

工科课程解题题典丛书

自动控制原理

解题题典

袁冬莉 等编

西北工业大学出版社

工科课程解題題典丛书

自动控制原理解題題典

袁冬莉 贾秋玲 栾云凤 编

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书是根据高等工科院校自动控制原理教学大纲的基本要求编写的。书中例题涵盖了经典控制理论和线性系统状态空间分析的基本内容。全书共分九章,每章均通过丰富的典型例题解析及必要的点评,帮助读者理解概念,掌握解题方法和技巧。为了便于读者测试自己的学习水平,附录中给出了二套自测试题及自测试题的参考答案。

本题典可作为工科院校控制、非控制专业本、专科学生或自学者学习自动控制原理的参考用书,也可供报考硕士研究生的学生作为复习参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理解题题典/袁冬莉等编. —西安:西北工业大学出版社,
2003.3

ISBN 7-5612-1582-7

I. 自… II. 袁… III. 自动控制理论—高等学校—解题 IV. TP13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 085784 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072 电话:029-8493844

网 址: <http://www.nwpup.com>

印 刷 者:陕西向阳印务有限公司印装

开 本:787 mm×960 mm 1/16

印 张:15.75

字 数:282 千字

版 次:2003 年 3 月第 1 版 2003 年 3 月第 1 次印刷

印 数:1~6 000 册

定 价:20.00 元

前 言

随着自动控制在国民经济各个领域的广泛应用,自动控制原理这门课在高等工科院校课程目录中,已经被列为高等工科院校控制专业本科生的技术基础课程。与此同时,越来越多的非控制类专业也将该课程列入必修课。为了帮助学生和自学者掌握自动控制原理基本解题方法,满足报考硕士研究生的读者复习参考的需要,特编写此书,希望对读者有所帮助。

本书根据高等工科院校自动控制原理教学大纲及教学要求,针对经典控制理论及线性系统理论的有关内容,精选了针对性很强的典型例题,并在题后做了简洁、恰当的点评,目的是使读者牢固掌握并熟练运用基本概念,拓宽解题思路,掌握解题方法和技巧。

本书分为九章。第一章介绍方框图的绘制方法和负反馈系统的工作原理,以及控制系统常用术语和基本概念;第二章重点讨论数学模型的概念,系统传递函数的建立和应用,以及基于结构图和梅逊公式的数学模型简化方法;第三、四、五章分别在时域、复域、频域对控制系统的稳定性、快速性和准确性进行分析;第六章介绍线性系统的校正方法;第七章讨论线性离散系统的基本分析方法;第八章讨论非线性系统的描述函数法及相平面法;第九章介绍线性系统状态空间分析法的有关内容。为了便于读者检查自己的学习水平,在附录中给出两套自测试题并附有参考答案。本题典在题目编制上具有以下特点:

1. 突出基本概念,对容易出错或易混淆的概念在题解后点评中给出。
2. 选题难易适度,题型多样,题解灵活,部分典型题给

出多种解法,有助于读者拓宽思路。

本书由袁冬莉、贾秋玲、栾云凤编写。贾秋玲编写了第二至五章内容,其余由袁冬莉编写,栾云凤参加编写一至三章内容并绘制了书中大部分插图。

承蒙卢京潮教授审阅了本书,并提出了许多宝贵意见和建议。王新民教授为本书的编写提出了合理建议。敬睿、李广文、薛尧舜、滕炯华等为本书的完成提供了帮助。西北工业大学出版社为本书的出版做了大量的工作。在此一并表示衷心的感谢。

由于时间及作者水平的限制,书中难免会有错误和不妥之处,敬请广大读者给予指正。

编 者

2002 年 12 月于西北工业大学

目 录

第一章	控制系统的一般概念	1
第二章	控制系统的数学模型	8
第三章	线性系统的时域分析法	30
第四章	线性系统的根轨迹法	67
第五章	线性系统的频域分析法	87
第六章	线性系统的校正方法	118
第七章	线性离散系统的分析与校正	143
第八章	非线性控制系统分析	170
第九章	线性系统的状态空间分析与综合	194
附 录		236
自测试题一		236
自测试题二		238
自测试题答案		241
参考文献		244

