


1987~2000

# 研究生入学考试数学试题 精选·精解·精练

欧维义 卢喜观 杨 伟

高等数学·工学类

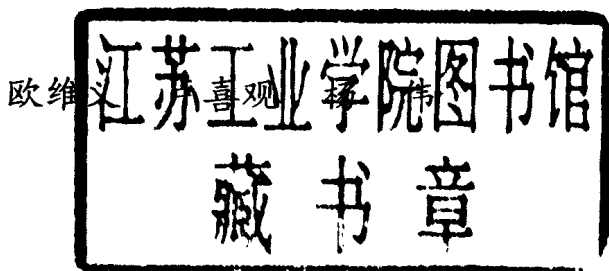
 吉林大学出版社

# 研究生入学考试数学试题

精选·精解·精练

高等数学·工学类

1987~2000



吉林大学出版社

## 内 容 提 要

本书的主要内容是选解 1987 年~2000 年全国工学类硕士研究生入学考试数学试题一、数学试题二中涵盖的高等数学试题。本书选题新颖、全面,解法灵活、多样,准确地体现了国家教育部对工学类硕士入学考试在高等数学方面的大纲要求,对考研和学习该课程的广大读者能起到清晰思路、把握重点、提高能力、扩展深度的效果,具有导向功能和指导意义。

### 研究生入学考试数学试题

精选·精解·精练

(高等数学·工学类)

1987~2000

欧维义 卢喜观 杨 伟

---

责任编辑、责任校对:卢喜观

封面设计:孙 群

吉林大学出版社出版  
(长春市解放大路 125 号)

吉林大学出版社发行  
长春市第四印刷厂印刷

---

开本:850 × 1168 毫米 1/32

2000 年 6 月第 1 版

印张:18.625

2000 年 6 月第 1 次印刷

字数:476 千字

印数:1—6 000 册

---

ISBN-5601-2322-8/O·251

定价:25.00 元

# 前 言

本书主编欧维义教授曾于1985年编写了《(1978~1985)研究生入学考试数学试题选解》(吉林科技出版社)一书,出版之后就成为了国内许多同类书的主要参考书;1994年以他为主编又改写出版了《(1978~1985、1987~1994)研究生入学考试数学试题选解》(吉林大学出版社)。这几年陆续收到了读者的来信,希望再版。为了进一步适应考研的新要求,在搜集了最新考研资料的情况下,在保留原书特点的基础上,重新编写了《研究生入学考试数学试题精选·精解·精练(高等数学·工学类)》和《研究生入学考试数学试题精选·精解·精练(高等数学·经济学类)》两书,同时出版的还有本套丛书的《研究生入学考试数学试题精选·精解·精练(概率论与数理统计)》和《研究生入学考试数学试题精选·精解·精练(线性代数)》两书。

本书的主要特点:

第一,在重要的基本概念、基本定理和基本公式的陈述上,力求简明、严密;在基本方法方面,突出思路,便于应用,可望在基本知识上有所深化。

第二,“题型精析”、“试题选解”和“习题精选”这三部分是本书的重要内容,通过精选、精解和精练,使之更具典型性、代表性,以使读者收到事半功倍的效果。

第三,根据“数学考研大纲”对工学类高等数学的新要求,通过对近几年试题资料的分析,特别是对1998、1999和2000三年数学考研试卷的研究,对原书的内容作了较大调整,对所选试题作了补足、修改,使其更全面、更实用。

本书内容由考研必备的基本知识、题型精析、试题选解和习题精选四个部分组成,书后附有答案。最后附录摘录了国家教育部关于《2000年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲的说明》中有关工学类高等数学方面的考试内容和考试要求。

