

高等学校教材

# 信号与系统

王应生 徐亚宁 等编著

6-43



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

高等学校教材

# 信号与系统

王应生 徐亚宁 等编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

## 内 容 简 介

本书系统论述了信号与系统分析的基本理论和方法。全书共八章,内容包括:绪论、连续信号与系统的时域分析、连续时间系统的频域分析、连续时间系统的复频域分析、离散时间系统的时域分析、离散时间系统的 $z$ 域分析、系统的信号流程图及模拟、系统的状态变量分析。每章节都有较多精选的例题和习题。

全书论述条理清楚,系统性强,注意联系实际,深入浅出,便于自学。

本书可作为通信工程、信息工程、自动化和计算机类有关专业信号与系统课程的教材,也可供相关专业的本科生和工程技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 / 王应生,徐亚宁等编著. —北京:电子工业出版社,2003.3

ISBN 7-5053-8486-4

I. 信... II. ①王...②徐... III. 信号系统—高等学校—教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 007696 号

责任编辑: 龚立堇

印 刷: 北京李史山胶印厂

出版发行: 电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 19.5 字数: 500 千字

版 次: 2003 年 2 月第 1 版 2003 年 2 月第 1 次印刷

印 数: 6000 册 定价: 26.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话: (010)68279077

# 前 言

“信号与系统”是高等工科院校电子信息类专业本科生的一门重要专业基础课，其内容是研究信号与系统的基本概念和基本分析方法。通过本课程的学习，初步认识如何建立信号与系统的数学模型，如何求解响应，并对所得结果给予物理解释，赋予物理意义。

本书根据高等院校电子信息类专业基础课教学指导委员会的“信号与系统教学基本要求”编写而成，参考学时数为64学时。力求精选内容，加强基础，例题典型，重点突出。在文字叙述上力求简洁明了，通俗易懂。本书每节精选了一些思考与练习题，帮助学生加深对所学内容的理解，每章有较丰富的习题和参考答案，以利于培养学生分析问题和解决问题的能力。

本书由桂林电子工业学院通信与信息工程系电子工程教研室教师，积20余年教学经验编写而成。由王应生教授担任主编，徐亚宁老师担任副主编。王应生教授编写了第2、3章和4.1~4.5节。徐亚宁老师编写了第5、6、7、8章，邓碧玲老师编写第1章和4.6~4.8节，周茜老师编写了全部的思考与练习题和习题，周茜和刘超老师做了全部习题和思考题答案，李诚老师参加了习题、思考题的编写工作，苏启常老师做了前期的部分编写工作，陈高润老师进行了文字和图形的整理与校正工作。全书由王应生统稿。

在本书的编写工作中，得到了通信与信息工程系领导和电子工程教研室全体教师的关注和支持，王渝老师对本书的出版给予了关心和帮助，在此对他们表示衷心的感谢。

限于编者水平，书中定有不少疏漏和差错，恳请批评指正。

2003年1月

王应生

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 信号的描述与分类 .....	1
1.2 系统的描述与分类 .....	4
1.3 连续时间信号时域的变换与运算 .....	6
1.4 典型的连续时间信号 .....	12
1.5 阶跃信号与冲激信号 .....	14
习题 .....	22
第 2 章 连续信号与系统的时域分析 .....	26
2.1 引言 .....	26
2.2 微分方程的建立与求解 .....	28
2.3 系统方程的算子表示 .....	30
2.4 系统的零输入响应 .....	36
2.5 冲激响应和阶跃响应 .....	40
2.6 零状态响应的求解——卷积积分 .....	45
2.7 卷积积分的性质 .....	51
2.8 卷积积分的图解 .....	58
2.9 线性系统响应的时域求解 .....	62
习题 .....	65
第 3 章 连续时间系统的频域分析 .....	73
3.1 信号分解为正交函数 .....	73
3.2 周期信号的傅里叶级数分析 .....	76
3.3 周期信号的频谱特点 .....	83
3.4 非周期信号的频谱——傅里叶变换 .....	86
3.5 典型非周期信号的频谱 .....	89
3.6 傅里叶变换的性质 .....	92
3.7 周期信号的傅里叶变换 .....	106
3.8 抽样信号的频谱函数 .....	108
3.9 时域抽样定理 .....	111
3.10 系统函数与频域分析 .....	114
3.11 无失真传输 .....	120
3.12 调制与解调 .....	125
习题 .....	128
第 4 章 连续时间系统的复频域分析 .....	139