第一章

控制系统的一般概念

例 1.1 图 1.1 为瓦特蒸汽机的速度控制系统原理图,希望蒸汽机转速按要求可调。

- (1) 指出系统的被控对象、被控量和给定量,画出系统方框图;
- (2) 说明系统是如何将蒸汽机转速控制在希望值上。

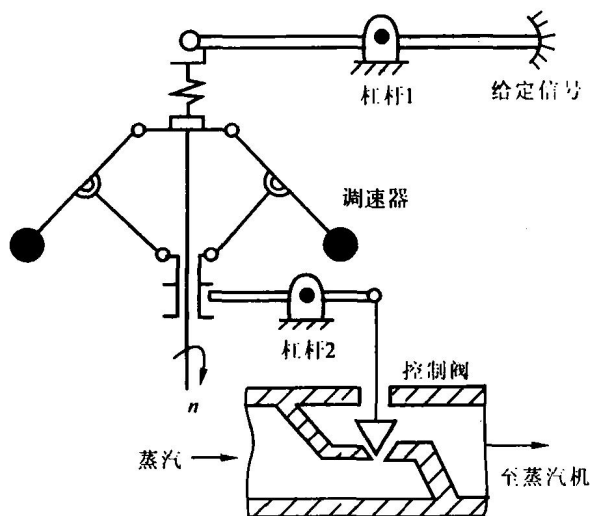


图 1.1 速度控制系统原理图

解 根据题意,控制系统的目的是使蒸汽机按希望的速度转动,因此可以确定被控对象是蒸汽机。

(1) 被控对象是蒸汽机,被控量为蒸汽机转速 n ,给定量为表盘刻度 P_r (代表杠杆 1 右端位置,表征蒸汽机的希望转速)。系统方框图如图 1.2 所示。

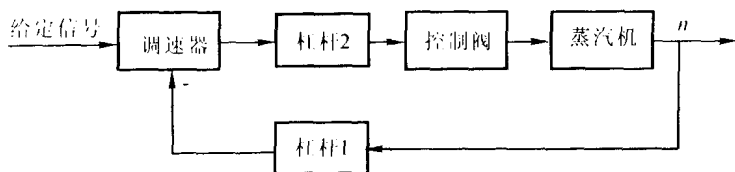


图 1.2 速度控制系统方框图

(2) 根据希望的转速, 设定表盘刻度 P_r (给定量)。如果实际转速与希望转速一致时, 杠杆 1 右端位置与刻度一致, 即 $P_r = P_c$, 偏差 $\Delta P = P_r - P_c = 0$, 系统相对平衡, 蒸汽机转速保持在希望值上。如果实际转速低于希望转速, $\Delta P = P_r - P_c > 0$, 这时调速器的离心力下降, 使得杆杠 2 右边上翘, 控制阀上升, 蒸汽大量进入蒸汽机, 于是蒸汽机转速随之增大, 直至上升到希望的转速值时, $\Delta P = P_r - P_c = 0$, 系统又处于平衡状态, 转速保持在希望值上。如果系统受到扰动 (如负载减小等), 实际转速高于希望转速, $\Delta P = P_r - P_c < 0$, 这时调速器的离心力增大, 使得杆杠 2 右边下沉, 控制阀将下移, 进入蒸汽机的蒸汽量减少, 蒸汽机转速随之减慢, 直至降到希望的转速值时, $\Delta P = 0$, 系统又处于平衡状态, 转速保持在希望值上。

【点评】 被控对象的确定取决于系统控制的目的和任务。本系统控制的目的是使蒸汽机的转速 (被控量) 保持在希望值。蒸汽机转速是表征蒸汽机工作状态的物理量, 蒸汽的流量直接控制蒸汽机的转速, 故蒸汽流量是控制量, 而系统被控对象是蒸汽机, 而不是蒸汽流量或控制阀等。

方框图中的方框均表示系统中某一实实在在的、看得见摸得着的物理实体, 不能与物理量相混淆。方框两端带箭头的线段分别表示该物理实体的输入、输出信号, 箭头表示信号的传递方向。比较点处的信号一定是相同性质的物理量。反馈口处的“-”符号表示系统处于负反馈状态。由于实际系统在主回路处于正反馈状态时一般都不稳定, 故主反馈口处的符号应为“-”。