在本书修订过程中潘吉勋教授、金希卓教授、胡成栋教授、李懋和教授和谢敬然副教授参加了工作,广大读者也提出了宝贵的意见。在此,我们谨表谢意。

编 者

2000年6月

# 目 录

第一章 计算极限的方法	(1)
一 基本概念与主要结果	(1)
1.1 极限的定义	(1)
1.2 极限存在的命题	(3)
1.3 极限存在的两个准则	(3)
1.4 极限的运算性质	(4)
1.5 极限的保号性质	(4)
1.6 无穷小量和无穷大量	(4)
1.7 洛必达(L'Hospital)法则	(7)
1.8 泰勒公式	(8)
1.9 常用公式	(12)
二 题型精析	(13)
2.1 未定式极限的计算	(13)
2.2 $1^\infty$ 型极限计算	(22)
2.3 利用泰勒公式求极限	(25)
2.4 无穷小量阶的比较	(29)
2.5 极限计算中的逆问题	(32)
2.6 部分和型数列的极限	(35)
2.7 用准则法求极限	(36)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)	(40)
3.1 填空题	(40)

3.2 选择题	(43)
3.3 计算与证明题	(47)
四 习题精选	(57)
第二章 连续性、可微性和微分法	(63)
§1 连续函数	(63)
一 基本概念与主要结果	(63)
1.1 基本概念	(63)
1.2 连续函数的基本类型	(64)
1.3 连续函数的基本性质	(64)
1.4 几点说明	(65)
二 题型精析	(66)
2.1 填空题	(66)
2.2 选择题	(66)
2.3 计算与证明题	(67)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)	(70)
3.1 填空题	(70)
3.2 选择题	(71)
3.3 计算与证明题	(72)
四 习题精选	(73)
§2 导数与高阶导数	(75)
一 基本概念与主要结果	(75)
1.1 基本概念	(75)
1.2 主要结果	(76)
二 题型精析	(77)
2.1 填空题	(77)
2.2 选择题	(80)
2.3 计算与证明题	(81)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)	(85)

---

3.1 填空题	(85)
3.2 选择题	(87)
3.3 计算与证明题	(91)
四 习题精选	(95)
§3 导数与微分的计算	(98)
一 基本概念与主要结果	(98)
1.1 基本初等函数的导数公式和微分公式	(98)
1.2 导数的四则运算法则	(98)
1.3 复合函数、隐函数、反函数的微分法	(99)
1.4 由参数方程确定的函数的求导公式	(99)
1.5 一阶微分形式不变性	(99)
1.6 乘积函数高阶导数的微分法 莱布尼兹(Leibniz公式)	(99)
1.7 由变限积分确定的函数的求导公式	(100)
1.8 几点说明	(100)
二 题型精析	(101)
2.1 填空题	(101)
2.2 选择题	(104)
2.3 计算与证明题	(105)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)	(106)
3.1 填空题	(106)
3.2 选择题	(107)
3.3 计算与证明题	(109)
四 习题精选	(112)
第三章 中值定理和泰勒公式	(114)
一 基本概念与主要结果	(114)
1.1 基本概念	(114)
1.2 主要结果	(115)



1.3 几点说明 .....	(116)
二 题型精析 .....	(117)
2.1 填空题 .....	(117)
2.2 计算与证明题 .....	(119)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(126)
3.1 填空题 .....	(126)
3.2 计算与证明题 .....	(128)
四 习题精选 .....	(137)
第四章 一元微分学的应用 .....	(140)
§1 极值与最值问题 .....	(140)
一 基本概念与主要结果 .....	(140)
1.1 主要结果 .....	(140)
1.2 几点说明 .....	(141)
二 题型精析 .....	(142)
2.1 填空题 .....	(142)
2.2 计算与证明题 .....	(142)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(149)
3.1 填空题 .....	(149)
3.2 选择题 .....	(150)
3.3 计算与证明题 .....	(153)
四 习题精选 .....	(159)
§2 微分学在几何方面的应用 .....	(161)
一 基本概念与主要结果 .....	(161)
1.1 曲线的凹凸、拐点及其判别 .....	(161)
1.2 曲率、曲率圆与曲率半径 .....	(162)
1.3 绘制函数图形的方法 .....	(163)
1.4 几点说明 .....	(163)
二 题型精析 .....	(164)