4.1	引言	139
4.2	拉普拉斯变换	140
4.3	单边拉普拉斯变换的基本性质	143
4.4	拉普拉斯逆变换——部分分式展开	155
4.5	复频域分析	158
4.6	系统函数与稳定系统	165
4.7	系统函数零点极点分布与系统时域特性的关系	168
4.8	系统函数零点极点分布与系统频域特性的关系	171
	习题	175
<b>第5章</b>	<b>离散时间系统的时域分析</b>	185
5.1	离散时间信号	185
5.2	离散系统的描述	190
5.3	离散系统的零输入响应	193
5.4	离散系统的零状态响应	195
5.5	离散系统的时域分析	202
	习题	206
<b>第6章</b>	<b>离散时间系统的 <math>z</math> 域分析</b>	212
6.1	$z$ 变换	212
6.2	$z$ 变换的基本性质	217
6.3	逆 $z$ 变换	223
6.4	离散系统的 $z$ 变换分析法	227
6.5	$z$ 变换与拉普拉斯变换的关系	231
6.6	$H(z)$ 与系统的时域特性及频率特性的关系	233
6.7	离散系统的频率响应	236
	习题	240
<b>第7章</b>	<b>系统的信号流图及模拟</b>	249
7.1	系统的信号流图表示	249
7.2	系统模拟	253
	习题	256
<b>第8章</b>	<b>系统的状态变量分析</b>	261
8.1	状态方程	261
8.2	状态方程的建立	264
	习题	272
	部分习题答案	276
<b>附录A</b>	<b>部分分式展开</b>	295
A.1	$F(s)$ 的 $D(s)$ 中全都是单实根	295
A.2	$F(s)$ 的 $D(s)$ 中有重根	296
A.3	$F(s)$ 的 $D(s)$ 中有共轭复根	297
<b>附录B</b>	<b>卷积积分表</b>	298
<b>附录C</b>	<b>常用周期信号的傅里叶系数表</b>	298

附录 D 常用信号的傅里叶变换及其频谱图 .....	300
附录 E 常用序列单、双边 $z$ 变换对 .....	303
参考文献 .....	304

# 第 1 章 绪 论

## 内 容 提 要

本章介绍信号与系统的基本概念。内容包括：信号与系统的定义与分类；信号的变换与运算；基本信号的描述等。要求学生通过本章学习建立起信号与系统的一些基本概念，掌握冲激信号的性质。

## 1.1 信号的描述与分类

在人类认识和改造自然界的过程中都离不开获取自然界的信息。所谓信息，是指存在于客观世界的一种事物形象。千万年来，人类用自己的感觉器官从客观世界获取各种信息，如语言、文字、图像、声音、自然景物等等。可以说，我们是生活在信息的海洋之中，因此获取信息的活动是人类最基本的活动之一。

信息和消息密切相关，所谓消息，是指用来表达信息的某种客观对象，如电报中的电文、电话中的声音，电视中的图像等都是消息。通常我们把欲待传输的语言、图像、文字、数码等统称为信息(知道了的消息)。

很久以来，人类曾寻求各种方法来传递信息(消息)。从利用手势、声音、光这类非语言传播发展到语言传播，是人类信息传播史上的第一次革命。文字的出现，印刷术、纸张的发明和推广使用，是人类信息传播史上的第二次革命。第三次信息传播革命是与电磁波传播媒介联系在一起的，如电报、电话、无线电广播、电视乃至通信卫星等一系列现代电磁波传播媒介的发现，这是人类信息传播史上具有划时代意义的革命。

因为消息的传送一般不是直接的，而必须借助于一定形式的信号才便于远距离快速传输和进行各种处理。所谓信号，是指消息的表现形式，如电信号、光信号和声信号等等，本课程着重研究电信号的分析、传输和处理。由于信号是带有信息的某种物理量(电磁量)，这些物理量的变化包含着信息，因此我们定义：

信号是带有信息的随时间变化的物理量。在数学上，信号可以用一个或多个独立变量的函数表示，也可以用曲线图形表示，其图形称为信号的波形。信号是运载信息的工具，也是信息的表现形式。由于信息蕴含于变化的信号中，只有变化的物理量(电磁量)才能运载信息。因此，信号的数学模型就是时间函数。一般连续信号表示为时间  $t$  的函数  $f(t)$ ，离散信号表示为序号  $n$  的函数  $f(n)$ 。