例 1.2 图 1.3 是导弹发射架方位控制系统原理图, 希望发射架方位按角度转动。

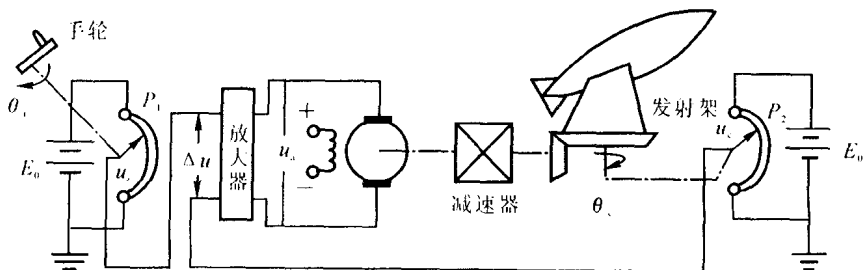


图 1.3 导弹发射架方位控制系统原理图

(1) 指出系统的被控对象、被控量和给定量,画出系统方框图。

(2) 说明控制系统中控制装置的各组成部分。

解 (1) 根据题意,控制系统的目的是使导弹发射架能够转动希望的角度,故被控对象是发射架,被控量是发射架转动的角度 θ_c ,给定量是手轮转动的角度 θ_r (希望值)。系统方框图如图 1.4 所示。

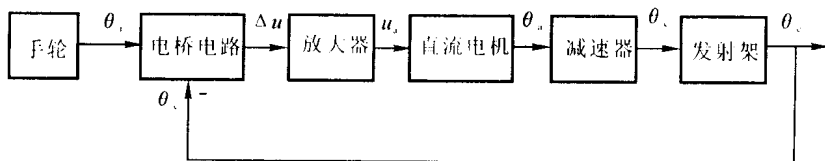


图 1.4 导弹发射架方位控制系统方框图

(2) 控制装置各组成部分如下:

手轮是给定元件,给出导弹发射架希望转动的角度 θ_r ;电位器 P_1 、 P_2 并联后跨接到同一电源 E 。两端构成电桥电路,它既是测量元件又是比较元件,给出表征发射架希望转过角度与实际转过角度差的偏差电压 Δu ;放大器是放大元件;直流电机和减速器一起组成了执行机构,对发射架转动角度进行控制。

当导弹发射架转过角度 θ_c 与希望角度 θ_r 一致时,电桥电路输出电压 $\Delta u=0$,系统处于平衡状态。当手轮转过(如顺时针转动)某一角度时, $\theta_r > \theta_c$, $\Delta u > 0$,放大器输出电压驱动直流电机正向转动,经减速器带动发射架顺时针偏转。当 $\theta_c = \theta_r$ 时,系统又在新的条件下达到平衡,发射架处于新的希望位置。当手轮逆时针转动时的调节过程正好相反。该系统实现了发射架位置跟随手轮转角 θ_r 的变化规律而变化的控制目的。此系统属于闭环随动系统。

【点评】 负反馈控制的原理是利用偏差减小或消除偏差,使得输出信号按输入信号规律变化。本例中,导弹发射架转动角度就是根据发射架希望转过的角度 θ_r 与发射架实际转过的角度 θ_c 的差来调节,最终使发射架位置处于希望位置。要使系统能够正常工作,必须处于负反馈状态,若改变主回路某一信号极性(如电位器 P_1 或 P_2 处的电源极性反接、放大器输入端信号线对调、直流电机激磁电压极性改变等),都会改变系统主反馈极性,成为正反馈。读者可以自行分析当系统处于正反馈时的工作状况及后果。

例 1.3 图 1.5 是液位自动控制系统原理图,希望液面高度 h_r 维持不变。

(1) 指出系统的被控对象、被控量、给定量以及干扰量,画出系统方框图;

