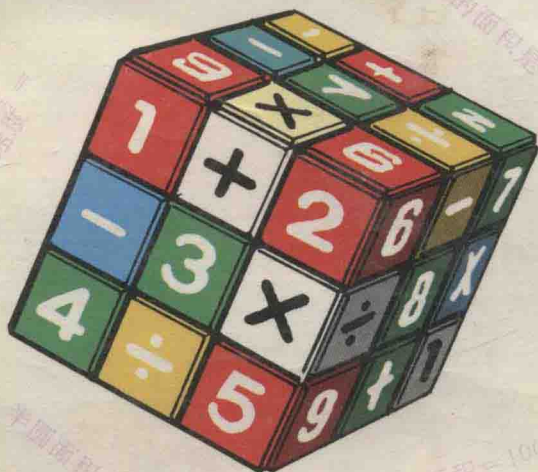


第二届全国

小学数学奥林匹克

总决赛试题与解析

中国数学会普及工作委员会编



裴宗沛
光明出版社



第二届全国小学数学奥林匹克总决赛

试题与解析

藏书专用章

中国数学会普及工作委员会 编

开明出版社

(京)新登字 104 号

第二届全国小学数学奥林匹克总决赛试题与解析

中国数学会普及工作委员会 编

*

开明出版社出版发行

(北京海淀区车道沟八号)

北京怀柔东茶坞印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

开本:787×1092 1/32 印张:5.75 字数:100千字

1995年1月第1版 1995年1月第1次印刷

印数:00,001—30,000

ISBN 7-80077-863-0/G·621 定价:4.30元

前 言

第二届小学数学奥林匹克总决赛于7月31日至8月3日在北京举行。共有40个城市队、27所学校队、10个民族队和5个其他队参加。另外，日本算术奥林匹克委员会派来了两个队、香港教育专业人员协会组织了两个队、香港天才教育协会组织了三个队前来参加。

与上一届一样，这次仍有四项竞赛：

一、计算竞赛

60分钟做25道题，难易程度与上一届差不多，但有更多的题目需要巧算。从成绩统计来看，要比上一届好得多。93年最好的同学做对23题，而94年全对的就有23人，做对24题的有33人，而做对20道题以上（包括20题）的人数占总人数的68.6%。在这次活动中，有记者问及，目前计算器具已非常发达，为什么还要设置这样的竞赛？我们认为，小学生的数学能力中，首先是熟练地进行四则运算的能力，因为计算不仅是技能，也是一种思维训练，进行这样的计算竞赛，对小同学来说，还是意志和毅力的锻炼。我们希望，爱好数学的小同学，不仅愿意做一些较难的题目，而且要有过硬的计算本领。

二、总决一试

有(A)、(B)两种试卷，(B)卷主要供民族地区的学生使用。两种试卷都是60分钟做十道填空题，只要求写出答数，主要是测试算术的基本技能。对小学数学竞赛试题的难易程度，我们有一种粗略的划分，期望有50%以上学生答对的题目为容易题(C级)，期望有15%~50%学生答对的题目为中

等题(B级),期望15%以下学生答对的题目为难题(A级)。如果把每一等级又分成上、中、下三档,例如C级分成 C^+ , C, C^- 三档,那么我们认为一试(A)卷多数题目应是B、 B^- , C^+ 级别。事实上,这次参赛的同学是全国各地佼佼者,当然上面提到的百分数就应适当提高。一试(A)卷的考试结果是:有六道题有60%以上的人答对(其中有两道题80%以上答对),除第5题只有40%的人答对,其余各题答对人数亦都在52%以上。另外,答对六道题以上的参赛者占总人数的65%。特别值得一提的是下面事实,93年一试最好的成绩是十题中答对八道题,而94年有20人十道题全对。因此,我们有理由认为,一试(A)卷难易程度比较恰当,但也有人认为是偏易些。

采用一试(B)卷的参赛者人数不多,有五道题答对的人数的百分数超过60%,答得最差的是第6题(也就是A卷第5题),只有32%左右的人答对,采用(B)卷的学生中,答对六道题以上的参赛者占总人数54%。其中有2人答对十题,6人答对九题。

