

与人教版·九年义务教育三年制初级中学教科书 经全国中小学教材委员会2001年审查通过 同步配套

新教材导学

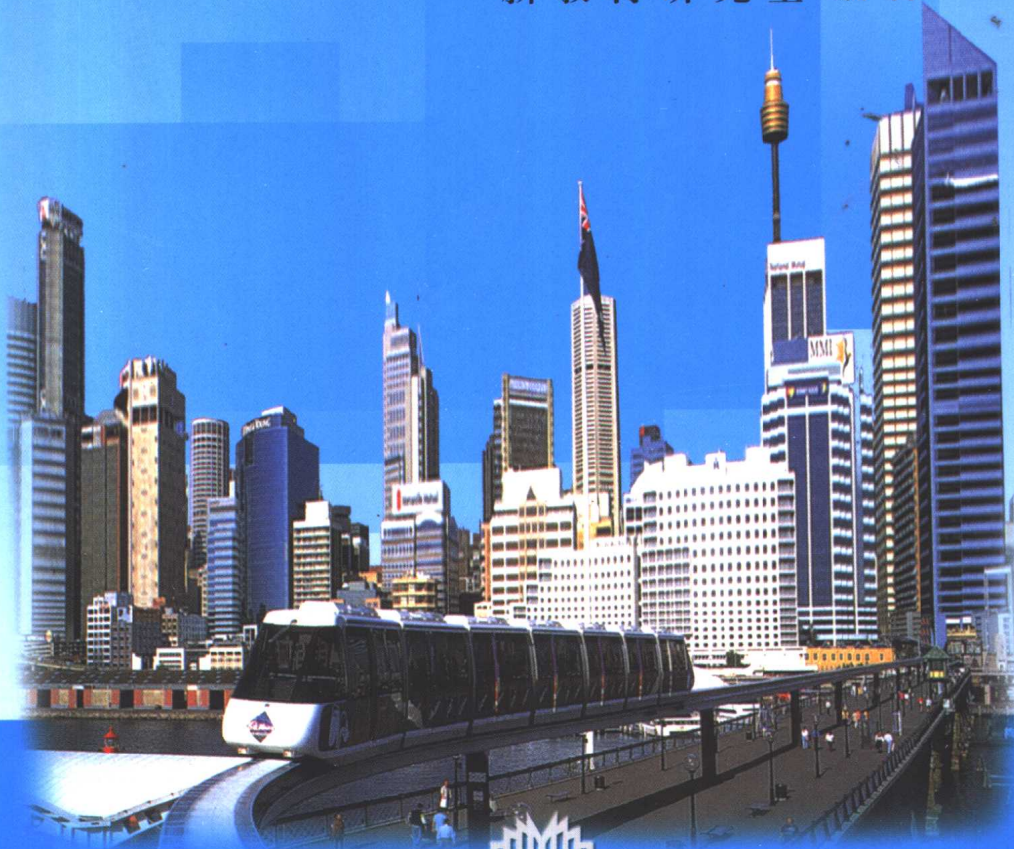
(初一年级·上学期用)

代数

DAISHU

第一册(上)

新教材研究室 编著



中央民族大学出版社

与人教版·九年义务教育三年制初级中学教科书·同步配套

(经全国中小学教材审定委员会 2001 年审查通过)

新教材导学

●初中一年级·上学期用●

代数

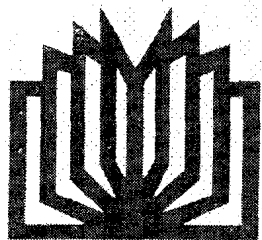
第一册(上)

新教材研究室 编著

顾 问 费孝通
策 划 张正武
主 编 刘锐诚

本册主编 郭 贞

本册编者 齐晓哲 郭美英 郭 贞



+ 中央民族大学出版社

责任编辑:宁 玉

封面设计:燕儿飞

责任校对:陈长元 牛红玲 侯清恒 李福利

图书在版编目(CIP)数据

新教材导学·初一代数/刘锐诚主编. - 北京:中央
民族大学出版社, 2002. 8

ISBN 7 - 81056 - 663 - 6

I. 新... II. 刘... III. 数学课 - 初中 - 教学参考
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 053470 号

新教材导学(初中卷)