(2) 说明液位控制系统工作原理。

解 (1) 系统的任务是保持水箱液面高度不变,因此被控对象是水箱,被控量是液面高度,电位计设定电压 u_r (表征液位的希望值 h_r)是给定量,流量

Q_2 是干扰量。系统方框图如图 1.6 所示。

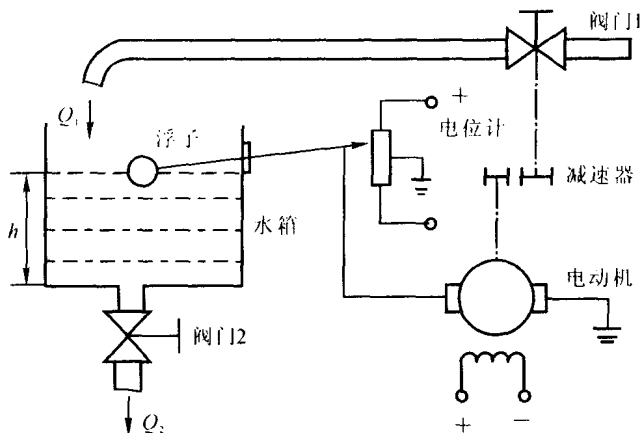


图 1.5 液位自动控制系统原理图

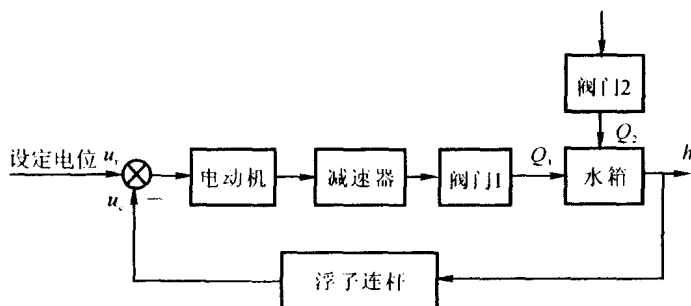


图 1.6 液位自动控制系统方框图

(2) 当电位计电刷位于中点位置(对应 u_r)时,电机不动,阀门 1 有一定开度,使水箱中流入水量 Q_1 与流出水量 Q_2 相等,从而液面保持在希望高度 h_r 上。一旦有了干扰使流出水量 Q_2 发生变化,例如 Q_2 增大,液位下降,浮子位置降低,通过杠杆作用使电位器电刷从中点位置上移,从而给电动机提供正向电压,驱动电动机正转,通过减速器增大阀门 1 的开度,使进入水箱的水量增多。这时,水箱液面上升,浮子位置相应上升,直至电刷回到中点位置,系统重新处于平衡状态,液面恢复给定高度。反之,若干扰使 Q_2 减小,液位上升,则系统会自动减小阀门 1 开度,减少流入水量,使液位下降至给定高度 h_r 。

【点评】 (1) 除了控制量外,对于直接作用于被控对象而且是不希望有的物理量可以看做是干扰量。绘制方框图时,干扰量直接加在被控对象上。

(2) 方框图的形式不一定是惟一的,可根据需要将系统分得细一些,也可画得概括简

练一些,但各个方框所表示的具体元部件及各方框间的联系必须与实际情况一致。

例 1.4 图 1.7 为水温控制系统示意图。冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热,从而得到一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。请绘制系统方框图,并说明系统是如何保持热水温度为期望值的? 系统的被控对象和控制装置各是什么?