按照信号的不同性质与数学特征，可以有多种不同的分类方法。

### 1. 确定信号与随机信号

若信号被表示为一确定的时间函数，对于指定的某一时刻，可确定一相应的函数值，这种信号称为确定信号或规则信号。例如我们所熟知的正弦信号。



但是,实际传输的信号往往具有未可预知的不确定性,如果信号不是自变量(时间)的确定函数,即对某时刻  $t$ ,信号值并不确定,而只知道某一数值的概率。此类具有统计规律的信号称为无规则信号或随机信号。无线信道中的干扰和噪声就是这类随机信号。

本书仅讨论确定信号。但应该指出,随机信号及其通过系统的研究,是以确定信号通过系统的理论为基础的。

## 2. 连续时间信号与离散时间信号

如果在所讨论的时间间隙内,除有限个不连续间断点之外,对于任意时间值都可给出确定的函数值,此信号就称为连续信号,如图 1-1 所示。

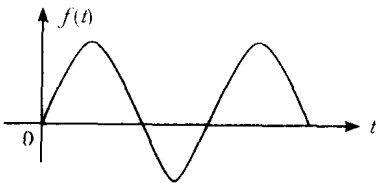


图 1-1 连续时间信号

连续信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的(只取某些规定值)。时间和幅值都为连续的信号又称为模拟信号。在实际应用中,模拟信号与连续信号两名词往往不予以区分。

与连续信号对应的是离散信号。离散信号在时间上是离散的,只在某些不连续的规定瞬时给出函数值,在其他时间没有定义,如图 1-2 所示。

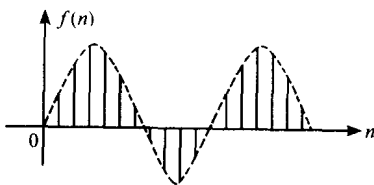


图 1-2 离散时间信号

给出函数值的离散时刻的间隔可以是均匀的(如图 1-2),也可以是不均匀的。一般情况下都采用均匀间隔,这时,自变量  $t$  简化为用整数序号  $n$  表示,函数符号写作  $f(n)$ 。

## 3. 周期信号与非周期信号

所谓周期信号就是依一定时间间隔周而复始,而且是无始无终信号,它们的表示式为:

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots (\text{任意整数})$$

式中  $T$  为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程,便可确知它在任一时刻的数值。

非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。若令周期信号的周期  $T$  趋于无限大,则成为非周期信号。

## 4. 能量信号与功率信号

为了知道信号能量或功率的特性,常常研究信号  $f(t)$ (电流或电压)在  $1\Omega$  电阻上所消耗的能量或功率。信号  $f(t)$  在  $1\Omega$  电阻上的瞬时功率为  $|f(t)|^2$  在时间间隔  $-T < t < T$  内(这

里  $T$  不是周期)消耗的能量为

$$W = \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-1)$$

当  $T \rightarrow \infty$  时, 信号  $f(t)$  的总能量为

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-2)$$

信号的平均功率为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (1-3)$$

由于被积函数是  $f(t)$  的绝对值的平方, 所以信号能量  $W$  和功率  $P$  都是非负实数, 即使  $f(t)$  是复函数也一样。

应用式(1-2)、式(1-3)计算信号在  $1\Omega$  电阻上的总能量及平均功率时, 可能有两种情况: 一种是总能量为有限值而平均功率为零, 即  $0 < W < \infty$  和  $P \rightarrow 0$ ; 另一种是总能量为无限大而平均功率为有限值, 即  $W \rightarrow \infty$  和  $0 < P < \infty$ 。我们把前者称为能量信号, 后者称为功率信号。一般周期信号都是功率信号, 而非周期信号可以是能量信号, 也可以是功率信号。

## 5. 一维信号和多维信号

从数学表达式上看, 信号可以表示为一个或多个变量的函数。语音信号可表示为声压随时间变化的函数, 这是一维信号, 而一张黑白图像每个点(像素)具有不同的光强度, 任一点又是二维平面坐标中的两个变量的函数, 这是二维信号。实际上还可能出现更多维数变量的信号, 例如电磁波在三维空间中传播, 若同时考虑时间变量就构成四维信号。在以后的讨论中, 一般情况下只研究一维信号, 且自变量为时间。

