韩京清 何关钰 许可康 编著

线性系统理论代数基础

辽宁科学技术出版社

线性系统理论代数基础

韩京清　何关钰　许可康　编著

辽宁科学技术出版社

一九八五年·沈阳

线性系统理论代数基础

Xianxing Kitong Lilun Daishu Jichu

韩京清　何关钰　许可康 编著

辽宁科学技术出版社出版　（沈阳市南京街6段1里2号）

辽 宁 省 新 华 书 店 发 行　沈阳新华印刷厂印刷

开本：850×1168 1/32　印张：$27^{3}/_{8}$　字数：610,000

1985年12月第1版　1985年12月第1次印刷

责任编辑：李殿华　责任校对：王　莉

封面设计：耿志远

印数：1—1,900

统一书号：7288·48　定价：6.80元

内 容 提 要

本书主要介绍了线性空间理论、矩阵代数及多项式矩阵的有关理论，同时讲述了一般代数初步知识，并介绍了几种矩阵方程的解法。

本书可作为工科院校自动控制专业的高年级学生、研究生、教师及从事自动控制的工程技术人员的参考书，也可供综合性大学自动控制专业的师生参考。

前　　言

现代控制理论从产生到现在，已经历二十多年历史。回顾这二十年，我们可以说，现代控制理论是以自动化新技术为土壤，不断从数学各分支中吸取营养而成长、发展起来的。目前，现代控制理论与数学的关系密切到如此程度，许多问题说成数学化了的控制问题可以，说成具有控制工程背景的数学问题也可以。因此，为了学习、掌握和运用现代控制理论成果，必须要有一定的数学知识和数学修养。

经过二十多年的努力，我国已有一百多个高等院校的有关专业开设了现代控制理论课程。然而，在控制理论数学基础方面，由于资料不足，在现有大学基础课中很难有针对性地讲授数学基础知识。就拿线性控制系统理论来说，它所需要的有关标准形的知识与通常线性代数教科书中讲的就不一致。多项式矩阵理论在线性控制系统理论中是一个很重要的工具，但在一般高等代数教科书中却几乎不讲。所以，许多教师在开控制理论课之前不得不拿出很多学时给学生补必要的数学基础知识。正是看到了这些现象，已故的关肇直同志生前曾多次对我们讲过，希望把控制理论的数学基础汇编写成书出版。在他亲自安排下，我们开始着手编写这方面的讲义，并分别于1977年及1979年，在原数学研究所控制理论室及清华大学自动化系，作为线性系统理论的数学基础，讲授过本书的部分内容。其后，我们又先后在中国科学院沈阳自动化所、河南省自动化学会、中国

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

科学技术大学及上海交通大学等处讲授过本书的大部分内容。在讲学过程中，听取了不少教师、研究生及工程技术人员对讲稿的意见。在此基础上，我们三人通力协作，完成了本书的初稿。

我们在编写本书时，数学概念尽可能从大量的不同领域的具体实例中抽象出来，在命题和定理的证明中，力求把起点放低一些，尽量采用初等的然而又是严谨的方式进行论述，以便易于非数学专业的读者接受，使他们对数学的抽象化方法和严格的逻辑推理方法有所领悟。

本书第一章介绍一般（抽象）代数初步知识。安排本章有两个目的：第一，虽然这些知识在现代控制理论文献中已成为常识，但由于国内没有对非数学专业读者适用的教科书，对他们来说这部分内容是比较陌生的；第二，我们认为这部分内容正适合领会数学的抽象化方法及逻辑推理方法。第二章论述线性空间基本理论，除了介绍一般线性代数教科书中的基本内容外，还补充了不少与线性控制系统理论基本问题有关的内容。第三章介绍了矩阵的基本性质及其运算，其中还介绍了与线性代数计算方法有关的基本性质。第四章讨论了多项式矩阵的基本性质。这部分内容，在一般教科书中难以找到，在文献中也是比较零乱的，本书给予了系统的论述。第五章介绍了在控制系统综合中经常遇到的几种矩阵方程的解法。前四章基本上各自独立，可以单独阅读学习，第五章的内容依赖于第三、四章。本书中的部分内容是我们从近年来研究控制系统理论所遇到的问题中概括出来的。我们相信，这部分内容的编入，对读者会有一定益处。

中国科学技术大学庄国强同志，用本书初稿作教材，为该校系统工程及自动控制专业的两届研究生授课，为全书定稿提

出了许多可贵意见，该校龚维博同志也对部分初稿提过不少改进意见；东北工学院谢绪恺教授在百忙中仔细审校了本书，提出了不少宝贵意见。在此，一并向他们表示衷心的感谢。中国科学院系统科学研究所郭文英、殷景欣、李风翎及刘智敏等同志帮助誊写书稿，在此也向他们表示感谢。

我们希望本书的出版能对学习和讲授现代控制理论的工科院校自动控制专业的高年级学生、研究生及教师有所帮助，也希望能对从事自动控制工程的广大科技人员学习和应用现代控制理论有所帮助。