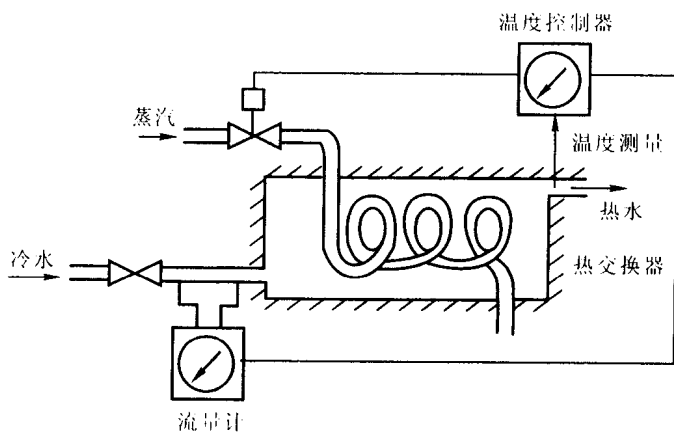


图 1.7 水温控制系统原理图

解 系统的方框图如图 1.8 所示。

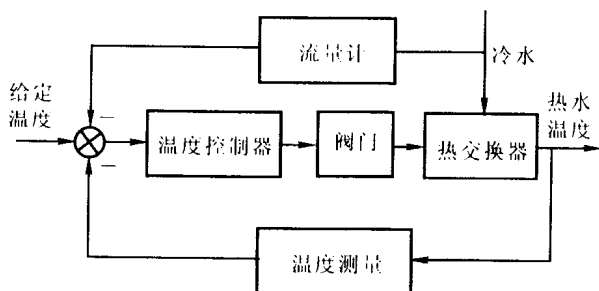


图 1.8 水温控制系统方框图

温度传感器不断测量实际温度,并在温度控制器中与给定温度相比较,若低于给定温度,其偏差值使蒸汽阀门开大一点,进入热交换器的蒸汽量加大,热水温度升高,直至偏差为零。如果由于某种原因,冷水(可视为干扰)流量加大则由流量计测得,通过按顺馈补偿,靠温度控制器使阀门开大,蒸汽量增加,从而补偿了冷水量的增加而引起热水温度的降低,确保热交换器出口处的热水温为给定值。

其中,被控对象是热交换器,热水温度为被控量,除热交换器(被控对象)外,其余部分为控制装置。

例 1.5 图 1.9(a),(b)所示的系统均为电压调节系统。假设空载时两系统的发电机端电压均为 110 V,试问带上负载后,图(a),(b)中哪个系统能保持 110 V 不变,哪个电压会低于 110 V,为什么?

解 带上负载后,图 1.9(a)与(b)的端电压均下降,图 1.9(a)系统由于自动调压的作用能恢复到 110 V,而图 1.9(b)系统却不能。这是因为图 1.9(a)所示系统,当发电机两端电压低于给定电压时,其偏差电压经放大器放大使执行电机(SM)转动,经减速器带动电刷,使发电机的激磁电流增大,提高发电机的端电压,从而使偏差电压减小,直至偏差电压为零,执行电机停止转动。因此,图 1.9(a)系统能保持 110 V 不变。

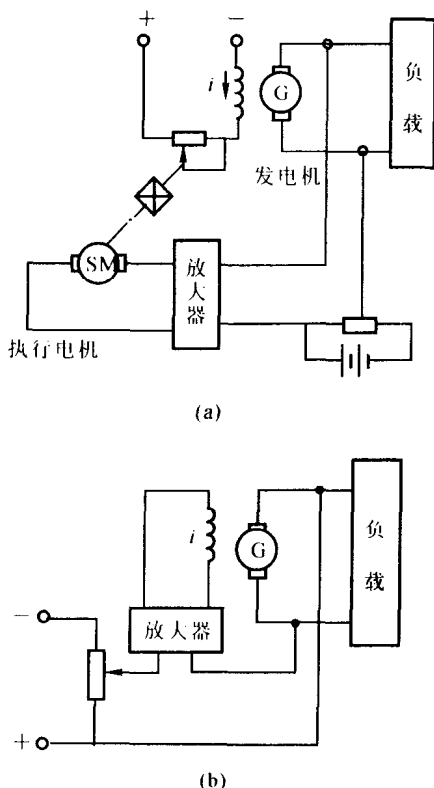


图 1.9 电压调节系统工作原理图

对图 1.9(b)所示系统,当发电机两端电压低于给定电压时,其偏差电压经放大器直接使发电机激磁电流增大,提高发电机的端电压,即发电机 G 的

端电压回升,此时偏差电压减小,但偏差电压始终不能为零。因为当偏差电压为零时,激磁电流 $i=0$,发电机不能工作。故图 1.9(b)系统的端电压会低于 110 V。

第二章

控制系统的数学模型

例 2.1 如图 2.1 所示, u_r, u_c 分别是输入电压和输出电压, x_r, x_c 分别是输入位移和输出位移, f_1, f_2 是黏性阻尼系数, k_1, k_2 是弹性系数, 建立两个系统的微分方程并求其传递函数。

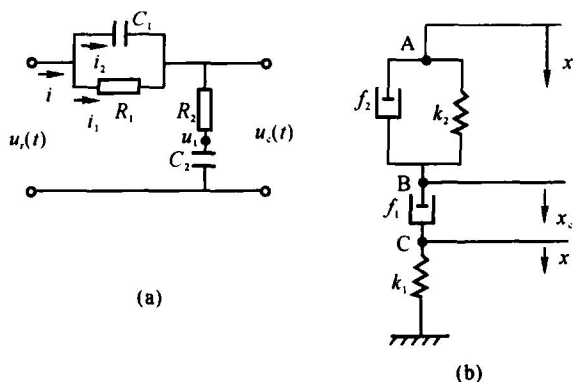


图 2.1 例 2.1 图

(a) RC 网络; (b) 机械系统

解 对于图 2.1(a), 根据克希霍夫定律, 列写微分方程组

$$\begin{cases} u_r = u_c + i_1 R_1 \\ i_2 = C_1 \frac{d(u_r - u_c)}{dt} \\ i = i_1 + i_2 \\ u_c = i R_2 + \frac{1}{C_2} \int i dt \end{cases}$$