出 版 者:中央民族大学出版社

中国北京市海淀区白石桥路 27 号 邮编:100081

电话:68472815 68932751 传真:68932447

印 刷 者:北京市朝阳区飞达印刷厂

发 行 者:新华书店

开 本:787×1092(毫米) 1/16 印张:6.5 字数:124.8 千字

版 次:2002 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 2 次印刷

书 号:ISBN 7 - 81056 - 663 - 6/G · 154

印 数:1 - 5000 册

全 套 定 价:170.00 元(本册定价:6.50 元)

版权所有 翻印必究

开卷有益
创新求实

费孝通



二〇〇五年六月

前言

《新教材导学》丛书是配套 2000 年秋季开始正式使用的人教版最新初、高中教材而编写的辅导与练习丛书。本丛书较好地体现了最新大纲的精神,而且与最新教材的内容和进度同步,既重视了基础知识和基本技能的落实,又照顾到了优等生拓宽拔高的特殊需要。整套丛书的编写强调了科学性与实用性的统一,旨在帮助学生掌握系统的基础知识,训练有效的学习方法,培养思维能力、应用能力和创新能力,全面提高学生的综合素质。

本书《代数·新教材导学》(第一册·上)主要分为“知识精讲”和“能力训练”两大部分。

一、“知识精讲”主要有五个栏目:

【重点难点】 是将本小节内容的重点和难点指出,并指出处理重点难点的关键所在。

【学法指导】 是将本小节所涉及到的内容、方法、定理、公式、概念等加以梳理,特别是对易错的概念、公式等加以讲评。

【巧学妙思】 主要是解决本小节内容与以往所学知识之间的联系,以及各类题型的处理方法,选择有代表性的题目做例题,进行分析、讲解,给出处理各类题型的方法、技巧,使学生的思维能力有所提高。

【竞赛辅导】 通常配备与本节内容相关的竞赛题,为学有余力的同学提供了动脑的机会,进一步提高学生分析问题、解决问题的能力。

【趣味数学】 主要是用数学知识解决实际生活中的问题,或是有巧妙解法的数学问题,旨在激发兴趣,开发智力。

二、“能力训练”主要有三个栏目:

【双基过关】 提供有选择题、填空题、解答题三大类型的题,可供教师课堂上检查教学落实的情况,也可用于学生课后练习,以巩固本节内容。题型全、题目新,绝大部分是基础题,符合大纲规定的教学要求的水平。

【拔高挑战】 是本学科的综合性和提高性习题,为学有余力的同学提

供了一个提高分析能力、解题能力的机会。

【竞赛天地】 在这里为同学们提供了一展才华的机会,培养学生的逻辑思维能力,也为初中开展数学课外活动提供了素材。

各章综合检测试题以及期中和期末综合检测试题采用标准题型,便于学生进行阶段自测和考前热身。

书后集中附有训练题和检测试题的参考答案及解题思路点拨,便于练习后及时反馈;也可将答案预先统一撕掉,以供老师们在课堂上统一讲用。

参加本书编写工作的全部都是教学成绩优秀的教师,他们把教学中的丰富经验融入了本书的编写工作中,更增加了本书的实用性和科学性。

我们真诚地希望本丛书能成为广大新教材学习者的良师益友,同时也恳请广大师生批评指正。

编 者

2002年7月

目 录

第一章 代数初步知识	(1)
§1.1 代数式	(1)
§1.2 列代数式	(3)
§1.3 代数式的值	(7)
§1.4 公式	(10)
§1.5 简易方程	(13)
第一章综合检测试题	(16)
第二章 有理数	(18)
§2.1 正数与负数	(18)
§2.2 数轴	(20)
§2.3 相反数	(23)
§2.4 绝对值	(25)
§2.5 有理数的加法	(28)
§2.6 有理数的减法	(31)
§2.7 有理数的加减混合运算	(33)
§2.8 有理数的乘法	(35)
§2.9 有理数的除法	(38)
§2.10 有理数的乘方	(40)
§2.11 有理数的混合运算	(43)
§2.12 近似数与有效数字	(45)
§2.13 用计算器进行数的简单计算(略)	(47)
第二章综合检测试题	(48)
期中综合检测试题	(50)
第三章 整式的加减	(52)
§3.1 整式	(52)

§3.2 同类项	(55)
§3.3 去括号与添括号	(58)
§3.4 整式的加减	(61)
第三章综合检测试题	(65)
第四章 一元一次方程	(66)
§4.1 等式和它的性质	(66)
§4.2 方程和它的解	(69)
§4.3 一元一次方程和它的解法	(73)
§4.4 一元一次方程的应用	(78)
第四章综合检测试题	(85)
期末综合检测试题	(87)
附录:能力训练与综合检测试题参考答案	(89)

第一章

代数初步知识

§ 1.1 代数式

知识精讲



【重点难点】

本课的重点是字母表示数的意义,代数式的概念.难点是能正确地说出代数式所表示的数量关系和代数式的意义以及把实际问题中的数量关系用代数式准确地表示出来.