三、总决二试

分(A)、(B)两种试卷,都是90分钟六道题,每道题都有一定难度,主要考察知识和技巧的灵活运用能力。希望参赛者能写出简单的解题过程,若有某些步骤正确,就能得部分分数。只要答数对就得满分。(A)、(B)两卷有四道题完全一样,(B)卷第2题是(A)卷第5题的简单情况,(A)卷第6题是很难的题目,不仅计算步骤多,还需要比较严密的推理,结果得分率为15.15%。有不少同学二试仍取得较好成绩。(A)卷有10人得满分,(B)卷有1人得满分。两种试卷

的满分都是120分，(A)卷60分以上的人数占50%，(B)卷60分以上的人数占35%左右，由此可见多数参赛者发挥了较好的水平。

四、接力赛

这是最受欢迎的一项比赛，接力赛突出团结协作的精神，要求参赛者有熟练的基本功和很好的判断能力。由于试题要比通常的竞赛容易些，每位同学答题时间较短，用10~15分钟做两道题，也不会导致过分的课外辅导。只要临场发挥好，每一个队都有取得好成绩的机会。因此这是一项值得提倡的大众化的数学课外活动。

因为已有过上一届的实践，多数队已很习惯，都发挥出较好水平，也许是题目偏易，预赛和决赛都不得不多次“踢点球”来决定名次。看来随着这一竞赛形式的普及，出一分合适的接力赛题困难会越来越大。

不论是那一项竞赛，我们始终坚持两条命题原则：“一、试题涉及的知识范围一定不超出现行的小学数学教学大纲；二、每一道题一定有一种简单的算术解法。”我们还尽可能与课堂教学的内容贴近些，并使题目有趣味性。

这次活动由开明出版社、中央电教馆与中国数学会普及工作委员会共同主办，三家不分彼此，相互配合很好，称得上通力合作。当然还得到了很多友好单位和朋友的大力支持，特别是北京师范大学各方面给予的支持，借此机会，向所有支持我们工作的同志表示衷心感谢。

王寿仁、王元、王梓坤、钟善基、沈福庆教授等数学家出席了这次活动。我们的老朋友、国家数学奥林匹克香港执行委员会主席张百康先生、台湾九章出版社负责人孙文先先

生自始至终参加了这次活动。我代表组委会和全体工作人员对他们的理解和支持表示衷心感谢。

原来我们还有两位国外的贵宾要光临。国家数学竞赛世界联盟主席奥海伦教授对这次活动非常有兴趣并且已答应我们的邀请，但由于健康原因他未能前来，他再三向我们表示歉意。使我们感到十分悲痛的是，奥海伦教授已于去年九月病逝。相当于诺贝尔奖的菲尔兹奖获得者、日本算术奥林匹克委员会会长广中平佑教授也再三表示要参加我们的颁奖典礼，由于临时有要事处理，派他的事务局局长作代表前来参加。

按惯例，为使同学们、教师们、家长们了解这一活动，我们编辑出版了这一小册子，试题解答部分一、二试由裘宗沪编写，接力赛由郇舒竹编写，另外由郇舒竹、刘莹、周春荔、吴建平、裘宗沪分别写了五个辅导讲座。

全书由郇舒竹汇总主编。

匆促成书，缺点和错误难免，欢迎批评指正。

裘宗沪

1995年2月

目 录

1994 小学数学奥林匹克总决赛试题与解析

计算竞赛	(3)
总决第一试(B)卷	(6)
总决第一试(A)卷	(16)
总决第二试(B)卷	(23)
总决第二试(A)卷	(32)
接力赛预赛	(36)
接力赛决赛(民族)卷	(40)
接力赛决赛(A)卷	(45)
接力赛决赛(B)卷	(50)
专题讲座	
第一讲 整数化	裘宗沪 (54)
第二讲 余数问题例谈	周春荔 (69)
第三讲 钟表与时间的问题	邵舒竹 (83)
第四讲 逻辑推理	刘 莹 (96)
第五讲 涂染颜色的办法	吴建平 (117)
附录 1 1994 小学数学奥林匹克总决赛竞赛规则 ...	(125)
附录 2 1994 小学数学奥林匹克总决赛组织机构 ...	(130)
附录 3 1994 小学数学奥林匹克总决赛获奖名单 ...	(133)
附录 4 1994 小学数学奥林匹克初赛、决赛试题与答案	(154)
后记	(176)

1994 小学数学奥林匹克总决赛

试题与解析

賽史總京西林奧學體華小 1901

刊報已歷年

计 算 竞 赛

(1994年7月31日 上午8:30—9:30)