消去中间变量 i, i_1, i_2 , 有

$$R_1 R_2 C_1 C_2 \frac{d^2 u_c}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) \frac{du_c}{dt} + u_c =$$

$$R_1 R_2 C_1 C_2 \frac{d^2 u_r}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_2 C_2) \frac{du_r}{dt} + u_r$$

根据传递函数的定义,有

$$\Phi(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2)s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2)s + 1}$$

对于图 2.1(b), 设 A、B、C 点的位移分别是 x_r 、 x_c 、 x 。根据牛顿第二定律, 对于 B 点, 有

$$f_2 \frac{d(x_r - x_c)}{dt} + k_2(x_r - x_c) + f_1 \frac{d(x - x_c)}{dt} = 0$$

对于 C 点, 有

$$f_1 \frac{d(x_c - x)}{dt} = k_1 x$$

则消去中间变量 x_c 有

$$f_1 f_2 \frac{1}{k_1 k_2} \frac{d^2 x_r}{dt^2} + (f_1 \frac{1}{k_1} + f_2 \frac{1}{k_2} + f_1 \frac{1}{k_2}) \frac{dx_r}{dt} + x_r =$$

$$f_1 f_2 \frac{1}{k_1 k_2} \frac{d^2 x}{dt^2} + (f_1 \frac{1}{k_1} + f_2 \frac{1}{k_2}) \frac{dx}{dt} + x$$

根据传递函数的定义, 有

$$\Phi(s) = \frac{x_c(s)}{x_r(s)} = \frac{f_1 f_2 \frac{1}{k_1 k_2} s^2 + (f_1 \frac{1}{k_1} + f_2 \frac{1}{k_2})s + 1}{f_1 f_2 \frac{1}{k_1 k_2} s^2 + (f_1 \frac{1}{k_1} + f_2 \frac{1}{k_2} + f_1 \frac{1}{k_2})s + 1}$$

从本例可以看出, 虽然图 2.1 中两个系统的类型不同, 2.1(a) 为电路系统, 2.1(b) 为机械系统, 但它们可以用相同形式的数学模型描述, 这样的系统称为相似系统。相似系统及其解的存在使得分析者可以将一个系统的分析结果推广到具有相同数学模型的其他系统。特别是可以将简单控制系统的分析结果推广到相似的复杂控制系统中去, 为分析和设计复杂系统提供便利。

例 2.2 图 2.2 所示为一个齿轮系, 其中 T 为电动机输出的力矩, 作用在轴 1 上, T_L 是作用在轴 3 上的负载转矩。(J_1, f_1), (J_2, f_2) 和 (J_3, f_3) 分别代表相应轴的转动惯量和黏性阻尼系数, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 分别是轴 1, 2, 3 的转角, i_1, i_2 为二级齿轮的传动比, 即 $i_1 = \theta_1 / \theta_2$, $i_2 = \theta_2 / \theta_3$, 求输入量是转矩 T 和 T_L , 输出量是转角 θ_1 的运动方程。

解 设 T_1, T_2, T_3, T_4 分别表示齿轮 1, 2, 3, 4 受到的与其啮合的齿轮作用的力矩, 那么, 对于轴 1, 应用牛顿第二定律, 有

$$J_1 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = T - T_1 - f_1 \frac{d\theta_1}{dt}$$

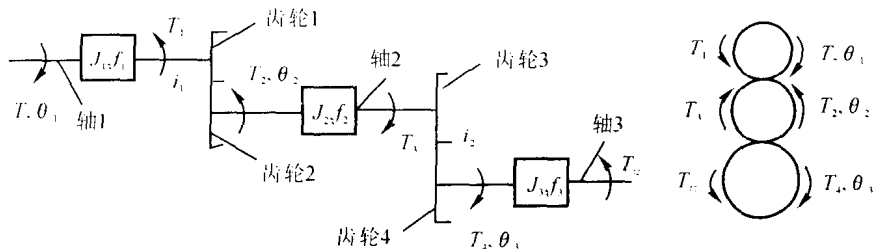


图 2.2 齿轮系

对轴 2, 有

$$J_2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = T_2 - T_3 - f_2 \frac{d\theta_2}{dt}$$

