1985 年秋季开始在中国科学技术大学工程热物理系硕士研究生及高年级本科生中讲授,几年来,根据教学和科研实践,陆续作了增删与改写。

本书可作为高等院校理工科学生及研究生的教材,也可供教师、工程技术人员及科研人员阅读参考。

由于编者水平有限,难免有不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者

1989 年 2 月

目 录

再版前言	(I)
前 言	(II)
1 处理随机变量的若干基础知识	(1)
1.1 随机变量	(1)
1.2 统计量	(13)
1.3 参数估计	(24)
复习思考题	(30)
2 测量的随机误差	(35)
2.1 随机误差的正态分布与非正态分布	(35)
2.2 测量方差(标准差)的估计	(36)
2.3 测量真值的估计	(48)
2.4 权与不等精度测量	(52)
2.5 可疑数据的取舍	(56)
复习思考题	(72)
3 测量的系统误差	(76)
3.1 消除或减弱系统误差的几种典型方法	(77)
3.2 发现系统误差的方法	(87)
复习思考题	(100)
4 误差的合成和分配	(101)
4.1 随机误差的合成	(101)
4.2 系统误差的合成	(103)
4.3 综合误差及其计算	(106)

4.4	间接测量中误差的传递与合成	(109)
	复习思考题	(119)
5	测量系统的基本特性	(121)
5.1	概述	(121)
5.2	仪器的阻抗与负载	(122)
5.3	测量系统的静态特性	(125)
5.4	测量系统的动态特性	(128)
5.5	测量系统参数的试验确定	(148)
	复习思考题	(152)
6	相似理论与因次理论	(155)
6.1	相似现象	(155)
6.2	因次表达式	(157)
6.3	相似第一定理	(159)
6.4	相似第二定理	(164)
6.5	相似第三定理(π 定理)	(168)
6.6	相似准则的求法	(171)
6.7	应用因次理论必须注意的问题	(186)
6.8	模型研究	(195)
6.9	相似理论在传热过程中的应用举例	(206)
	复习思考题	(216)
7	数据处理及其统计分析	(219)
7.1	直线拟合——一元线性回归方程	(219)
7.2	曲线拟合——一元非线性回归方程	(243)
	复习思考题	(259)
8	试验设计基础	(263)
8.1	单因子的试验设计	(264)
8.2	正交试验设计	(289)
	复习思考题	(316)
附 表		(318)

(一) 标准正态分布的分布函数 $N(x, 0, 1)$ 数值表	… (318)
(二) χ^2 分布的 $\chi^2_\alpha(v)$ 数值表	…………… (320)
(三) t 分布的 t_α 数值表	…………… (322)
(四) F 分布表	…………… (324)
(五) 力学中物理量的因次表达式	…………… (332)
(六) 常用正交表	…………… (333)
参考文献	…………… (344)

1 处理随机变量的若干基础知识

1.1 随 机 变 量

1.1.1 什么是随机变量

在一定试验条件下,某现象 A 可能发生,也可能不发生,并且只有发生或不发生这样两种可能,我们将发生了现象 A 的事件称为随机事件 A 。为了全面研究随机事件,以进一步揭示客观存在的统计规律性,引入随机变量的概念是必要的。让我们先做一个抛硬币的随机试验,它只有两种可能的试验结果:出现正面 H 或出现反面 T 。若用实数 X 取“1”或“0”分别代表出现“ H ”或“ T ”事件,则试验结果的不同等价于 X 取值的不同。如果进一步与随机试验的样本空间 $s = \{e\} = \{H, T\}$ 联系起来,则对应于样本空间的不同元素 e ,随机变量 X 取不同值,故可把 X 看成为定义在样本空间上的函数,即

$$X = X(e) = \begin{cases} 1 & \text{当 } e = H \\ 0 & \text{当 } e = T \end{cases}$$