【学法指导】

1. 准确理解代数式

代数式中包含数量关系及运算顺序关系,用代数式表示数学语句要理解语句中各种数量的意义及相关关系,用适当的字母表示各种数量,然后将字母及数用适当的运算符号连结起来,从而把相应的数量关系表示出来.要注意代数式区别于公式和等式,在公式和等式中都有“=”号,而代数式不含等号,单独的一个数(或字母)也叫代数式.

2. 书写代数式的规定

(1)在代数式中出现乘号:数字与字母、字母与字母相乘时,乘号通常省略不写,而数字与数字相乘,乘号不可以省略.

(2)如果是数字与字母相乘,数字应写在字母前面,而带分数与字母相乘时,把带分数化成假分数,如 $ab \times 1\frac{1}{2}$ 应写成 $\frac{3}{2}ab$ 或 $\frac{3ab}{2}$.

(3)在代数式中出现除法运算时,一般不用“÷”号而写成分数形式,如 $s \div t$ 应写作: $\frac{s}{t}$.

(4)代数式中,单位名称要写在最后,若是和差关系,必须把代数式用括号括起来,如 $(a+b)cm$.



【巧学妙思】

【例1】判断题:答案正确的在括号内打“√”号,不正确的在括号内打“×”号.

①单独的一个字母,像 s 、 v 是代数式. ()

②单独的一个数 2、103 等不是代数式. ()

③ $a+b=b+a$ 是代数式. ()

④代数式 $(x-y)^2$ 与 x^2-y^2 的意义是相同的. ()

⑤如果两个数的积是 27,其中一个数用字母 m 表示,表示这两个数差的代数式是 $\frac{27-m}{m}$. ()

解:

①因为一个字母或数都可以表示代数式,故①打“√”号.

②打“×”号

③表示等式,故③打“×”号.

④式中 $(x-y)^2$ 表示两数之差的平方, x^2-y^2 表示两数的平方差,这两个代数式的意义不同,故④打“×”号.

⑤式中两数之积是27,其中一个是 m ,另一数是 $\frac{27}{m}$,故其两数之差为 $m - \frac{27}{m} = \frac{m^2 - 27}{m}$ 故⑤打“×”号.

【例2】周长相等的圆和正方形,哪一个面积较大?

分析:

这道题比较抽象,而用字母表示数后,就可以化抽象为具体.

解:

设圆和正方形的周长为 C ,则

正方形的面积为 $(\frac{1}{4}C)^2 = \frac{1}{16}C^2$, 圆的

面积为 $\pi(\frac{C}{2\pi})^2 = \frac{1}{4\pi}C^2$,

$\because \frac{1}{16} < \frac{1}{4\pi}$, $\therefore \frac{1}{16}C^2 < \frac{1}{4\pi}C^2$ 故圆的面积较大.

【例3】说出下列代数式的意义

① $\frac{a-5}{a+2}$ ② $m + \frac{n}{t}$ ③ $2(m+n)$

④ $2m+n$

分析:

解这类题是把代数式表示的数量关系翻译成用文字叙述表示的数量关系,要准确运用语句,把数量关系表达清楚,不可模棱两可,难点是运算顺序的把握.如把③式读成2倍的 m 加上 n ,那么我们很容易误解成④式.

解:

① a 减去5的差除以 a 与2的和所得的商.或 a 减去5的差比 a 与2的和.

② m 加上 n 除以 t 的商的和或 m 加上 n 比 t 的和.

③ m 与 n 的和的2倍.

④ n 与 $2m$ 的和.



【竞赛辅导】

【例4】某个小贩把他的西瓜的一半又半个卖给一个顾客,把余下的一半又半个卖给了第二个顾客,第七个顾客买完后,小贩一个西瓜也没有了,问这个小贩原有多少个西瓜.