对轴 3, 有

$$J_3 \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} = T_1 - T_{f2} - f_3 \frac{d\theta_3}{dt}$$

根据已知条件

$$i_1 = \theta_1 / \theta_2$$

$$i_2 = \theta_2 / \theta_3$$

若忽略齿轮啮合中的功率损耗, 可得

$$T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2$$

$$T_3 \theta_2 = T_4 \theta_3$$

联立上述 7 个方程, 消去中间变量 θ_2, θ_3 及 T_1, T_2, T_3, T_4 , 整理后, 可得该齿轮传动系统的运动方程式

$$(J_1 + \frac{J_2}{i_1^2} + \frac{J_3}{i_1^2 i_2^2}) \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + (f_1 + \frac{f_2}{i_1^2} + \frac{f_3}{i_1^2 i_2^2}) \frac{d\theta_1}{dt} = T - \frac{T_{f2}}{i_1 i_2}$$

【点评】系统微分方程是描述系统动态性能的一种数学模型。

建立系统或元件微分方程的一般步骤如下:

- (1) 分析系统(或元件)的物理过程, 确定输入、输出变量。
- (2) 从输入端开始, 按照信号的传递顺序, 依据各变量所遵循的物理(或化学)定律, 列写各元部件的动态方程。
- (3) 消去中间变量, 得到描述输入、输出变量的微分方程。
- (4) 标准化处理。将与输入有关的各项放在等号之右, 与输出有关的各项放在等号之左; 等号左、右侧各项均按降幂排列。最后将系数归化为具有一定物理意义的形式。

例 2.3 图 2.3 是一个液位控制系统。图中,输入量为进水量 Q_1 ,输出量为水位 H , Q_1 和 H 都是在基准量 Q_{10} 与 H_0 基础上的增量。此外, Q_2 表示出水量的增量, R 表示流阻。设 A 为水箱底面积,试求水箱的传递函数。

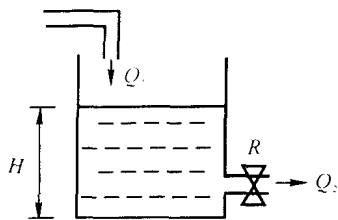


图 2.3 水箱

解 根据流体连续性原理, dt 时间内,水箱内流体增加(或减少) AdH ,与进(或出)水总量 $(Q_1 - Q_2)dt$ 相等,则 $AdH = (Q_1 - Q_2)dt$

又根据托里拆利定理,出水量与水位高度的平方根成正比,则有

$$Q_2 = \frac{\sqrt{H}}{R'}$$

其中 $1/R'$ 为比例系数。由于上式是非线性方程,应作线性化处理。在工作点 (Q_{10}, H_0) 附近进行台劳级数展开,并略去二阶以上无穷小量,得

$$Q_2 = \left(\frac{1}{2R'\sqrt{H}} \right)_{(Q_{10}, H_0)} \cdot H = \frac{1}{2\sqrt{H_0}R'} H = \frac{1}{R} H$$

式中, $R = 2\sqrt{H_0}R'$ 为流阻。

于是水箱的线性化微分方程为

$$RA \frac{dH}{dt} + H = RQ_1$$

在零初始条件下,对上式取拉氏变换,得水箱传递函数为

$$\frac{H(s)}{Q_1(s)} = \frac{R}{RA s + 1}$$

例 2.4 求图 2.4 所示各信号 $x(t)$ 的像函数 $X(s)$ 。

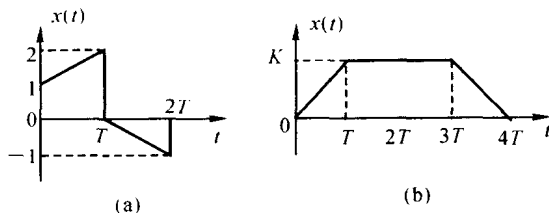


图 2.4 信号图

解 此例题是为了复习拉氏变换的有关知识而选录的。

这种题目一般有两种解法。

对图 2.4(a) 所示信号图:

解法 1 利用拉氏变换的定义计算如下: