考研

计算机专业
研究生
入学考试

全真题解

——离散数学分册

◎ 前沿考试研究室 编著 ◎

人民邮电出版社

内容提要

《计算机专业研究生入学考试全真题解》共分 5 册，分别是：

- 数据结构与程序设计分册。
- 离散数学分册。
- 操作系统分册。
- 编译原理分册。
- 硬件分册（包括数字逻辑、计算机组成原理、计算机系统结构）。

这 5 册内容基本覆盖了计算机专业研究生入学考试涉及的 7 大部分。书中对知识点和考点之间的关系进行了深入挖掘，对典型例题进行了深入剖析，以求达到举一反三的目的。

本书为离散数学分册，包括如下几部分内容：

- 试题分析和解题方法。这部分体现了全书的指导思想。
- 主要内容概述。
- 常考知识点及复习方法建议。
- 真题详细解析。这部分是本书重点，汇集了近年来全国 20 余所著名院校计算机专业研究生入学考试的试题，对其进行了细致、深入的分析、解答和扩展。
- 习题精选及部分答案。

本书适合报考计算机专业研究生的考生有针对性地进行专业课的复习，也适合希望深入学习计算机专业知识的高校学生作为辅导书参考。同时，本书还可以作为习题集使用。

计算机专业研究生入学考试全真题解

编写委员会

主编：

温　谦

副主编：

谢廷宝　　李国强　　马骁骐

编写人员（排名不分先后）：

谢廷宝	李国强	翁　鸣	何　军	赵　宁	肖　宇
杨　勇	李　勇	温　谦	冯　军	马　捷	贺　劲
刘　洪	李　凡	王海洋	邓　刚	张桢睿	张金波
梁　泉	马骁骐	唐志虎	唐力军	解永良	吴少刚
钟　喻	张　健	贾　培	骆　文	罗　平	胡明昌

序

一年一度的研究生入学考试又结束了，这也意味着新一轮复习的开始。一分努力，一分收获，付出之后总有回报。在备考过程中，每一位参加者都在进行着智力、勇气和毅力的较量。我们作为一群参加过研究生入学考试，并如愿考取的学生，以“过来人”的经验编写了本套丛书。意在将我们在考研复习过程中的收获进行总结，传递给后来的考生，帮助你们少走弯路，在复习时达到融会贯通、举一反三的境界。衷心希望每一位读者都能成为竞赛的胜利者！

本套丛书的由来及改进

这套《计算机专业研究生入学考试全真题解》丛书最初诞生于2000年，当时这套丛书共有3册。2001年，我们给原书中没有提供答案的习题加上了答案，同时添加了一些新的题目。今年是第3次对这套丛书进行修改，这次，我们认真总结了过去两年中读者的意见和建议，进行了较大的改进，主要体现在以下7个方面。

1. 对于每一章的结构，2001 年版中按知识点罗列了各类考题，没有充分考虑题目与考点以及题目之间的内在联系，而这次我们对所有题目进行了深入的挖掘，寻找其内在联系，经过归纳、融合，使之成为有机的整体。这样读者在复习的时候，就可以找到循序渐进、深入浅出的感觉。

2. 对于每一道例题的讲解，我们都进行了精心设计，每道例题基本包括“分析”、“解答”、“扩展”3 个部分，使读者能够明确整个题目的分析过程和需要注意的地方，而不仅仅是知道答案而已。这些都是我们经验的总结，相信能够帮助读者少走弯路，提高复习效率。

3. 针对每一科目，增加了第0章，提纲挈领地分析了该科目试题的特点并提供了解题方法指导。

4. 根据读者建议，增加了对学校和年份的试题索引，读者可以方便地找出某所学校、某一年的试题。有的学校的题目不足一张完整的试卷，是因为我们觉得有些题目过于雷同，就没有收入，凡是典型的题目我们都收录了。