## 思考与练习

1. 关于信号的确切性与随机性有以下几种说法, 试判断正误。

(1) 有确定函数表达式的信号为确定信号; 而随机信号没有确定函数表达式。

(2) 已经知道的信号为确定信号; 未知信号为随机信号。

(3) 能够确定未来任意时刻  $t$  的信号取值的信号为确定信号; 而对于未来任意时刻  $t$ , 其取值不能确定的信号为随机信号。

(4) 确定信号可由确定的函数表达式来表示; 随机信号由概率分布函数来描述。

2. 填空

(1) 时间连续, 信号取值也连续的信号为\_\_\_\_\_。

(2) 时间连续, 信号取值离散的信号为\_\_\_\_\_。

(3) 时间离散, 信号取值连续的信号为\_\_\_\_\_。

(4) 时间离散, 信号取值也离散的信号为\_\_\_\_\_。

3. 试判断下列信号的确切性(随机性)、连续性(离散性)和周期性(非周期性)。

(1)  $f(n) = \cos(n\pi)$

(2)  $f(n) = \cos(n)$

(3)  $f(t) = \cos(2t)$

(4)  $f(n) = \cos(n\pi/12)$

(5)  $f(t) = t^2 + 1$

(6) 掷硬币实验, 设硬币“出现正面”则发出信号“0”, “出现反面”则发出信号“1”。

(7) 设天气预报分为“晴”“阴”“雨”“雪”四种情况，分别用四种电信号来表示，并已知其出现的概率分别为 0.6, 0.3, 0.2, 0.1，则对接收者来说此信号为以上那种信号？

## 1.2 系统的描述与分类

广义地讲，我们把由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体称为系统。为了实现某些特定的功能(如转换能量或处理信息)，人们把若干个部件有机地组合成一个整体，这个整体就是系统，如通信系统，控制系统，电力系统，机械系统等等。系统的概念不仅适用于自然科学的各个领域，而且还适用于社会科学，如政治结构，经济组织，生产管理，教育体制，人口发展等等。

我们把完成信息传输的系统称为通信系统，也是本门课程着重重要讨论研究的系统，以广播、电视为例，典型的通信系统如图 1-3 所示。

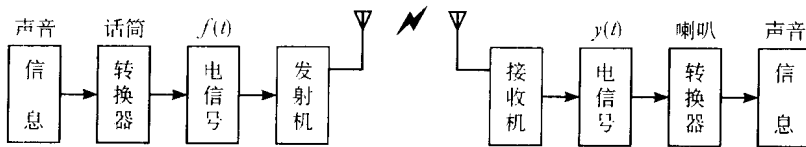


图 1-3 典型的通信系统

从图 1-3 中，我们也可以简单的把系统理解为对信号进行传输、处理和存储的一种装置。系统在外加信号作用下将产生某种反应，这种外加信号称为系统的输入或激励，如图 1-3 中的  $f(t)$ 。相应的反应称为系统的输出或响应，如图 1-3 中的  $y(t)$ 。

要分析一个物理系统，首先要建立该系统的模型。所谓模型就是系统基本特性的数学抽象，它可以用数学表达式(如微分方程等)来描述，也可以用具有理想特性的框图组合来表征，然后用数学方法求出它的解答并赋予物理意义。概括起来，系统分析的过程就是把实际的物理问题抽象为数学模型，经数学解析后再回到物理实际的过程。

例如，研究一电容器充电的过程，可以将流过电容器的电流看做是原因，称为激励或输入，而将电容上的电压看做是结果，称为响应或输出。如果电容器引线电阻和电容器漏电导都很小可以忽略不计，那么这个系统可以用图 1-4 的模型来描述，流过电容的电流与其两端电压的关系为

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

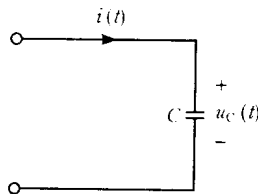


图 1-4 电容器充电

对上式进行积分，并设  $u_C(-\infty) = 0$ ，得

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1-4)$$

这里, 将积分号内的时间变量  $t$  用  $\tau$  来代替, 以区别于积分上限  $t$ , 式(1-4)表明, 在任意时刻  $t$ , 电容上的电压值  $u_C(t)$  取决于电流  $i(t)$  的全部历史(即从  $-\infty$  到  $t$  所有时刻的电流值)。式(1-4)也可写为

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i(\tau) d\tau + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau = u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (1-5)$$

式中  $u_C(t_0)$  是初始时刻  $t_0$  时电容上的初始电压, 它反映了初始时刻的储能情况, 也称为初始状态。式(1-5)表明, 若已知初始状态  $u_C(t_0)$  和  $t_0$  到  $t$  的激励  $i(t)$ , 就能够完全地确定任意时刻  $t \geq t_0$  的响应  $u_C(t)$ 。这个例子只需一个初始状态, 更复杂的系统可能需要多个初始状态。

系统的分类错综复杂, 按照其数学模型的差异可作如下划分。

### 1. 连续时间系统与离散时间系统

若系统的输入和输出都是连续时间信号, 且其内部也未转换为离散时间信号, 则称此系统为连续时间系统。若系统的输入和输出都是离散时间信号, 则称此系统为离散时间系统。RLC 电路都是连续时间系统, 而数字计算机就是一个典型的离散时间系统。实际上, 离散时间系统经常与连续时间系统组合运用, 这种情况称为混合系统。

连续时间系统的数学模型是微分方程, 而离散时间系统则用差分方程描述。

### 2. 即时系统与动态系统

如果系统的输出信号只决定于同时刻的激励信号, 与它过去的工作状态(历史)无关, 则称此系统为即时系统(或无记忆系统)。例如, 只由电阻元件组成的系统就是即时系统。如果系统的输出信号不仅取决于同时刻的激励信号, 而且与它过去的工作状态有关, 这种系统称为动态系统(或记忆系统)。凡是包含有记忆作用的元件(如电容、电感、磁芯等)或记忆电路(如寄存器)的系统都属于动态系统。

即时系统可用代数方程描述, 动态系统的数学模型则是微分方程或差分方程。在分析动态系统时, 变量的选择又有两种方式, 一种是选择输出变量与输入变量(响应与激励), 另一种是选择状态变量(如电容电压、电感电流等)。

### 3. 集总参数系统与分布参数系统

只由集总参数元件组成的系统称为集总参数系统。含有分布参数元件的系统是分布参数系统(如传输线、波导等)。集总参数系统用常微分方程作为它的数学模型; 而分布参数系统的数学模型是偏微分方程, 这时描述系统的独立变量不仅是时间变量, 还要考虑到空间位置。

### 4. 线性系统与非线性系统

具有叠加性与均匀性(也称齐次性, homogeneity)的系统称为线性系统。所谓叠加性是指当几个激励信号同时作用于系统时, 总的输出响应等于每个激励单独作用所产生的响应之和。而均匀性的含义是, 当输入信号乘以某常数时, 响应也倍乘相同的常数。不满足叠加性

或均匀性的系统是非线性系统。

## 5. 时变系统与时不变系统

如果系统的参数不随时间而变化,则称此系统为时不变系统(或非时变系统、定常系统)。如果系统的参数随时间改变,则称其为时变系统(或参变系统)。

本书只着重讨论线性时不变(Linear Time-Invariant, LTI)系统。

## 1.3 连续时间信号时域的变换与运算

在信号的传输与处理过程中往往需要进行信号的变换与运算,它包括信号的移位(时移或延时)、反折、尺度变换(压缩与扩展)、微分、积分,以及两信号的相加或相乘等。我们要重点掌握在变换与运算过程中表达式所对应的波形变化。

### 1.3.1 信号的时域变换

#### 1. 信号的移位

若 $f(t)$ 为连续信号,常数 $t_0 > 0$ ,则 $f(t - t_0)$ 是将原信号沿正 $t$ 轴平移 $t_0$ 时间,而 $f(t + t_0)$ 是将原信号向负 $t$ 轴平移 $t_0$ 时间。

[例 1-1] 已知 $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(t+2) & -2 < t < 0 \\ -(t-1) & 0 < t < 1 \end{cases}$ , 波形如图 1-5(a) 所示, 求 $f(t+1)$ ,  $f(t-1)$ 。

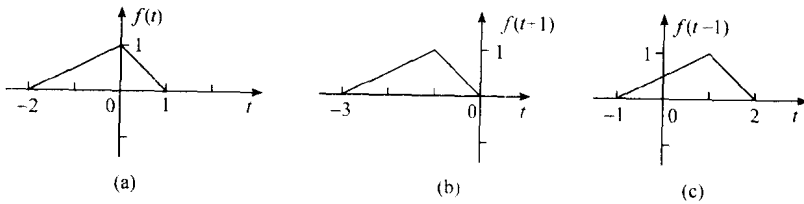


图 1-5 [例 1-1]图

解: 用 $(t+1)$ 代替 $t$ , 有

$$f(t+1) = \begin{cases} \frac{1}{2}(t+1+2) & -2 < t+1 < 0 \\ -(t+1-1) & 0 < t+1 < 1 \end{cases}$$