分析:

我们直接用方程思想来解:

设小贩原有西瓜 x 个,则第一个人买了 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, 第二个人买了 $\frac{1}{2}(x - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$, ……如此类推,虽然可以解出,但是太繁琐了,我们可以用逆推的方法来求解.

第七个人退还后,小贩应有西瓜

$$(0 + \frac{1}{2}) \times 2 = 1$$

第六个人退还后,小贩应有西瓜

$$(1 + \frac{1}{2}) \times 2 = 3$$

第五个人退还后,小贩应有西瓜

$$(3 + \frac{1}{2}) \times 2 = 7$$

第四个人退还后,小贩应有西瓜

$$(7 + \frac{1}{2}) \times 2 = 15$$

第三个人退还后,小贩应有西瓜

$$(15 + \frac{1}{2}) \times 2 = 31$$

第二个人退还后,小贩应有西瓜

$$(31 + \frac{1}{2}) \times 2 = 63$$

第一个人退还后,小贩应有西瓜

$$(63 + \frac{1}{2}) \times 2 = 127$$

答:这个小贩原有西瓜127个.



【趣味数学】

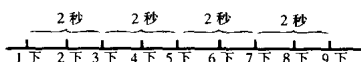
钟敲三下要2秒钟,如果钟敲九下需要

多少秒钟?

分析:

著名数学家华罗庚这样说过:“数形本是相倚依,焉能分作两边飞?数缺形时少直觉,形少数时难入微;数形结合百般好,隔离分家万事休;几何代数统一体,永远联系莫分离。”这句话正表明了数形结合的重要性,这个问题我们就可以根据题目的特征,利用线段图解法来解决它.

我们用线段来表示敲钟的步骤:



通过图形我们可以看出,敲钟九下共需8秒.

能力训练

【双基过关】

一、选择题(单选)

1. 在 $0, \pi, 2a, \frac{1}{3}b, a=b$ 中, 其中是代数式的有: ()
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个
2. 对于代数式 $2x - \frac{y}{3}$, 正确的读法是: ()
A. x 的 2 倍与 y 除以 3 的差
B. x 与 y 除以 3 的差的 2 倍
C. x 的 2 倍与 y 的差除以 3
D. x 的 2 倍与 y 的和的三分之一

二、填空题

3. $n(n \geq 1)$ 为一自然数, 以 n 为中间数的三个连续自然数是_____.
4. 代数式 $\frac{2m+5}{n}$ 所表示的意义是_____.

5. $a^2 + b^2$ 所表示的意义是_____.

6. $2y - x$ 所表示的意义是_____.

7. 父亲年龄是 30 岁, 比儿子大 n 岁, 10 年后儿子是_____岁.



【拔高挑战】

8. 三个连续的自然数和是 $3n$ (n 是自然数) 这三个自然数为_____.
9. 若 a 是小于 10 的自然数, 则说出代数式 $100(4a+1) + 10a + a^2$ 的意义; 若此代数式表示一个三位数, a 的取值又如何? 满足条件的三位数是什么?



【竞赛天地】

10. 在学校“文明学生”的表彰会上, 8 位获奖者每位都互相握手祝贺, 请问他们共握了几次手.

§ 1.2 列代数式

知识精讲



【重点难点】

列代数式既是本章的重点也是难点. 本课的重点是能把简单的文字语言表达的数量或数量关系用代数式表示出来, 也就是会列代数式.



【学法指导】

1. 在解决一些实际问题时, 往往需要先把问题中与数量有关的词语用含有数、字母和运算符号的式子写出来, 这就是列代数式.
2. 在列代数式时, 要注意理清数量关系, 抓

住关键词语,如和(加)、差(减)、积(乘)、商(除)、大、小、多、少、倍、几分之几、倒数、平方、立方、增加了等词的意义.能正确判断数量关系中的运算顺序,要遵循运算顺序,先乘方、后乘除,最后加减;正确地运用括号,先括号内,后括号外;先小括号,再中括号,最后大括号.



【巧学妙思】

正确列出代数式的关键是:(1)理解数量关系,(2)能正确判断数量关系中的运算顺序.

【例1】用代数式表示

- ①甲乙两数和的平方与甲乙两数平方的差的积.
- ② n 除 m 的商与 c 的差的2倍大1的数.