5. 增加了近两年的最新题目及其答案。

6. 所有科目单独成册（硬件理论仍保持1册），由原来的一套3本扩充到5本，细分读者群的做法更体现了我们以读者为本的宗旨，也更方便了读者的选购。

7. 这次版式安排接受了读者的建议，尽量把内容安排紧凑，并删除了2001年版中关于招生信息的附录，将这部分内容放到我们的网站上（http://www.artech.com.cn/kaoyan.htm），尽量降低图书成本。

如何进行考研复习

谈到复习，根据我们的经验，复习必须注重“全面”与“重点”相结合。因为一门课程的内容非常多，考试只考其中的一小部分。其实所谓重点就是出题概率比较高，并且所占的分值也比较高的内容。对不同的内容，考试中考到的可能性（概率）也不同，有的内容考到的概率很高，有的则很低，如图 1 所示。

如果仅仅针对一些“重点”来进行复习，肯定得不了高分。图 2 表示了只抓重点的复习方式。图中矩形覆盖的部分表示复习到的内容，从某种意义上说，这种方式的效率是比较高的。对于本科学习期间的期末考试，为了通过，这种方式是有效的，抓一抓重点（加上老师可能会告诉你一些“真正”的重点），也许就可以轻松过关了。然而“考研”是选拔性考试，仅仅通过最低分数线没有任何意义，还要和所有考生一起比一比高低，这时就要看每个考生的真本事了。想要得高分，就必须真正对考试的内容有着深刻的理解，仅仅靠压题、抓重点是不行的。因此，从全面的角度出发，我们尽量多地收集了各知名院校近年来的“考研”试题。如果书里的所有题目你都会做，那么你的专业课成绩应该不会低。这不是因为我们帮你压准了哪道具体的题目，而是通过解这些题目，你已经更深刻地理解了这门学科，就好像现在让你去参加小学生的考试，即便你完全不知道要考什么内容（即你完全不知道范围、重点在哪里），你会害怕吗？

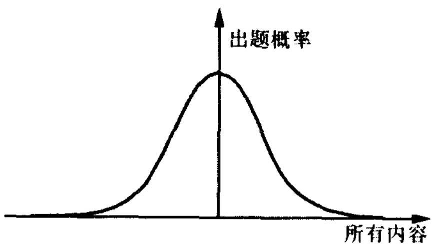

图 1　对于不同的内容，出题的可能性不同

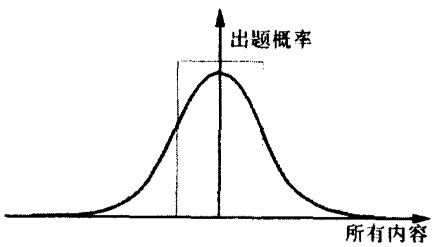

图 2　只抓重点的复习方式

显然，在全面的基础上抓重点，是得高分的重要手段，也就是说，在出题概率大的部分要多花力气。客观地说，每个院校都有自己的考查重点，因此作为一个聪明的考生，必须了解所报考院校的试题风格，而这种风格具有很强的延续性。因此这套书中的所有试题都注明了院校名称。如果只强调全面，由于复习时间和人的精力是有限的，因此可能会把很多重点漏掉，那就很可惜了，如图 3 所示。

比较科学的复习方法，应该如图 4 所示，考生在各个部分花费的精力应该与出题概率尽量一致。考试是通过“以偏概全”方式评价考生；通过短短的几个小时、几道题目，就要判断一名考生的水平，确实具有一定的偶然性。但是大家千万不要有侥幸心理，侥幸心理只会害了自己。只有扎扎实实地准备才能获得令人满意的结果。

