GONGCHENG LIXUE 下册

工程力学

杜白简

成都科技大学出版社

目　录

绪　论

材料力学是固体力学的一个分支，是研究工程结构构件和机器零件承受载荷能力（承载能力）的一门基础学科，材料力学的理论和方法简易实用，历来就成为工程技术人员解决实际问题的武器。随着现代高速车辆、航空航天、采油采矿、特大型工程结构所需机器设备，特别是随着冶金工业、化学工业的发展，出现众多新型高强度合金材料、人工合成材料，并对材料力学提出更多更新的研究课题，推动着材料力学学科的发展。

第一章　基本概念

§1—1　材料力学的任务

材料力学是研究各种工程构件的承载能力。各种构件是采用不同材料制造成的，材料的实际性能千差万别，构件的形状尺寸各异，在承受不同载荷时，产生不同的变形，并产生不同形式的破坏。而在材料力学中，常见的最简单的有四种基本变形：

（一）拉伸与压缩。如图1—1(a)所示支架，水平拉杆受拉伸，斜杆受压缩。沿杆轴线上作用等值、反向的二力，离开杆端横截面的是拉力，使杆伸长，指向杆的横截面的是压力，使杆缩短。类似这种拉伸（压缩）在生活中非常普遍，绳、索受拉，砖石块受压，等等。

（二）剪切。如图1—1(b)所示螺栓连接受横向力作用，横截面之间发生平行错动、滑移。在等值反向二力之间发生平行四边形的错动，称为剪切变形。如铡刀、剪刀切断材料就是剪切。

（三）扭转。如图1—1(c)，轴的两端受到等值，反向的力偶矩，（绕轴线转），轴受到搓扭，形成麻花状，称为扭转变形。两手反向拧干毛巾、衣物的水份，拧紧螺帽螺钉，都属于扭转变形。

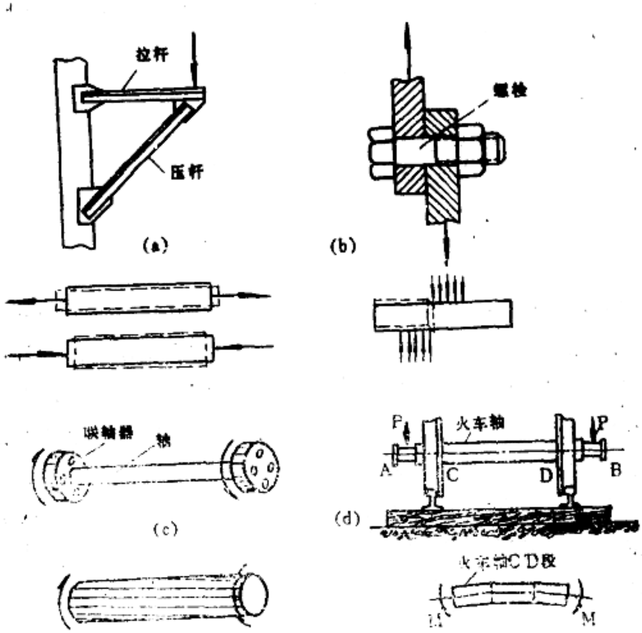

图 1—1

（四）弯曲。如图1—1(d)，车辆受横向力，中间一段材料两端受等值、反向二力矩，但在轴线平面上作用，杆发生弯曲变形。如扁担、杠杆、桥梁、屋梁都受弯曲变形。

除了研究上述四种基本变形外，构件材料在承受载荷时，衡量它们的承载能力要采用三个力学指标：强度、刚度、稳定性。

1.强度。构件材料抵抗外力破坏的能力。例如绳、索，只承受拉伸，就要求不被拉断，砖块受压，就要求不被压碎，轴不要扭断，车轴、梁，不要被弯断。在一定载荷作用下，要求绳、索、砖块、轴、梁有足够的强度，才不至于破坏，保证安全。

2.刚度。构件材料抵抗变形的能力。材料受载荷作用，必然要产生变形，受拉而伸长，受压而缩短。扭转变形，弯曲变形，都要求在一定的限度内，否则构件就不能正常地工作。

3.稳定性。要求结构构件具有保持或恢复平衡状态的能力，以至不造成构件承受载荷后，发生变形，偏离平衡位置，而又无力恢复，而使结构面目全非甚至垮台。

强度、刚度、稳定性这三个力学指标，不仅与构件材料的物理性能有关，而且与外力作用的情况有关，与构件的结构形状、尺寸大小有关。通过实验测定和理论分析，完全可以掌握计算强度、刚度、稳定性的主动权，从而保证在预定的承载条件下，使结构符合既安全又经济的原则。通常注重两方面。