分析:

- ①这个句子共有3个“的”字把句子分为三段,甲乙两数和的平方,记作 $(a+b)^2$;甲乙两数平方的差,记作 a^2-b^2 ;整个句子所要表达的数量关系是 $(a+b)^2(a^2-b^2)$.
- ②这个句子有4个“的”字,把句子分为四段: n 除 m 的商,记作 $\frac{m}{n}$;与 c 的差,记作 $\frac{m}{n}-c$;差的2倍,记作 $2(\frac{m}{n}-c)$;再大1的数记作 $2(\frac{m}{n}-c)+1$.

注意:

①用日常语言表达实际问题中的数量关系时,句子中大都会出现“的”字.因此在列代数式时,可抓住一个“的”字,将句子分成几个层次,逐层分析,一步步列出代数式.②在列代数式中,要掌握有关的概念,如“除”与“除以”是两个不同的概念,“ n 除 m ”是“ m 除以 n ”的意思.

【例2】设 n 表示任意一个整数,利用含有 n

的代数式表示:

- ①任意一个偶数;
- ②任意一个奇数;
- ③不能被3整除的整数;
- ④三个连续偶数的平方和.

分析:

此题的关键是要搞清楚题中要求的是什么数,然后根据加减乘除之间的运算关系来列代数式.第①、②题,所谓偶数是指能被2整除的数,奇数是指被2除余数为1的数;第③题,不能被3整除的数可能余1也可能余2,从而有两种情况

解:

- ① $2n$; ② $2n+1$; ③ $3n+1$ 或 $3n+2$;
- ④ $(2n-2)^2+(2n)^2+(2n+2)^2$

【例3】①某人上坡路程是 s_1 ,上坡速度 v_1 ,下坡速度 v_2 ,下坡路程是 s_2 ,用代数式表示此人上下坡的平均速度.

②把 a 千克盐放入含盐8%的 b 千克盐水里,用代数式表示出 x 千克这种盐水的含盐量.

分析:

①已知上坡路程 s_1 和上坡速度 v_1 ,可表示出上坡所用时间 $\frac{s_1}{v_1}$;同理可知,下坡所用时间为 $\frac{s_2}{v_2}$ 因此,路程总和 s_1+s_2 与时间总和 $\frac{s_1}{v_1}+\frac{s_2}{v_2}$ 之比,就是平均速度.

②关于浓度问题,同学们首先应弄清几个基本量之间常用的关系,即溶质重量(盐的重量)=浓液重量(盐水的重量) $\times$ 浓度,浓度= $\frac{\text{溶质重量}}{\text{溶液重量}}$.若要表示含盐量,就要知道这种盐水的重量及浓度,显然 x 千克是这种盐水的重量,因此首先要把浓度表示出来.由于把 a 千克盐放入含盐8%的 b 千克盐水里,此

时溶质重量是 $(a + \frac{8}{100}b)$ 千克, 溶液重量是 $(a + b)$ 千克, 所以浓度为

$\frac{a + \frac{8}{100}b}{a + b}$, 所以这种 x 千克的盐水含盐

量是 $\frac{(a + \frac{8}{100}b)x}{a + b}$ 千克.

【例4】 一项工程, 甲队单独完成需用 x 天, 乙队单独完成需用 y 天, 若两队合作, 完成这项工程共需多少天?

分析:

本题是工程问题. 工程问题的特点是把完成整个工程看做 1. 甲队单独完成需用 x 天, 甲队每天完成工程的 $\frac{1}{x}$; 乙队单独完成需用 y 天, 乙队每天完成工程的 $\frac{1}{y}$, 甲、乙两人合作, 一天能完成工程的 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, 那么整个工程完成的天数为 $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$.



【竞赛辅导】

【例5】 樱桃树下有一堆红樱桃, 甲猴拿走 $\frac{1}{5}$, 又扔掉 1 个, 乙猴拿走剩下的 $\frac{1}{5}$,

又扔掉 2 个; 丙猴吃掉剩下的 $\frac{1}{5}$, 又扔掉 3 个, 试用代数式表示剩下的红樱桃数.

分析:

如果设红樱桃数为 x , 那么: 第一个猴子拿走 $\frac{x}{5}$, 剩下 $\frac{4x}{5} - 1$. 第二个猴子拿走 $\frac{1}{5}(\frac{4x}{5} - 1)$, 剩下 $\frac{4}{5}(\frac{4x}{5} - 1) - 2$. 第三个猴子拿走 $\frac{1}{5}[\frac{4}{5}(\frac{4x}{5} - 1) - 2]$, 所以最后剩下 $\frac{4}{5}[\frac{4}{5}(\frac{4x}{5} - 1) - 2] - 3$.