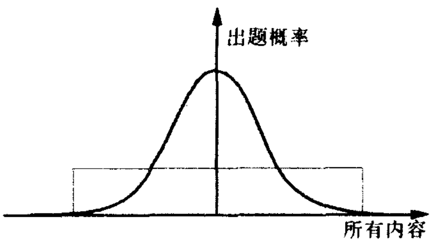

图 3　片面强调全面的复习方式

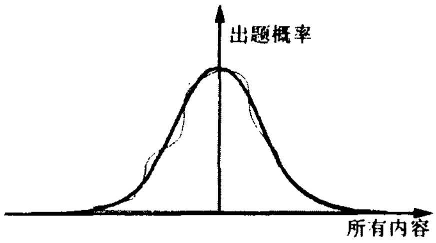

图 4　比较科学的复习方式

如何使用本套丛书

这套书里含有大量的考研真题，对于考试复习是非常珍贵的，建议大家按照下面 5 个步骤，利用本书进行复习：

1. 第一遍，进行广泛复习，把本书中所有例题都做一遍，在做的同时要进行分类，并做好标记。建议分为 3 类：①完全掌握，没有看答案就做得非常正确。②会做，但没有做对，就是说对于题目体现的知识点基本上掌握了，但是还存在缺陷，所以没有做对。③看着题目，无处下手，就是离准确掌握同类题目的差距还比较大。我们在每道例题的后面附了 3 个小方格，以便读者做标记。

2. 第二遍，把第一遍中标记为第②类的题目，一个不少地认真再做一遍，把所有漏洞都补上。同时把相关类型的习题做一遍，作为补充。

3. 在上两遍的基础上，再来攻克第③类题目，有上两遍的基础，这时再来做这些难题，相信感觉一定会大不相同。当然建议大家针对自己所报考学校的要求，来决定这些题目需要掌握的程度。

4. 在以上 3 步中，都要养成记笔记的习惯，随时记录题目中存在的问题和做题过程中的心得体会。这样，在三遍完成之后，可以参照笔记，对存在问题的题目做最后的拾遗补漏。

5. 报考本书中收录题目较多的学校的读者，建议在考前，再根据试题索引，把该校的题目，一个不漏地过一遍。如果报考其他院校，也建议最后把往年试卷仔细过一遍。

几点建议

最后提醒读者注意几点：

1. 一定要重视基础题，尤其是那些自己会做，但是做错了的题目。紧盯住这些题目，是提高复习效率的“捷径”。不要急于做难题，基础扎实了，水平提高了，难题自然就不难了。

2. 一个题目，只有自己做出来，自己想出办法，才是真正掌握了，如果看了答案才做出来，还不算真正掌握。此外，如果没有完全做对，即使只差一点点，也要告诉自己，这个题目还没有掌握。真题是十分有限的，因此要珍惜。看了答案才做对的题，就要放一段时间，等印象不深了，再做一遍，完全做对才算通过。

3. 考试，“无他，唯手熟尔！”尽管人的智力存在差异，但只要肯下功夫，人人都可以考高分。但是方法是很重要的，真正聪明的人是找到适合自己方法的人。找到合适的方法，等于成功了一半。

4. 各个学校的考试范围不尽相同，要尽早搞清楚自己所报考学校大体的考试范围，复习

的时候，尽量复习得比这个范围略大一些，略难一些，以增加保险系数。

读者交流

本书是这套丛书的离散数学分册，由李国强、翁鸣、罗平负责编写。

我们的网站和信箱如下。

网站：http://www.artech.com.cn/kaoyan.htm

作者电子信箱：books@artech.com.cn

责任编辑电子信箱：wangwenjuan@ptpress.com.cn

鸣谢

首先感谢人民邮电出版社对这套书的重视，该社连续三年的不懈努力，使这套书逐步完善。

感谢考研加油站（http://www.kaoyan.com）的站长林毅强以及其“考研论坛”计算机版的众多热心网友，本版的编写得到了众多网友的大力支持。

感谢过去两年广大读者给予的热情支持，你们的热情是我们工作的无尽动力。希望这次仍能得到你们一如既往的支持！

编者
2002.4

目　录

第 0 章　离散数学试题分析和解题方法

离散数学是现代数学的一个重要分支，是计算机科学中基础理论的核心课程。离散数学以研究离散量的结构及其相互间的关系为主要目标，其研究对象一般是有限个或可数个元素，因此离散数学充分描述了计算机学科离散性的特点。鉴于离散数学在计算机科学中的重要性，许多大学都把它作为研究生入学考试的一门专业课，或者是一门专业课中的一部分。