由于试验结果的出现是随机的,因而函数 $X(e)$ 的取值也是随机的,我们称 $X(e)$ 为随机变量。这么一来,我们便将对事件的研究转化为对随机变量的研究。

在数学上,随机变量更严格的定义如下:设 E 是随机试验,它的样本空间是 $s = \{e\}$,如果对于每一个 $e \in s$ 有一个实数 $X(e)$ 和

它对应,这样就得到一个定义在 s 上的实值单值函数 $X(e)$,称 $X(e)$ 为随机变量。

可见,随机变量与我们以往所遇到过的普通函数有着本质上的不同:(1)随机变量随着试验结果的不同而取不同的值,因而在试验之前只知道它可能的取值范围,而不能预知它取什么值,加之,因试验结果是以一定的概率出现的,故随机变量的取值也是以相应的概率取值。相比之下,普通函数的取值却是确定的;(2)随机变量是定义在样本空间上的(样本空间的元素不一定是实数),而普通函数是定义在实数轴上的。总之,随机变量不是一个数,而是具有一定概率分布的一维数。随机变量的概率就是相应于它的随机事件出现的概率;随机变量的值落入某个区间内的概率就是这个区间所对应的那些随机事件的和事件的概率。

如果随机变量的取值是不连续的,即它只能取有限个或可数个数,则称这种类型的随机变量为离散型随机变量。例如,合格产品与废品的取值。如果随机变量可能的取值布满某个区间或整个数轴,则称它为连续型随机变量。例如,测量中的随机误差,分子运动速度……等。

1.1.2 随机变量的概率函数与分布函数

只用一个单独的数值显然不能代表一个随机变量,即使列举出随机变量的全部可能值,仍然不能算是完全地描述了一个随机变量。完整地掌握一个随机变量,必须了解它取各种可能值的概率,即必须了解随机变量的概率分布。例如射手打靶,若规定打到靶心,靶内及靶外可分别得到 2 分,1 分及零分。设所有射手射击一次“得分”数的全部可能的取值用随机变量 X 表示。则 $X = \{2, 1, 0\}$,显然,倘若不同时给出他们所取得数值的相应概率的话,则无法评价他们射击水平的高低,因而是没有意义的。可见,对于离散型随机变量 X 的完整描述,除了给出 X 的全部可能取值之外,还应给出每一个可能取值的概率。

设 X 的所有可能取值为 $x_i, i=1, 2, \dots$, 事件 $\{X=x_i\}$ 的概率为 $P_r\{X=x_i\}$, 则记

$$P_r\{X=x_i\} = p(x_i), i=1, 2, \dots \quad (1.1)$$

称 $p(x_i)$ 为离散型随机变量 X 的概率函数。也可用表格表示如下

X	x_1	x_2	$\dots$	x_i
P_r	$p(x_1)$	$p(x_2)$	$\dots$	$p(x_i)$

由概率定义可知, $p(x_i)$ 满足:

$$(1) p(x_i) \geq 0, i=1, 2, \dots$$

$$(2) \sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) = 1$$

对于非离散型随机变量 X , 由于其可能的取值不能被一一列举出来, 而是布满某个区间或整个数轴, 我们必须研究这种随机变量的取值落在一个区间内的概率 $P_r\{x_1 < X \leq x_2\}$ 。利用概率的有限可加性定理, 则

$$P_r\{x_1 < X \leq x_2\} = P_r\{X \leq x_2\} - P_r\{X \leq x_1\}$$

可见, 只需知道 $P_r\{X \leq x\}$, 便解决了非离散型随机变量 X 可能取值的概率分布。

$$\text{定义} \quad P_r\{X \leq x\} = P(x) \quad (1.2)$$

称 $P(x)$ 为分布函数。任何一个分布函数, 都必须满足: $P(-\infty) = 0$ 及 $P(+\infty) = 1$, 显然, 分布函数是一个普通函数。如果将 X 看成是数轴上随机点的坐标, 那么分布函数 $P(x)$ 在 x 处的函数值就表示点 X 落在区间 $(-\infty, x]$ 上的概率。

现在考虑区间 $x < X \leq x+dx$, 则

$$\begin{aligned} P_r\{x < X \leq x+dx\} &= P(x+dx) - P(x) \\ &= dP(x) \quad (\text{当 } dx \rightarrow 0) \end{aligned}$$