主要方面。保证工程结构和机器设备，在工作中安全可靠，不出事故，当然构件的强度高、刚性大、稳定性好，如

材料选用得好一点，构件尺寸大一点，但也要恰如其分，避免成本高，造成浪费。始终坚持安全与经济的统一。

另一方面。保证材料机械加工工艺的顺利实施，也要懂得材料的强度、刚度、稳定性。

§1—2 材料力学的基本假设

实际工程结构和机器设备的制造，材料品种繁多，性质各异。为了建立统一的力学理论，经过反复的实验观察，抓住各种材料的主要力学性能，作出统一的科学假设。

一、均匀连续各向同性假设

认为变形的固体内部质量分布是均匀的、连续密实的、没有空隙，也没有富集稠密区，因此推断出："在变形固体内部各点都有完全相同的物理性质，各方向都有相同的力学性能"。这个假设，对于绝大多数金属材料，特别是经过辗压锻轧后的金属材料，是很符合实际的。对于浇铸的铸件，浇灌的混凝土，如果保证生产的质量，避免气孔、缩松，也能符合均匀连续性的假设。对于天然材料、竹材、木材，在节疤叉枝处就不均匀，而且顺纤维与横纤维的性能就大不一样，在设计计算中必须给予修正。天然石块就不能一概而论，质地坚硬细密的火成岩，也能符合均匀连续性的假设，片状岩石就差得多，也必须注意修正。

二、弹性小变形假设

材料力学只限于研究结构构件的弹性小变形。从材料的物理性能方面看，所谓小变形，是指结构构件受外力作用以后，产生弹性变形，并不改变外力的作用点和作用方向，或者说虽然有微小改变，但可忽略不计。所谓弹性变形，是指

当外力作用时产生了变形，当外力消除后变形也随之消除，没有丝毫的变形痕迹，完全恢复原状，没有残余变形。

三、平截面假设

可以把许多工程构件抽象为杆件，杆件是指具有长度、宽度或厚度的三维尺寸，与长度轴线相垂直处可以截取许多横截面，即在杆件表面垂直轴线x处刻划许多横直线，如图1—2。

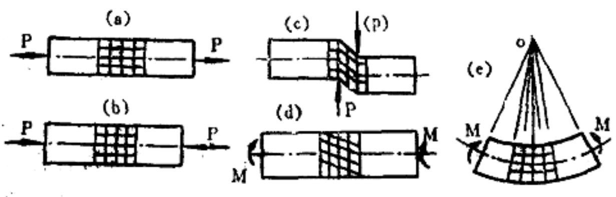

图1—2

从几何方面来看，在不同外力、外力偶矩的作用下，发生四种基本变形。当杆受拉伸变形（图(a)），横直线相互离开；当杆受压缩变形（图(b)），横直线相互靠近；当杆受剪切(图(c))，横直线相互平行滑移错动；当杆受到扭转(图(d))，横直线相互旋转错动角φ；当杆受弯曲（图(e)），横直线绕弯曲中心O点转动过角度θ。

假设杆件的横截平面变形后仍保持为平面，好象刚性平面不会翘曲一样，变形只是这些横截平面之间几何位置的变化。平截面假设大大简化了实际变形的复杂性，特别是舍弃了材料内部分子之间由于变形而发生复杂的物理过程，易于推得理论计算公式，但不免带来误差。不过，实践证明，这种误差在一般工程应用中是允许的。因此，材料力学的理论方法，能解决工程实际问题。

§1—3 变形固体的力学模型

材料力学面对可变形的固体，既要考虑外力作用的外效应，又要考虑外力作用的内效应，相对而言，内效应（变形）是问题的主要方面。在建立变形固体受力的力学模型时，必须在前述几条基本假设的前提下，充分考虑变形问题。

理论力学的基本理论和基本方法仍然非常有用。但对于理论力学的结论，凡与变形内效应相抵触的，在材料力学中必须舍弃，或者有限制条件地使用。例如，外力可沿其作用线任意移动的推论，在材料力学中就不适用，必须舍弃。图1—2(b)为杆件受P力而拉伸变形，图1—2(c)为杆件受P力而压缩变形，绝不能把P力沿作用线任意移动，而混淆了两种不同的变形。再如图1—3(a)，悬臂梁l受分布力q，整根梁都有弯曲变形，若应用等效力ql代之，改为中点(c)处受到集中力作用，图(b)就只有左段梁有弯曲变形，右段还是直的。因此，合力投影定理只能在计算力的平衡关系时使用，而在计算变形时就不行了。又如图1—3(c)曲杆受P力，整根杆处处都有变形，若只研究局部竖杆的变形，(这是限制条件)，可以应用力的平移定理建成图1—3(d)图的力学模型。