0.1　离散数学的特点

作为计算机系的一门课程，离散数学有与其他课程相通相似的部分，当然也有它自身的特点，现在我们就它作为考试内容时所具有的特点作一些简要的分析。

1. 定义和定理多

离散数学是建立在大量定义之上的逻辑推理学科，因此对概念的理解是我们学习这门学科的核心。在学习这些概念的基础上，要特别注意概念之间的联系，而描述这些联系的实体则是大量的定理和性质。概念与定理的相互关系可以通过图 0.1 来表示。

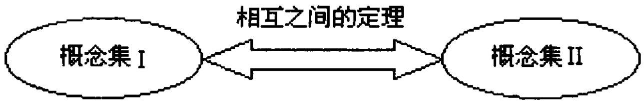

图 0.1

在考试中，有一部分内容是考查大家对定义和定理的识记、理解和运用。如 2002 年上海交通大学的试题，问什么是相容关系。如果考生知道的话，就很容易得分；如果不清楚，就得不到分。这类题目往往因其难度低而在复习中被忽视。实际上这是一种错误的认识，在研究生入学考试的专业课试题中，经常出现直接考查对某知识点识记的题目。对于这种题目，考生应该能够准确、全面、完整地再现此知识点。任何模糊和遗漏，都会造成极为可惜的失分。我们建议读者，在复习的时候，对重要知识的记忆，务必以上面提到的“准确、全面、完整”为标准来要求自己。关于这一点，在后续章节中我们仍然会强调，使之贯穿于整个离散数学的复习过程中。

离散数学的定义主要分布在集合论的关系和函数部分，还有代数系统的群、环、域、格和布尔代数中。一定要很好地识记和理解。

2．方法性强

离散数学的证明题中，方法性是非常强的，如果知道一道题用怎样的方法证明，很容易就可以证出来，反之则事倍功半。所以在平时的复习中，要善于总结，这样当遇到比较陌生的题时，就可以游刃有余了。在本书中，我们为读者总结了不少解题方法。读者首先应该熟悉并且会用这些方法。同时我们还鼓励读者勤于思考，对于一道题，尽可能地多探讨几种解法。

3．有穷性

由于离散数学较为"呆板"，出新题比较困难，不管什么考试，许多题目是"陈题"，或者稍作变化得来的。"熟读唐诗三百首，不会做诗也会吟"。如果拿到一本习题集，能保证从头到尾做一遍，甚至能全部记住的话，那么在考场上就会发现绝大多数题都见过或有似曾相识的感觉。这时，要取得较好的成绩也就不是太难的事情了。

本书是专门针对研究生入学考试而编写的，适合于读者对研究生入学考试的复习。如果还有时间的话，我们推荐两本习题集供读者参考。一本是左孝凌老师等编写的《离散数学理论、分析、题解》，另一套有三本，是耿素云等老师编写的《离散数学习题集》。这两本书大多数题都是相同的，只是由于某些符号和定义的不同，使得题目的设定和解法有些不同。

0.2　离散数学考试题型

现在我们就分析一下研究生入学考试离散数学部分有哪些题型，以及我们应该如何应付。

1．基础题

基础题就是考查对定义的识记，以及简单的证明和推理。题目主要集中在数理逻辑部分和集合论部分。这些题目不需要太多思考，很容易上手。

做这一部分题目主要应注意防止因粗心大意和对定义的记忆似是而非而丢分。不重视这一点的人将会在考试中吃大亏。如在主合取范式中，极大项编码对应的指派与真值表对应的指派相反，许多人都会在这一点上犯错误。还有是要防止没有遵循一定的方法而引起的错误，如我们在数理逻辑或者集合论里作等价推演，可以省略若干不重要的步骤，只要老师和考生都清楚就可以了，而在推理理论里则不能省略任何步骤，否则将被认为是逻辑错误。