得

$$f(t+1) = \begin{cases} \frac{1}{2}(t+3) & -3 < t < -1 \\ -t & -1 < t < 0 \end{cases}$$

相应的波形如图 1-5(b) 所示(超前)。

同理,  $f(t-1)$  如图 1-5(c) 所示(滞后)。

#### 2. 信号的反折

信号反折表示将 $f(t)$ 的自变量 $t$ 更换为 $-t$ , 此时 $f(-t)$ 的波形相当于将 $f(t)$ 以 $t=0$

为轴反折过来。

[例 1-2] 已知  $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{3}(t+2) & -2 < t < 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-6(a) 所示，求  $f(-t)$ 。

解：  $f(-t) = \begin{cases} -\frac{1}{3}(t-2) & -1 < t < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-6(b) 所示。

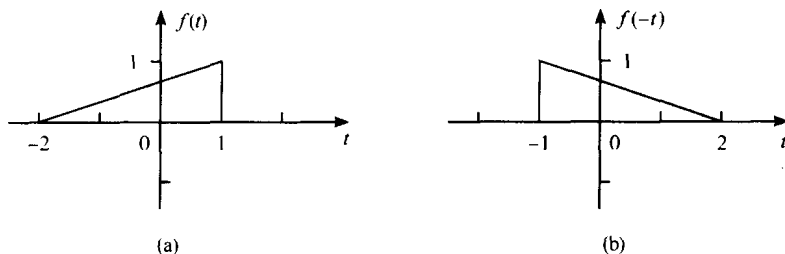


图 1-6 [例 1-2] 图

### 3. 信号的尺度变换

若信号  $f(t)$  的自变量  $t$  乘以正实系数  $a$ ，则信号波形  $f(at)$  将是  $f(t)$  波形的压缩 ( $a > 1$ ) 或扩展 ( $a < 1$ )。

[例 1-3] 已知  $f(t) = \begin{cases} t & 0 < t < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-7(a) 所示，求  $f(2t)$  和  $f(\frac{1}{2}t)$ 。

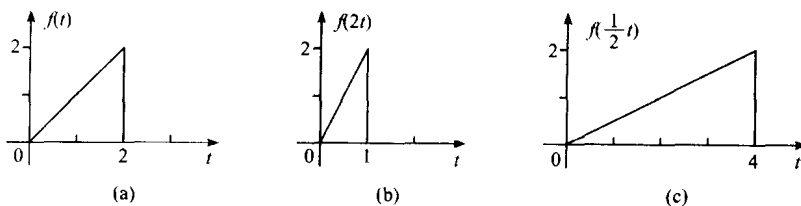


图 1-7 [例 1-3] 图

解：  $f(2t) = \begin{cases} 2t & (0 < 2t < 2) \quad 0 < t < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-7(b) 所示。

$f(\frac{1}{2}t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t & (0 < t < 4) \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-7(c) 所示。

可见，时移、反折、展缩都是用一个新的时间变量去代换原来的时间变量。

[例 1-4] 已知  $f(t) = \begin{cases} t+2 & -2 < t < 0 \\ -2t+2 & 0 < t < 1 \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-8(a) 所示，求  $f(2t-1)$ ， $f(\frac{1}{2}t-1)$ 。

解：  $f(t-1) = \begin{cases} t+1 & -1 < t < 1 \\ -2(t-2) & 1 < t < 2 \end{cases}$ ，相应的波形如图 1-8(b) 所示。

压缩：用  $2t$  代替  $t$ ，有

$$f(2t-1) = \begin{cases} 2t+1 & -\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \\ -4(t-1) & \frac{1}{2} < t < 1 \end{cases}, \text{ 相应的波形如图1-8(c)所示。}$$