---

2.1 填空题 .....	(164)
2.2 选择题 .....	(165)
2.3 计算与证明题 .....	(166)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(170)
3.1 填空题 .....	(170)
3.2 选择题 .....	(172)
3.3 计算与证明题 .....	(174)
四 习题精选 .....	(180)
§3 不等式 .....	(181)
一 基本概念与主要结果 .....	(181)
二 题型精析 .....	(181)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(184)
3.1 中值定理与不等式 .....	(184)
3.2 单调性与不等式 .....	(185)
3.3 最值与不等式 .....	(188)
3.4 其它 .....	(189)
四 习题精选 .....	(191)
§4 方程的根和函数的零点 .....	(192)
一 基本概念与主要结果 .....	(192)
二 题型精析 .....	(192)
2.1 选择题 .....	(192)
2.2 计算与证明题 .....	(193)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(195)
3.1 选择题 .....	(195)
3.2 计算与证明题 .....	(197)
四 习题精选 .....	(202)
第五章 一元函数积分 .....	(204)
§1 不定积分的计算 .....	(204)

一 基本概念与主要结果	(204)
1.1 基本概念	(204)
1.2 主要结果	(205)
1.3 几点说明	(211)
二 题型精析	(213)
2.1 填空题	(213)
2.2 计算与证明题	(213)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)	(220)
3.1 填空题	(220)
3.2 选择题	(221)
3.3 计算与证明题	(222)
四 习题精选	(227)
§2 定积分的计算及其应用	(228)
一 基本概念与主要结果	(228)
1.1 基本概念	(228)
1.2 主要结果	(228)
1.3 几点说明	(232)
二 题型精析	(233)
2.1 填空题	(233)
2.2 计算与证明题	(234)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)	(242)
3.1 填空题	(242)
3.2 选择题	(244)
3.3 计算与证明题	(247)
四 习题精选	(260)
§3 广义积分	(262)
一 基本概念与主要结果	(262)
1.1 无有限的广义积分	(262)

---

1.2	无穷积分敛散性的判别	(264)
1.3	无界函数的广义积分	(265)
1.4	无界函数积分的敛散性判别	(267)
1.5	几点说明	(268)
二	题型精析	(269)
2.1	选择题	(269)
2.2	计算与证明题	(271)
三	研究生入学试题选解(1987~2000年)	(273)
3.1	填空题	(273)
3.2	计算与证明题	(274)
四	习题精选	(277)
第六章	向量代数与空间解析几何	(278)
一	基本概念与主要结果	(278)
1.1	空间直角坐标	(278)
1.2	向量	(278)
1.3	向量的运算	(279)
1.4	向量运算的法则	(280)
1.5	空间中的平面	(280)
1.6	空间中的直线	(281)
1.7	点、平面、直线之间的关系	(281)
1.8	常用曲面及其方程	(283)
二	题型精析	(286)
三	研究生入学试题选解(1987~2000年)	(290)
3.1	填空题	(290)
3.2	选择题	(292)
3.3	计算与证明题	(295)
四	习题精选	(297)

<b>第七章 多元微分学及其应用</b> .....	(298)
<b>§1 极限、连续、偏导数与全微分</b> .....	(298)
一 基本概念与主要结果.....	(298)
1.1 基本概念 .....	(298)
1.2 主要结果 .....	(302)
1.3 几点说明 .....	(305)
二 题型精析.....	(306)
2.1 填空题 .....	(306)
2.2 选择题 .....	(307)
2.3 计算与证明题 .....	(310)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(318)
3.1 填空题 .....	(318)
3.2 选择题 .....	(320)
3.3 计算与证明题 .....	(321)
四 习题精选.....	(325)
<b>§2 多元函数的普通极值和条件极值</b> .....	(327)
一 基本概念与主要结果.....	(327)
1.1 基本概念 .....	(327)
1.2 主要结果 .....	(327)
二 题型精析.....	(328)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(335)
四 习题精选.....	(339)
<b>§3 多元微分学在几何上的应用</b> .....	(340)
一 基本概念与主要结果.....	(340)
二 题型精析.....	(342)
2.1 填空题 .....	(342)
2.2 计算与证明题 .....	(342)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(344)