我们在学习中，还要注意融会贯通，请看下面的例子：

例 1．Boolean 集代数与命题逻辑之间有密切的联系：集运算和关系$(.)^c$(补运算)、$\cap$、$\cup$、$\subseteq$、$=$分别对应命题连词$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$。

（i）若 A，B 为全集 S 的子集，则 $A\subseteq B$ iff $A\cup B=B$ iff $A\cap B^c=\varnothing$ iff $B-(B-A)=A$

（ii）设 A，B 为原子命题，则 $A\rightarrow B$ iff $A\vee B\leftrightarrow B$ iff $A\wedge\neg B$ 恒假 iff __________

要求：

（1）上面没有显示给出与差集对应的逻辑表达式，请补上(ii)中最后的等价条件，使之与(i)中最右侧等式对应；

（2）任选一题证明之。

从本题可以看出来，数理逻辑和集合论是相通的，因此记忆或者总结方法的时候可以综

合起来，这样便于比较和理解。

2．定理应用题

本部分是最“死”的一部分，它主要体现了离散数学方法性强的特点。并且这一部分占了考试内容的大部分，我们必须对这部分内容下功夫，记住了各种方法，也就拿到了离散数学的大部分分数。

下面我们就列出常用的几种应用：

- 证明等价关系：即要证明关系有自反、对称、传递的性质。
- 证明偏序关系：即要证明关系有自反、反对、传递的性质（特殊关系的证明就列出来两种，要证明剩下的几种只需要结合定义来进行）。
- 证明满射：函数 f: $X \to Y$，即要证明对于任意的 $y \in Y$，都有 $x \in X$，使得 $f(x)=y$。
- 证明入射：函数 f: $X \to Y$，即要证明对于任意的 x_1，$x_2 \in X$，且 $x_1 \neq x_2$，则 $f(x_1) \neq f(x_2)$；或者对于任意的 $f(x_1)=f(x_2)$，则有 $x_1=x_2$。
- 证明集合等势：即证明两个集合中存在双射。有三种情况：第一，证明两个具体的集合等势，用构造法，或者直接构造一个双射，或者构造两个集合相互间的入射。第二，已知某个集合的基数，如果为$\aleph$，就设它和 R 之间存在双射 f，然后通过 f 的性质推出另外的双射，因此等势；如果为$\aleph_0$，则设和 N 之间存在双射。第三，已知两个集合等势，然后再证明另外的两个集合等势，这时，先设已知的两个集合存在双射，然后根据剩下题设条件证明要证的两个集合存在双射。
- 证明群：即要证明代数系统封闭、可结合、有幺元和逆元（同样，这一部分可以作为证明题的概念更多，要结合定义把它们全部理解透彻）。
- 证明子群：虽然子群的证明定理有两个，但如果考证明子群的话，通常是考第二个定理，即设$<G,*>$是群，S 是 G 的非空子集，如果对于 S 中的任意元素 a 和 b 有 $a*b^{-1} \in S$，则$<S,*>$是$<G,*>$的子群。对于有限子群的相关证明，则可以考虑第一个定理。
- 证明正规子群：若$<G,*>$是一个子群，H 是 G 的一个子集，即要证明对于任意的 $a \in G$，有 $aH=Ha$，或者对于任意的 $h \in H$，有 $a^{-1}*h*a \in H$。这是最常见的题目中所使用的方法。
- 证明格和子格：子格没有条件，因此和证明格一样，证明集合中任意两个元素的最大元和最小元都在集合中。

图论虽然方法性没有前几部分强，但是也有一定的方法，如最长路径法、构造法等，在图论章节中将结合具体例子作详细讲解。

3．难题

难题就是在考试中比较难以下手、用来拉开考生分数档次的题。那么，遇到难题我们怎么下手分析呢？

难题主要有以下 4 种，我们逐一进行分析：

- **综合题**

综合题就是内容涵盖若干章的问题，这样的题大多数是在群论里面的陪集、拉格朗日定理、正规子群、商群这一部分中。这一部分结合的内容很多，而且既复杂又难理解，是整个离散数学中的难点。