扩展: 用  $\frac{1}{2}t$  代替  $t$ , 有

$f(\frac{1}{2}t-1)$ , 相应的波形如图1-8(d)所示。

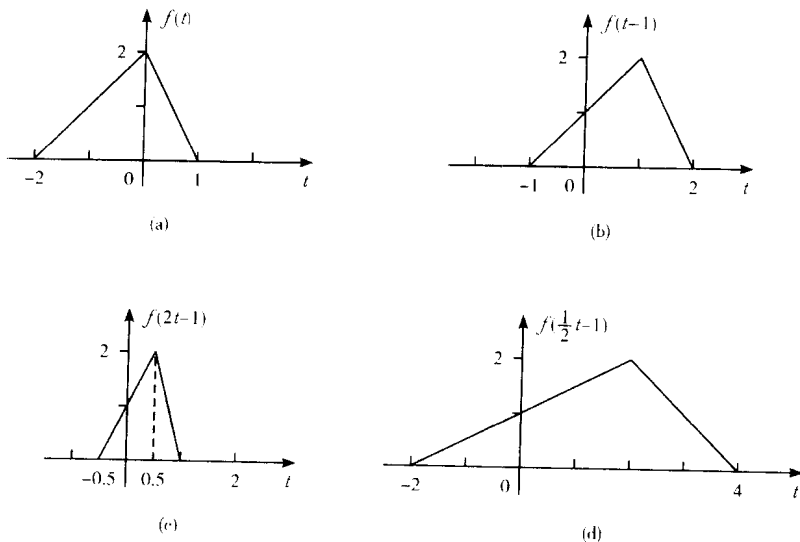


图 1-8 [例 1-4]用图

[例 1-5] 已知信号  $f(2-2t)$  的波形如图 1-9 所示, 求  $f(t)$ 。

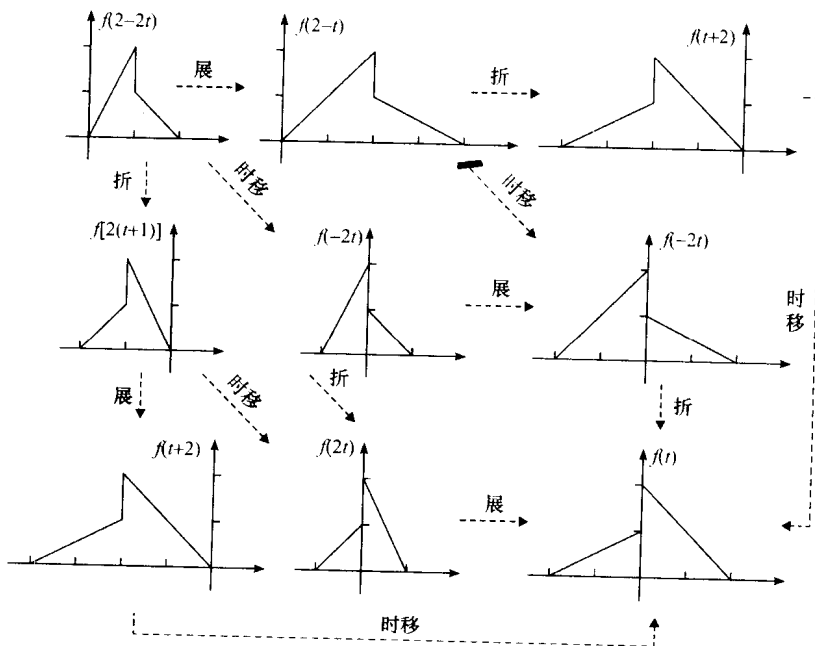


图 1-9 [例 1-5]用图

解:  $f(2-2t)$  是信号  $f(t)$  经时移、反折和展缩后所得的信号, 可以用六种方法获得

$f(t)$ , 其过程和波形如图 1-9 所示。

### 1.3.2 信号的时域运算

#### 1. 微分与积分

信号  $f(t)$  的微分是指  $f(t)$  对  $t$  取导数, 即

$$f'(t) = \frac{d}{dt}f(t) \quad (1-6)$$

信号  $f(t)$  的积分运算指  $f(t)$  在  $(-\infty, t)$  区间内的定积分, 其表达式为

$$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \quad (1-7)$$

图 1-10 和图 1-11 分别示出微分与积分运算的例子。由图 1-10 可见, 信号经微分后突出显示了它的变化部分。反之, 由图 1-11 可见, 信号经积分运算后, 信号的突变部分可变得平滑, 利用这一作用可削弱信号中噪声的影响。