---

3.1 填空题 .....	(344)
3.2 选择题 .....	(344)
3.3 计算与证明题 .....	(345)
四 习题精选 .....	(346)
第八章 多元函数积分学 .....	(347)
§1 二重积分 .....	(347)
一 基本概念与主要结果 .....	(347)
1.1 基本概念 .....	(347)
1.2 主要结果 .....	(349)
1.3 几点说明 .....	(350)
二 题型精析 .....	(352)
2.1 填空题 .....	(352)
2.2 选择题 .....	(353)
2.3 计算与证明题 .....	(354)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(358)
3.1 填空题 .....	(358)
3.2 选择题 .....	(359)
3.3 计算与证明题 .....	(360)
四 习题精选 .....	(361)
§2 三重积分 .....	(362)
一 基本概念与主要结果 .....	(362)
1.1 基本概念 .....	(362)
1.2 主要结果 .....	(364)
二 题型精析 .....	(366)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(370)
四 习题精选 .....	(372)
§3 曲线积分 .....	(374)
一 基本概念与主要结果 .....	(374)

1.1	基本概念	(374)
1.2	主要结果	(376)
1.3	几点说明	(378)
二	题型精析	(379)
三	研究生入学试题选解(1987~2000年)	(382)
3.1	填空题	(382)
3.2	计算与证明题	(383)
四	习题精选	(385)
§4	曲面积分	(386)
一	基本概念与主要结果	(386)
1.1	基本概念	(386)
1.2	主要结果	(388)
1.3	几点说明	(389)
二	题型精析	(390)
三	研究生入学试题选解(1987~2000年)	(394)
四	习题精选	(399)
第九章	场论初步	(400)
一	基本概念与主要结果	(400)
1.1	基本概念	(400)
1.2	主要结果	(402)
1.3	几点说明	(403)
二	题型精析	(406)
2.1	填空题	(406)
2.2	选择题	(408)
2.3	计算与证明题	(408)
三	研究生入学试题选解(1987—1999年)	(413)
3.1	填空题	(413)
3.2	选择题	(415)

---

3.3 计算与证明题 .....	(415)
四 习题精选 .....	(425)
第十章 级 数 .....	(427)
§1 数值级数 .....	(427)
一 基本概念与主要结果 .....	(427)
1.1 基本概念 .....	(427)
1.2 主要结果 .....	(428)
1.3 几点说明 .....	(430)
二 题型精析 .....	(431)
2.1 填空题 .....	(431)
2.2 选择题 .....	(432)
2.3 计算与证明题 .....	(433)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(438)
3.1 选择题 .....	(438)
3.2 计算与证明题 .....	(442)
四 习题精选 .....	(446)
§2 幂级数 .....	(448)
一 基本概念与主要结果 .....	(448)
1.1 基本概念 .....	(448)
1.2 主要结果 .....	(449)
1.3 几点说明 .....	(451)
二 题型精析 .....	(452)
2.1 填空题 .....	(452)
2.2 计算与证明题 .....	(453)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年) .....	(455)
3.1 填空题 .....	(455)
3.2 选择题 .....	(456)
3.3 计算与证明题 .....	(456)



四 习题精选·····	(462)
§3 傅里叶级数·····	(463)
一 基本概念与主要结果·····	(463)
1.1 基本概念·····	(463)
1.2 主要结果·····	(464)
1.3 几点说明·····	(467)
二 题型精析·····	(467)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)·····	(469)
3.1 填空题·····	(469)
3.2 选择题·····	(470)
3.3 计算与证明题·····	(472)
四 习题精选·····	(474)
第十一章 常微分方程·····	(475)
§1 一阶微分方程和可降阶的高阶微分方程·····	(475)
一 基本概念与主要结果·····	(475)
1.1 基本概念·····	(475)
1.2 主要结果·····	(476)
二 题型精析·····	(479)
三 研究生入学试题选解(1987~2000年)·····	(483)
3.1 填空题·····	(483)
3.2 选择题·····	(485)
3.3 计算与证明题·····	(485)
四 习题精选·····	(502)
§2 二阶线性方程·····	(503)
一 基本概念与主要结果·····	(503)
1.1 微分方程(1.2)的通解·····	(503)
1.2 求非齐(次)方程(1.1)的特解 的待定系数法·····	(504)