首先拉格朗日定理把群和等价关系、划分结合在一起，又与群的阶数相挂钩（在子群中有一部分阶方面的题是比较难的题，它的解法依据就在此处）。然后商群将两个群结合在一起，因为两个群的元素是不同的，因此必须时刻概念清楚才不至于混乱。接着同余关系把群和关系相结合，定义了一种新的关系。自然同态将正规子群和商群相联系，也成为某些证明题的着眼处。核的定义和群同态定理给出了正规子群的另一种证明方法，因为核就是正规子群……

当然，综合题不仅在此一处，离散数学是一个融会贯通的学科，像集合论、图论等都可能成为综合题的命题点。

对于综合题，我们可以从两方面下手。一种是不管题设如何，分析所要证明的问题，从定理应用的题型着眼，设出所需要的格式，然后进行进一步推演。另一种是先看题设，应用已知条件的性质定理向前推几步，看看哪一个性质更能够接近所问，题目也就迎刃而解了。请看下面的例子。

例 2. 集合 $A=\{x_1, x_2,\ldots\ldots, x_n\}$，$R$ 为 A 上的偏序关系，M_R 为 R 的关系矩阵。令 $P=[P_{ij}]=M_R^2$。

证明：$<x_i,x_j>\in COV\,A$ 的充要条件为 $P_{ij}=2$，其中 $1\leqslant i, j\leqslant n$

本题把集合论中的序关系和图的关系矩阵巧妙地结合在一起，成为一道不多见的经典题目。那本问题如何解答呢？看它的必要性，所求为 $P_{ij}=2$，这个意思就是，在图中，从 i 到 j 有且只有两条长度为 2 的路径，因为偏序关系有自反性，而且$<x_i,x_j>\in COV\,A$，因此有且仅有两条长为 2 的路径 $x_i\to x_i\to x_j$，$x_i\to x_j\to x_j$。关于充分性，也是同样的思路。

例外题

例外题有两个含义，首先是对于定理应用题而言的，对于某一个概念，它的判定定理和性质定理通常都不是唯一的。而在学习过程中，对某类题目经常使用某个特定的定理，这样就容易形成思维定势，而考试的时候有可能恰好是对同一概念考的另一个不常用的定理，如果还按照通常的解题思路就会走很大的弯路，这时就需要考生在复习的时候全面掌握相关的概念和定理，这样在考试的时候才有可能灵活地选择解题思路。

例 3．设$<G,*>$和$<G',\triangle>$是两个群，f 是 G 到 G' 的满同态，$<H',\triangle>$是$<G',\triangle>$的正规子群，令 $H=\{a|a\in G, f(a)\in H'\}$，则$<H,*>$是$<G,*>$的正规子群。

正规子群通常的证明方法是证明对于任意的 $a\in G$，有 $aH=Ha$，或者对于任意的 $h\in H$，有 $a^{-1}*h*a\in H$。而本题这样做虽然也可以做出来，但会很难。本题所考的定理则是正规子群的另外一个判定定理，即同态核是正规子群。用这个定理，题目将迎刃而解。

其次例外题还有一种题型是与我们平常思维相悖的问题，如有一些题目给出一个结论，要求如果它正确的话请指出来，错误的话则请证明，凭做题经验通常是要选择证明的那条思路。其实也不妨用一些时间看看能不能指出来，从而不用证明。请看下面的例子。

例 4．判断图 0.2 是否为哈密尔顿图，如果是，则写出哈密尔顿圈，否则证明其不是哈密尔顿图。

这是上海交通大学 2001 年的一道 8 分的题目，乍一看题，考生通常会不加思索就用 a、b 标识法来证明它是非汉密尔顿图，其实不然，这是一个汉密尔顿图，其汉密尔顿圈为 chfigjdeabc。无独有偶，2002 年上海交通大学出一道同样的题，结果仍然为汉密尔顿图，令考生大跌眼镜。其图如图 0.3 所示，哈密尔顿圈为 abcdhijgfea。