1. $1234 + 2341 + 3412 + 4123 =$
2. $101 + 103 + 107 + 109 + 113 + 127 + 131$
 $+ 137 + 139 + 149 + 151 =$
3. $569 + 384 + 147 - 328 - 167 - 529 =$
4. $124.68 + 324.68 + 524.68 + 724.68$
 $+ 924.68 =$
5. $207.2 + 389.7 - 157.6 - 109.1 =$
6. $1994 + 1993 - 1992 + 1991 + 1990 + 1989$
 $- 1988 - 1987 + \cdots + 10 + 9 - 8 - 7 + 6$
 $+ 5 - 4 - 3 + 2 + 1 =$
7. $1 - 0.12 + \frac{1}{2} - 0.34 + \frac{1}{3} - 0.56 + \frac{1}{5}$
 $- 0.78 =$
8. $\frac{1}{13} - \frac{1}{52} - \frac{1}{273} - \frac{1}{429} =$
9. $3.1416 \times 2.7183 =$
10. $5795.5795 \div 5.795 \times 579.5 =$

$$11. 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 =$$

$$12. (11 \times 10 \times 9 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1) \\ \div (22 \times 24 \times 25 \times 27) =$$

$$13. 2.89 \times 6.37 + 4.63 \times 2.89 =$$

$$14. 327 \times 2.8 + 17.3 \times 28 =$$

$$15. 126 \frac{8}{9} \times 1 \frac{2}{7} =$$

$$16. \frac{7641 - 1467}{(8 \times 8 - 1) \times (10 \times 10 - 2)} =$$

$$17. (1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times (1 + \frac{1}{6}) \times (1 + \frac{1}{8}) \\ \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{5}) \times (1 + \frac{1}{7}) \\ \times (1 + \frac{1}{9}) =$$

$$18. (111 \times 58 - 148 \times 16) \div 37 =$$

$$19. 11 \frac{201}{209} \div \frac{119}{19} \times \frac{34}{195} \times 3.003 =$$

$$20. \frac{1}{8128} + \frac{1}{254} + \frac{1}{508} + \frac{1}{1016} + \frac{1}{2032} + \frac{1}{4064} \\ + \frac{1}{8128} =$$

$$21. 3.75 \times 4.23 \times 36 - 125 \times 0.423 \times 2.8 =$$

$$22. 66666 \times 10001 + 66666 \times 6666 =$$

$$23. (\frac{531}{135} + \frac{579}{357} + \frac{753}{975} \times (\frac{579}{357} + \frac{753}{975} + \frac{135}{531}) - \\ (\frac{531}{135} + \frac{579}{357} + \frac{753}{975} + \frac{135}{531}) \times (\frac{579}{357} + \frac{753}{975}) =$$

$$24. \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7 + \frac{1}{9}}}}} =$$

$$25. \frac{\frac{1}{13} \times \{1 - \frac{1}{5} \times [1 - \frac{1}{7} \times (1 - \frac{1}{11})]\}}{\frac{451}{493} \times \frac{377}{943} \div \frac{429}{391} - \frac{38}{455}} =$$

计算竞赛试题答案

1. 11110; 2. 1367; 3. 76; 4. 2623.4;
 5. 330.2; 6. 1995; 7. $\frac{7}{30}$; 8. $\frac{207}{4004}$;
 9. 8.53981128; 10. 579557.95; 11. 30030;
 12. 112; 13. 31.79; 14. 1400; 15. $163\frac{1}{7}$;
 16. 1; 17. 5; 18. 110; 19. 1; 20. $\frac{1}{127}$;
 21. 423; 22. 1111122222; 23. 1; 24. $\frac{1051}{1380}$;
 25. $\frac{954}{3751}$.