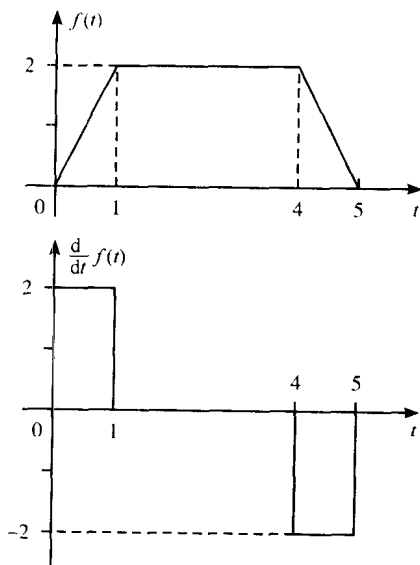


图 1-10 微分运算

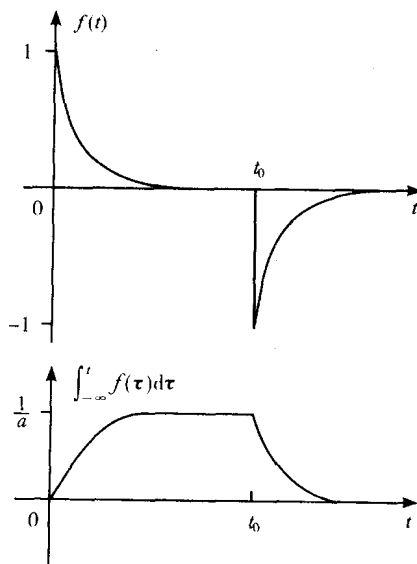


图 1-11 积分运算

#### 2. 信号的相加

两个信号相加的框图如图 1-12 所示, 一个无线信道通常就可看成是一个加法器。若

$$f_1(t) = \sin(\Omega t)$$

$$f_2(t) = \sin(8\Omega t)$$

则

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = \sin\Omega t + \sin 8\Omega t$$

相应的波形如图 1-13。

需要指出的是两个周期信号相叠加, 并不一定是周期信号(看是否存在最小公倍数)。



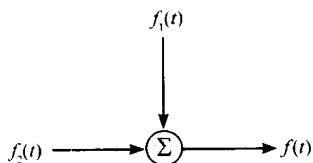


图 1-12 两信号相加框图

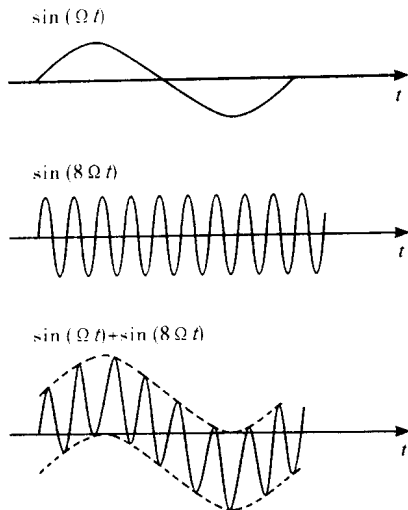


图 1-13 两信号相加的波形

设  $f_1(t)$  的周期为  $T_1$ ,  $f_2(t)$  的周期为  $T_2$ ,  $n_1, n_2$  为整数, 若  $n_1 T_1 = n_2 T_2$ , 即  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1}$  = 有理数, 则  $f_1(t) + f_2(t)$  为周期信号; 反之, 若  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1}$  = 无理数, 则  $f_1(t) + f_2(t)$  为非周期信号。

[例 1-6]  $f_1(t) = A_1 \cos 6\pi t$ ,  $f_2(t) = A_2 \cos 10\pi t$ , 判断  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$  是否为周期信号。

解: 由于  $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}$ ,  $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{3} = \frac{n_2}{n_1} = \text{有理数} (n_1 = 3, n_2 = 5)$$

$T_1, T_2$  的最小公倍数:  $T_3 = n_1 T_1 = n_2 T_2 = 1$

则  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$  为周期信号。

[例 1-7] 若  $f(t) = \cos 3t + \sin \pi t$ , 判断  $f(t)$  是否为周期信号。

解: 由于  $T_1 = \frac{2\pi}{3}$ ,  $T_2 = 2$ , 则  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\pi}{3}$  = 无理数, 故  $f(t)$  为非周期信号。

### 3. 信号的相乘

两个信号相乘的框图如图 1-4 所示, 在通信系统中的调制、解调过程及信号的取样中, 将经常遇到两信号的相乘运算。

若

$$f_1(t) = \sin(\Omega t)$$

$$f_2(t) = \sin(8\Omega t)$$

则  $f(t) = f_1(t)f_2(t) = \sin(\Omega t)\sin(8\Omega t)$

相应的波形如图 1-15。