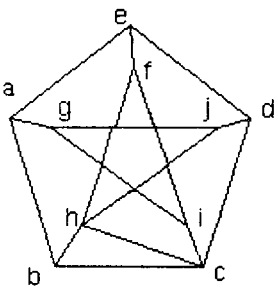

图 0.2

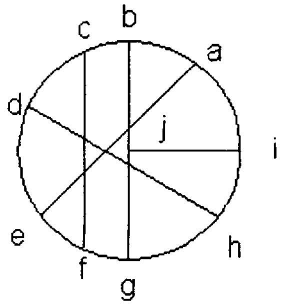

图 0.3

偏题

常有参考书会说某某章是非重点、不会考到之类的话，这是非常错误和有害的。其结果是令这些章成为读者复习中的盲点，成为另一类难题。这些章通常概念少，定理不多，因此题目本身不难。但由于没有好好复习或者根本没有复习，考试中又遇到此类题目，导致拿不到分数，这是非常令人懊丧的。所以我们建议读者进行全面复习，除非是所报考院校明确说明不考的部分，其余内容一律要认真复习。即使是复习时间比较少，也必须做到至少了解了基本概念和定义。对于离散数学而言，函数一章中的基数部分、格和布尔代数是容易忽略的问题。看看上海交通大学近年来出的题，我们就会感到这些题如果丢了分真是不应该。

例 5．证明：在有界分配格中，所有有补元构成的集为一个子格。

这道题是指定书中后面所附习题的一道，而且不是最难的一道。如果看看书，这样的题不会成为难点。

例 6．证明：对于两个元素的布尔代数$<\{0,1\},\wedge,\vee,->$，任何一个从$\{0,1\}^n$到$\{0,1\}$的函数都是布尔函数。

这道题 2002 年的试题更离奇，其实是课本上的一条定理，而且课本上本来就有详细的证明。

这些例子说明，我们平时复习的时候，不管是什么课程，一定不能留死角。而这些地方出的题目由于它本身内容的局限性，又往往是非常简单的，丢了分十分可惜。

错题

专业课的题目并不像基础课那样经过多方面的论证，因此出错题的概率也是有的（虽然非常少），如果我们遇到了一道题目，经过我们判断和推演得到相悖的答案，不要过分迷信题目的权威性，因为它可能是错题。看看下面的例子。

例 7．设$<G,*>$是一个循环群，B 是 G 的非空子集，证明：$<B,*>$是$<G,*>$的循环子群的充要条件为运算*在 B 上封闭。

这道上海交通大学 1999 年的题缺少了条件，我们可以很轻易地举出整数加法是一个循环群，而正整数加法是封闭的，它显然不是子群。因此应该加上“有限”这一条件。

0.3　离散数学证明题的证明方法

1．直接证明法

直接证明法是最常见的一种证明的方法，它通常用作证明某一类事物具有相同的性质，或者符合某一些性质的必定是某一类事物。

直接证明法有两种思路，第一种是从已知的条件来推出结论，即看到条件的时候，并不知道它可以怎样推出结论，这时则可以先从已知条件按照定理推出一些中间条件（这一步可能是没有目的的，要看看从已知条件中能够推出些什么），接着选择可以推出结论的那个条件继续往下推演。另外一种是从结论反推回条件，即看到结论的时候，首先要反推一下，看看从哪些条件可以得出这个结论（这一步也可能是没有目的的，因为并不知道要用到哪个条件），以此类推一直到已知条件。通常这两种思路是同时进行的。