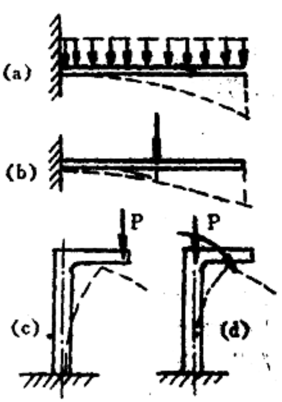

图1—3

总之，建立变形固体的力学模型，必须注意变形这一主要方面，而外力的作用点和作用状态具有决定性的意义，不能轻易改变。

如果受力图为一般的空间力系，静力平衡方程，即力系外效应的平衡方程：

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma X=0 \qquad && \Sigma m_x(F_i)=0 \\ &\Sigma Y=0 && \Sigma m_y(F_i)=0 \\ &\Sigma Z=0 && \Sigma m_z(F_i)=0 \end{aligned}\right\} \tag{1—1}$$

用式（1—1）能解算受力图中全部独立的未知量，称为静定问题。否则称为静不定（超静定）问题，还需研究构件的变形建立补充方程才能求解，而这正是材料力学的课题。

§1—4　内力与截面法

固体材料内部分子之间本来就有一种内聚力，因而能保持固体的形状，这是物理学研究的问题。材料力学中所说的内力是由于材料受到外力作用后，产生变形，同时材料内部分子之间产生一种附加的内力（简称为内力），它反映出材料对变形的抵抗能力。当构件处于平衡状态时，内力总是与外力相互平衡的。

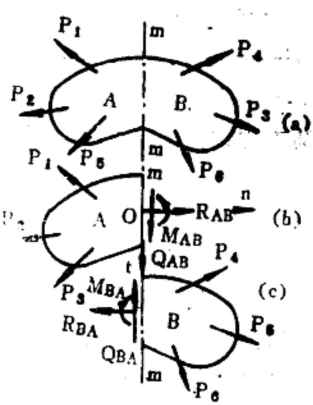

图　1—4

设有某一整体构件，受到已知平面外力系P_1、P_2、P_3……P_n作用而平衡，（图1—4(a)）。

怎样求解m—m截面处的内

力？科学地假想（并非真实），把构件沿m—m截面分离为AB两局部，每一局部应该保持原有的平衡状态，即不移动，也不转动。显然，除了局部构件上原有的已知外力P_i之外，在截平面m—m上必定要有内力、内力矩作用才行，否则局部平衡就不可能。

按照局部构件上原有的已知平面外力系P_i的情况，截平面上就产生相应的内力。在截面中心取直角坐标系，法向的为on，切向的为ot。则沿法向坐标n的法向内力（正向力）R_{AB}；沿切向坐标t的切向内力（剪切）Q_{AB}；绕nt平面的内力偶矩M_{AB}，平衡外力沿nt坐标的移动，以及在nt平面上的转动。内力的脚码AB，前者表示内力（内力矩）所作用的A局部截面，后者表示来自右局部B的约束。A局部的内力反作用于B局部截面上的内力记为R_{BA}、Q_{BA}、M_{BA}，且$R_{AB}=-R_{BA}$，$Q_{AB}=-Q_{BA}$，$M_{AB}=-M_{BA}$。由此分析知道构件截面上的内力，实质就是构件受外力作用而引起截面上的内约束力（内约束力矩）。应用截面法就能够作出AB两局部的受力图，其上包括一部分原作用的已知外力P_i和截平面上的未知内力R、Q、M组成一平面力系，则列出三条平衡方程式，即可解算三个未知的内力

$$\left.\begin{aligned}&\Sigma n（含内力）=0\\&\Sigma t（含内力）=0\\&\Sigma m_0（含内力、内力矩）=0\end{aligned}\right\}\qquad（1—2）$$

应用截面法求构件某截面上的内力，内力矩，应有以下步骤：（1）先求外力。以构件整体为对象，解除约束，代之以约束力，画出整体受力图。列出静力平衡方程式（1—1），求解未知的外力（约束力）。（2）以假想截平面把构

件分为两局部，任意留下一局部，解除另一局部，代之以内力、内力矩，画出局部受力图。(3) 按局部受力图（包括部分已知外力，以及未知的内力、内力矩），列出静力平衡方程式（1—2），求解未知的内力、内力矩。

例1—1 等截面直杆ABC如图1—5所示，已知外力P，$\alpha=30^\circ$ 及 l、a，求截面为1—1以及无限靠近B点的2—2截平面上的内力、内力矩？