总决第一试(B)卷

(1994年7月31日 下午2:30—3:30)

1. 用四则运算符号把2,3,5,7四个数连成一个算式(允许添括号),使这个算式的结果等于24,那么这样的算式是_____ (可能有多种写法,只要求写出一个)。

解: $3 \times 5 + 2 + 7 = 24$

$$3 \times 7 + 5 - 2 = 24$$

说明 四个自然数,用四则运算组成一个算式,使结果等于24,这是一种流行的算术游戏,可用扑克牌作为取数的工具。这种游戏对锻练计算能力(特别是心算)大有好处。

2. 有四个分数 $\frac{12}{25}, \frac{11}{24}, \frac{19}{39}, \frac{11}{29}$,其中最大的分数与最小的分数的差等于_____。

解: 很明显 $\frac{11}{29} < \frac{11}{24}$ 。

$$\frac{11}{24} = \frac{12}{24} - \frac{1}{24} = \frac{1}{2} - \frac{1}{24}$$

$$\frac{19}{39} = \frac{19.5}{39} - \frac{0.5}{39} = \frac{1}{2} - \frac{1}{78}$$

$$\frac{12}{25} = \frac{12.5}{25} - \frac{0.5}{25} = \frac{1}{2} - \frac{1}{50}$$

因为

$$\frac{1}{78} < \frac{1}{50} < \frac{1}{24}$$

所以

$$\frac{19}{39} > \frac{12}{25} > \frac{11}{24}$$

这四个分数中,最大的是 $\frac{19}{39}$,最小的是 $\frac{11}{24}$,两者的差

$$\frac{19}{39} - \frac{11}{24} = \frac{122}{1131}$$

说明 容易看出, $\frac{19}{39}, \frac{12}{25}, \frac{11}{24}$ 这三个分数与 $\frac{1}{2}$ 十分接近,我们就用 $\frac{1}{2}$ 来作为基准数来进行比较。这三个数都比 $\frac{1}{2}$ 小,比较 $\frac{1}{2}$ 与这三个分数的差,(因为差非常容易计算)哪个差小,那个数就大。

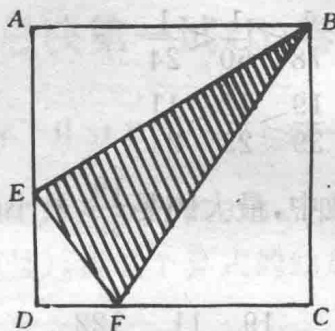
3. 正方形 $ABCD$ 的边长是 7 厘米,它的内部有一个三角形 BEF (如下页图),线段 $AE=4$ 厘米, $DF=2$ 厘米,那么三角形 BEF 的面积等于_____平方厘米。

解: 三角形 ABE 面积 $= 4 \times 7 \div 2 = 14$

三角形 DEF 面积 $= (7-4) \times 2 \div 2 = 3$

$$\text{三角形 } BCF \text{ 面积} = (7-2) \times 7 \div 2 = 17.5$$

$$\begin{aligned} \text{三角形 } BEF \text{ 面积} &= 7 \times 7 - (14 + 3 + 17.5) \\ &= 14.5 (\text{平方厘米}). \end{aligned}$$



说明 三角形 BEF 是不规则的三角形, 直接求它面积是很困难的。而三角形 ABE , DEF , BCF 都是易求面积的直角三角形(长方形的一半), 因此, 先求出这三个三角形的面积, 然后用正方形的面积减去它们。对于围在长方形或正方形内的图形, 这种间接求面积的方法常常是有效的。

4. 如果各位数字都是 1 的某个整数能被 33333 整除, 那么该整数中 1 的个数最少有 个。

解: $33333 = 11111 \times 3$

因为要被 11111 这个五位数整除, 所以这个整数中 1 的个数应是 5 的整数倍。又要被 3 整除, 各个数字之和应是 3 的整数倍, 由于每个数字都是 1, 也就是数

字1的个数应是3的整倍数,因此,这个整数中1的个数,是5与3的公倍数。最小是 $3 \times 5 = 15$ 。

这个整数中1的个数最少有15个。

5. 张、王、李三个共有54元,张用了自己钱数的 $\frac{3}{5}$,王用了自己钱数的 $\frac{3}{4}$,李用了自己钱数的 $\frac{2}{3}$,各买了一支相同的钢笔,那么张和李两人剩下的钱共有_____元。

解: 设钢笔的价格是“1”。

张有的钱数是 $1 \div \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$,

王有的钱数是 $1 \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$,

李有的钱数是 $1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$ 。

这样就可求出,钢笔价格是

$$54 \div \left(\frac{5}{3} + \frac{4}{3} + \frac{3}{2} \right) = 12 (\text{元})$$

张剩下的钱数是

$$12 \times \left(\frac{5}{3} - 1 \right) = 8 (\text{元})$$

李剩下的钱数是

$$12 \times \left(\frac{3}{2} - 1 \right) = 6 (\text{元})$$

张、李两人剩下的钱共有