2．反证法

反证法适用于证明那些“存在某一个例子或性质”、“不具有某一种的性质”、“仅存在唯一”等的题目。

它的方法是首先假设出所求命题的否命题，接着根据这个否命题和已知条件进行推演，直至推出与已知条件或定理相矛盾，则认为假设是不成立的，因此，命题得证。

例 8．设 G 是无向完全图，若对 G 的每条边指定一个方向，所得图称为竞赛图。

证明：无有向回路（或有向圈）的竞赛图 $D=<V(D),E(D)>$中，

对任意 $u,v\in V(D)$，有 $d^+(u)\neq d^+(v)$

本题是最显然的反证法类型的证明题，假设其相等，然后找到一个例子，证明图中有圈。

例 9．设 G 是有 11 个或更多结点的图，证明 G 或 G 的补图是非平面图。

本题的意思是证明 G 或 G 的补图不具有平面图的性质，因为平面图有若干定理和性质，而非平面图则没有，因此用到反证法。其反证假设是：假设 G 和 G 的补图都是平面图，根据平面图的性质，推出它的结点数小于 11。

例 10．证明：在由群$<G,*>$的一个子群$<S,*>$所确定的陪集中，只有一个陪集是子群。

这种仅存唯一的证明方法是，首先证明它存在，对于本题，因为 $eS=S$ 是子群，因此存在。然后再设假如存在另一个陪集是子群的话（反证），证明这两个陪集是相等的。这一证明方法用处非常广泛，证明唯一性的题目都可用这种方法来证明。

3．构造法

证明“存在某一个例子或性质”的题目，我们可以用反证法，假设不存在这样的例子和性质，然后推出矛盾，也可以直接构造出这么一个例子就可以了，这就是构造法。通常这样的题目在图论中多见。值得注意的是，有一些题目其实也是本类型的题目，只不过比较隐蔽罢了，像证明两个集合等势，实际上就是证明“两个集合中存在一个双射”，我们可以假设不存在，用反证法；也可以直接构造出这个双射。

例 11．设 $A=\{A_n \mid n\in N\}$，$B=\{B_n \mid n\in N\}$，且满足：

（1）对于任意的 $n\in N$，有 $A_n \sim B_n$；

（2）对于任意 $n\neq n'$，有 $A_n\cap A_{n'}=\varnothing$ ，$B_n\cap B_{n'}=\varnothing$。

求证：$\cup A\sim\cup B$。

本题的解法就是从已知的条件中构造一个从集合 $\cup A$ 到集合 $\cup B$ 的双射，而使用常规的证明两个集合等势的定理（Cantor-Schroder-Bernstein 定理）是无法证明本题的。

4．数学归纳法

数学归纳法是证明与自然数有关的题目，而且这一类型的题目可以加入递推思想。做这一类型题目的时候，要注意的一点就是所要归纳内容的选择。

例 12．证明在一棵 t 叉树中，外部通路 E 和内部通路 I 具有的关系是

$$E=(t-1)I+t\cdot k$$

其中，k 是分枝点数。

这里自然数非常多，如 E、I、k 等。所以，正确选择归纳内容为解决本题的关键，在这三个变量当中，应该对哪一个进行归纳呢？我们选择了变化比较少并且容易和其他两者进行联系的 k 来作为归纳的对象。

例 13．设 G 是连通简单图，但不是完全图，则存在 3 个结点 u、v 和 w，使 uv，$vw\in E(G)$，但 $uw\notin E(G)$。

这道题用归纳法的思路就比较隐蔽，想一想，为什么要用归纳法？

0.4　说明

本章所列题目都出自最近三年的考研题，更进一步的内容我们都在后面各章中为大家作了详细的讲解。

上面我们对离散数学的一些试题类型和解题方法做了简单扼要的分析。在后面的章节中，我们还会对每一部分的题目作详细的分析和解答。希望读者除了注意每一道例题的解答外，还应该仔细阅读分析和扩展部分，这才是我们的侧重点，也是我们希望读者掌握的地方。在这两部分中，提出的一些要求也希望读者能够完成。如果这样做了，相信一定会在最终的考试中获得令人满意的成绩！