另一方面, 可把上式左边写极限形式, 则

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_r\{x < X \leq x+\Delta x\}}{\Delta x} = p(x) = \frac{dP(x)}{dx} \quad (1.3)$$

从而

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x)dx, \quad p(x) \geq 0 \quad (1.4)$$

$$\text{且} \quad P(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1 \quad (1.5)$$

完全类似地,离散型随机变量 X 的概率函数与分布函数之间具有如下关系:

$$P(x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) \quad (1.6)$$

式中 $\sum_{x_i \leq x}$ 表示对所有满足 $x_i \leq x$ 的 x_i 求和,

$$p(x_i) = P(x_i) - P(x_{i-1}) \quad (1.7)$$

并且

$$\sum_x p(x) = P(x = \infty) = 1 \quad (1.8)$$

式中 $\sum_x$ 表示对所有可以取到的 x 值求和。

称式(1.5)和式(1.8)为概率函数的归一化条件,任何概率函数都必须满足归一化条件。

离散型随机变量的概率函数与分布函数的形状如图 1.1 所示。

对于非离散型随机变量,其概率函数大于、等于零。概率函数曲线是连续光滑的。由于归一化条件,概率函数曲线下的总面积为 1,分布函数曲线是一条单调上升到 1 的曲线,见图 1.2。

已知一个随机变量 X 的概率密度函数或分布函数,就可以计算 X 的值落入某一区间 $[a, b]$ 内的概率,即随机事件在区间 $a \leq x \leq b$ 的概率是

$$\begin{aligned} P_r(a \leq X \leq b) &= P(x = b) - P(x = a) \\ &= \int_a^b p(x)dx \end{aligned} \quad (1.9)$$

X 的值落入区间 $[a, b]$ 内的概率 $P_r(a \leq X \leq b)$,叫做随机变量 X 在区间 $[a, b]$ 内的概率含量,也就是 X 在 $[a, b]$ 区间内的概率密度

曲线下的面积。

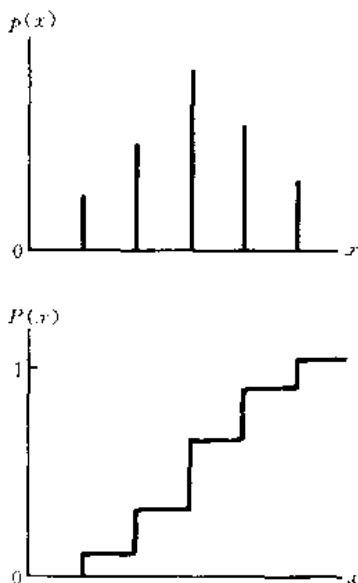


图 1.1 离散型随机变量的概率函数和分布函数

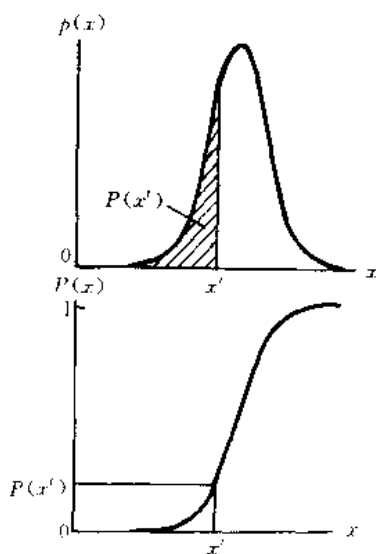


图 1.2 连续型随机变量的概率密度函数和分布函数

1.1.3 随机变量函数的概率函数

通常,将随机变量 X 具有概率函数 $p(x)$,说成随机变量 X 服从分布 $p(x)$,简记为

$$X \sim p(x) \quad (1.10)$$

如果随机变量 Y 是随机变量 X 的函数,即

$$y = f(x)$$

则 Y 的概率函数 $p(y)$ 可以由 X 的概率函数 $p(x)$ 导出,下列定理证明了这一点。

定理 1.1 如果 y 是随机变量 Y 的取值, x 是随机变量 X 的取值, X 与 Y 之间成单调函数 $y=f(x)$ 的关系,并且 $Y \sim p(y)$, X