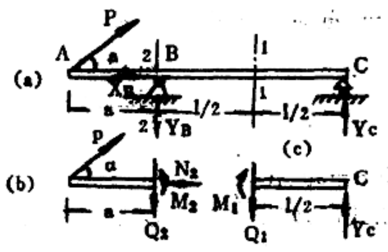

图1—5

解 1. 先求外力（支座约束力），X_B、Y_B、Y_C，作整体受力图如图1—5(a)，列静力平衡方程

$$\Sigma X=0 \qquad P\cos\alpha-X_B=0 \qquad (1)$$

$$\Sigma Y=0 \qquad P\sin\alpha-Y_B+Y_C=0 \qquad (2)$$

$$\Sigma m_B(F_i)=0 \qquad -aP\sin\alpha+Y_C l=0 \qquad (3)$$

将$\alpha=30^\circ$代入，解得$X_B=\sqrt{3}P/2$（向左），$Y_C=Pa/2l$（向上），$Y_B=P(a+l)/2l$（向下）。

2. 用截面法，沿1—1截面截开留下右局部，沿2—2截面截开留下左局部，受力图如图1—5(b)、(c)。

3. 列出已知外力与未知内力的静力平衡方程：

1—1截面（留右）$\Sigma Y=0 \quad Y_C-Q_1=0 \qquad (1)$

$$\Sigma m_C(F_i)=0 \quad Q_1\frac{l}{2}-M_1=0 \qquad (2)$$

由(1)式解得 $Q_1=Y_C=Pa/2l$（沿杆的横截面向下移为剪切）。

由(2)式解得 $M_1=\frac{Pa}{4}$（顺时针转向，抵抗弯曲，称为弯曲力矩）

2—2截面（留左） $\Sigma X=0$ $\quad P\cos\alpha-N_2=0$ (3)

$\Sigma Y=0$ $\quad P\sin\alpha-Q_2=0$ (4)

$\Sigma m_B(F_i)=0$ $\quad -aP\sin\alpha+M_2=0$ (5)

将$\alpha=30°$代入

由式(3)解得 $N_2=\sqrt{3}P/2$（压力，沿杆的轴线方向，称为轴力）

由式(4)解得 $Q_2=P/2$(沿杆的横截面方向向下移称为剪力)

由式(5)解得 $M_2=Pa/2$(逆时针转向，抵抗杆弯曲，称为弯曲力矩)

§1—5 应力与应变，虎克定律

应力，是单位面积上内力的集度。构件受外力作用而平衡时，设取面积ΔA，其上分布的内力为$\Delta \mathbf{R}$，求得内力平均分布的集度，即单位面积上平均的内力称为平均应力$\mathbf{P}^*$

$$\mathbf{P}^*=\frac{\Delta \mathbf{R}}{\Delta A} \qquad (1—3)$$

只有当$\Delta A\to 0$的极限，称为点的应力，或称为完全应力（图1—6）。

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} = \frac{dR}{dA} \qquad (1-4)$$

若将内力ΔR按平行四边形原理正交分解为两个：沿截平面法线方向的ΔN（正向力）；沿截平面切线方向的ΔQ（剪力）。与内力相应的应力也分解为两个，一个是沿截平面法线方向的为σ，即σ⊥A，称为正应力，表征截平面分开的两部分材料相互吸引（拉）或排斥（压）的力；第二

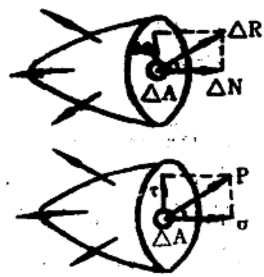

图1—6

个沿截平面切线方向的τ，即τ∥A，称为剪应力，表征截平面所分开的两部分材料相互滑移错动的力。σ、τ与强度有着非常密切的关系。由图1—6可得表达式为

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA} \quad \text{或} \sigma = P\cos\alpha \\ \tau &= \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA} \quad \text{或} \tau = P\sin\alpha \end{aligned}\right\} \qquad (1-5)$$

应力的计量单位有两种：在国际单位制中，应力单位为帕斯卡，中文代号为（帕），国际代号是（pa）。在工程单位制中，应力单位为千克每平方厘米（kg/cm^2），千克每平方毫米（kg/mm^2）。两种单位制有以下换算关系：

1(Pa)＝1(N/m^2)，N/m^2代表牛顿每平方米。

10^3(Pa)＝1(KPa)千帕；10^6(Pa)＝1 (MPa) 兆帕；10^9(Pa)＝1(GPa)吉帕。