由于我们水平有限，加之时间仓促，虽数易其稿，但其中遗漏及谬误肯定不少，希望广大读者批评指正。

编　者

1983年10月

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　一般代数初步

这一章主要介绍一般代数(或称抽象代数)的基本概念．这些概念大部分在现代控制理论的文献中已成为常识，但对我国目前从事控制理论应用的许多工程技术人员来说，还是比较陌生的。当然，一般代数中的许多概念确实比较抽象，但我们力求用最初等的方法归纳或类比出基本概念，并尽可能多用初学者能够接受的例子给予解释．因此，本章的内容，对具有工科院校高等数学基础的读者来说，只要有耐心，并在阅读过程中多想一些自己熟悉的实例，是完全能够学好的．

§1　集　合

1．集合的概念

在实际生活中，我们常常碰到一类对象或某种整体．例如，在各种不同场合，我们会遇到或处理自然数全体、有理数全体、大于a或小于b的所有实数、区间$[a, b]$上定义的连续函数全体、关于符号s的实系数多项式全体、平面上所有点、作用于某一点的所有可能的力、对给定控制系统所有可能的输入、所有可能的输出、作用于系统的某一类型干扰、某校学生全体、某工厂的一类产品、某一城市的所有汽车站，等等．读者还可以举出许许多多不同类型的例子．

我们所论及的这些整体性的对象，在数学里用集合（简称

集）这一抽象概念概括．当研究某一具体对象的某种性质时，为了不被无关紧要的具体现象所迷惑，而能集中地探讨最本质的性质，使用这种抽象概念是完全必要的．

通常用大写字母A，B，C，…，X，Y，Z表示集合．给定集合中的每个个体叫做该集合的元素（简称元），通常用小写字母 a，b，c，…，x，y，z 表示．

设 A 是一集合，用记号

$$a\in A$$

表示a是A中的一个个体，读做a属于A或a是A 的元．例如，用N表示全体自然数所成的集合，用a表示一个数．这时$a\in N$表示 a 是一个自然数．又如，A是某校学生全体，a 是甲，则$a\in A$表示甲是该校学生．

如果a不是集合A中的个体，则记做

$$a\notin A.$$

读做a不属于A或a不是A的元．如A是某校学生全体，a 表示甲，则$a\notin A$表示甲不是该校学生．

设A是一个集合，B是A的一个部分，则称B为A的子集合（简称子集），记做

$$B\subset A \text{ 或 } A\supset B.$$

读做B含于A或A包含B．例如，N是自然数集，B表示小于 n 的自然数全体，则有$B\subset N$；又如，$L[a, b]$ 表示区间 $[a, b]$上定义的可积函数全体，$c[a, b]$表示 $[a, b]$上定义的连续函数全体，则有 $c[a, b]\subset L[a, b]$；再如，A表示某小学学生全体，A_1表示该校一年级全体学生，则有$A_1\subset A$.

如果B不是A的部分，则记做

$$B\not\subset A.$$

例如，A是某校学生全体，B是该校老师全体，则$B\not\subset A$.

对两个集合A、B来说，如果B是A的部分，同时A又是B的部分，即$B\subset A$且$A\subset B$，这时A和B只能是同一个集合，此时称A和B相等，记做

$$A = B.$$

例如，A表示某小学学生中非一年级学生全体，B表示该校二至六年级学生全体，则$A = B$.

通常，证明两个集合A和B相等的方法是：证明A的每个元a必是B的元，从而说明$A\subset B$，反过来，还要证明B的每个元b必是A的元，从而说明$B\subset A$.

如果集合A含有无穷多个元，则称A为无穷集或无限集；如果A只含有有限多个元，则称它为有穷集或有限集．自然数集N，实数集R都是无穷集；大于5而小于10的自然数全体是只有四个元6，7，8，9的有限集，记做$\{6,7,8,9\}$．一般地，由n个元a_1，a_2，…，a_n所组成的有限集记做

$$\{a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n\}.$$

布尔代数所讨论的是只有两个元0和1的集合$\{0,\ 1\}$的一些代数性质，这些性质在自动机及计算机理论中是很有用的．只有一个元a的集合记数$\{a\}$．要注意a和$\{a\}$是不同的．我们只能写$a\in\{a\}$，不能写$a\subset\{a\}$。$\{a\}$是整体，而a是个体．

为了讨论方便，在集合论中引入了空集．不含任何元的集合称为空集．空集用专门的记号ϕ表示．要注意，空集不同于$\{0\}$．$\{0\}$中有一个实在的元0，并不是没有任何元．空集记号ϕ也可以理解为不是零．

具有某种属性（或性质）的元所成的集合通常用如下符号表示：

$$A = \{x \mid P(x)\}.$$

其意思是：A是具有性质P的元x所成的集合．$P(x)$是对元x的

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com