$\sim p(x)$, 则

$$p(y) = \left. \frac{dx}{dy} \right| p(x(y)) \quad (1.11)$$

证 若 $y=f(x)$ 是单调增函数, 则由数学分析知它的反函数 $x=g(y)$ 也必是单调增函数。显然, 当且仅当事件 $X \leq x=g(y)$ 发生时, 事件 $Y \leq y$ 才发生, 可见随机变量 Y 的分布函数 $P(y)$ 为

$$\begin{aligned} P(y) &= P_r[Y \leq y] = P_r[X \leq x = g(y)] \\ &= \int_{-\infty}^{g(y)} p(x) dx \end{aligned}$$

上式两边对 y 求导, 则

$$p(y) = p(g(y))g'(y) = p(x) \frac{dx}{dy}$$

同理可证, 若 $y=f(x)$ 是单调减函数, 则当且仅当 $X \geq x=g(y)$ 发生时, $Y \leq y$ 才发生, 于是

$$\begin{aligned} P(y) &= P_r[Y \leq y] = P_r[X \geq x = g(y)] \\ &= \int_{g(y)}^{+\infty} p(x) dx \end{aligned}$$

故
$$p(y) = -p(x) \frac{dx}{dy}$$

这时 $\frac{dx}{dy} < 0$, 可见, 无论 $y=f(x)$ 是单调增函数还是减函数,

均有
$$p(y) = \left| \frac{dx}{dy} \right| p(x)$$

如果 $y=f(x)$ 不是单调函数, 如图 1.3 所示。这时, 因事件 $Y \leq y$ 当且仅当互不相容事件 $X \in x_1(y), X \in x_2(y), X \in x_3(y) \cdots$ 之一发生时才发生, 这里 $X \in x_i(y), i=1, 2, \cdots$, 表示随机变量 X 落在区间 $x_i(y)$ 内。按概率加法定理, 我们有

$$\begin{aligned} P(y) &= P_r[Y \leq y] = \sum_i P_r[X \in x_i(y)] \\ &= \sum_i \int_{x_i(y)} p(x) dx \end{aligned}$$

故

$$p(y) = \sum_i \left| \frac{dx_i(y)}{dy} \right| p[x_i(y)] \quad (1.12)$$

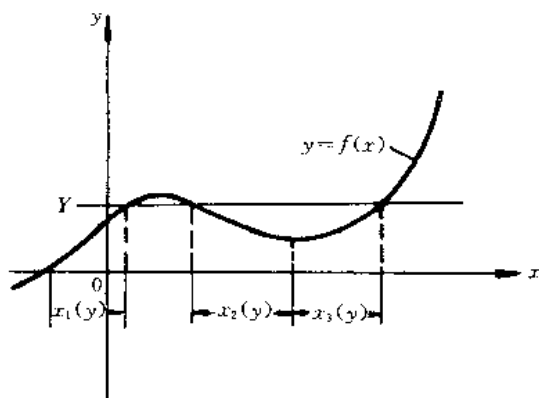


图 1.3 $y=f(x)$ 非单调函数

1.1.4 随机变量的数字特征量

分布函数固然能够完整地描述随机变量的统计特性,但在某些实际问题中,只需考察随机变量的某些特征,而无需全面考察随机变量的变化情况。因而并不要求出它的分布函数。例如,在评定某一地区粮食产量水平时,只需知道该地区的平均亩产量;再如检查一批棉花质量时,既需知道棉花纤维的平均长度,又需考察纤维长度与平均长度的偏离程度,平均长度较大,偏离程度较小,质量就较好。由此可见,与随机变量有关的某些数值,虽不能完整地描述随机变量,但能描述随机变量在某些方面的重要特征。随机变量常用数字特征量包括:数学期望值,方差和协方差。

(一) 数学期望值(统计平均值)

随机变量的数学期望值即随机变量的统计平均值。先考察如下例子,设每天随机地抽取 n 个零件,查出其中的废品件数 X 是一个随机变量。共检查了 N 天,出现废品件为 $0, 1, 2, \dots, n$ 个的天