解:

设红樱桃数为 x .

根据题意, 最后剩下 $\frac{4}{5}[\frac{4}{5}(\frac{4x}{5} - 1) - 2] - 3$ 个红樱桃.



【趣味数学】

【例6】 一辆小汽车与一辆大卡车在一段窄路上相遇, 必须倒车才能继续通行. 如果小汽车的速度是大卡车的 3 倍, 两车倒车的速度是各自正常速度的 $\frac{1}{5}$, 小汽车需倒车的路程是大卡车需倒车路程的 4 倍, 为了使后通过窄路的那辆车尽早地通过这段路, 问哪辆车倒车合理.

分析:

本题中“进退”“往返”的速度, 路程与时间的关系较为复杂, 关于“倒车”合理的判断由“时间长短”的比较所确定.

解:

设大卡车的正常速度为 V , 而倒车路程为 S , 则大卡车倒车的速度为 $\frac{1}{5}V$, 而小汽车的正常速度为 $3V$, 需倒车的路程为 $4S$, 倒车速度为 $\frac{3}{5}V$. 如果大卡车倒车, 此时小汽车可继续缓行, 待到大卡车退到狭路口时, 小汽车便首先通过狭路, 那么大卡车由倒车直至通过狭路的时间是:

$$t_{\text{大}} = \frac{S}{V} + \frac{4S + S}{\frac{1}{5}V} = \frac{10S}{V} = \frac{30S}{3V}$$

如果小汽车倒车, 大卡车可以继续慢行, 待小汽车退至狭路时, 大卡车便首先通过狭路口, 那么小汽车由倒车直至通过狭路的时间是: $t_{\text{小}} = \frac{4S}{\frac{3}{5}V} + \frac{4S + S}{3V} = \frac{25S}{3V}$

显然,小汽车倒车较合理.

能力训练



【双基过关】

一、选择题

- 代数式 $a^3 - b^3$ 的意义是 ()
 A. a 与 b 的差的立方
 B. a 与 b 的立方之差
 C. a 的立方与 b 的立方
 D. a 的立方与 b 的立方的差
- 矩形的周长为 s , 若它的长为 a 则宽为 ()
 A. $s - a$ B. $s - 2a$
 C. $\frac{s}{2} - a$ D. $\frac{1}{2}s - \frac{a}{2}$
- 如果 n 是整数, 那么 $4n$ ()
 A. 能被 4 整除 B. 被 4 除余 1
 C. 被 4 除余 2 D. 被 4 除余 3
- 某工厂原计划每天生产 a 个零件, 实际每天多生产 b 个, 那么生产 m 个零件提前的天数是 ()
 A. $\frac{m}{a} - \frac{m}{b}$ B. $\frac{m}{a+b}$
 C. $\frac{m}{a+b} - \frac{m}{b}$ D. $\frac{m}{a} - \frac{m}{a+b}$
- x 表示一个两位数, y 表示一个三位数, 如果把 x 放在 y 的左边组成一个五位数, 那么这个五位数可以表示为 ()
 A. xy B. $x + y$
 C. $1000x + y$ D. $10x + y$

二、填空题

- 用字母来表示分数的性质: 一个分数的分子和分母同乘以一个不是零的数, 分数的值不变_____.
- 学生自己装订两本练习本, 第一本用了

m 张纸, 第二本用了 n 张纸, 两本共用了_____张纸.

- 浓度为 20% 的盐水溶液 m 千克中, 含盐_____千克, 含水_____千克, 加入 n 千克水后, 这盐水的浓度是_____.
- 一本书有 n 页, 第一天读了这本书的 $\frac{2}{5}$ 多 6 页, 第二天读了余下页数的 $\frac{4}{7}$ 少 4 页, 试用代数式表示这本书还没有读的页数_____.
- 甲、乙两人同时从同地背向而行, 甲每小时走 a 千米, 乙每小时走 b 千米, 经过 x 小时后乙停止走动, 甲按原方向再走 y 小时, 这时两人的距离是_____公里.

三、解答题

- 用代数式表示下列问题的答案.

甲、乙二人从同一地点出发, 甲每小时走 a km, 乙每小时走 b km ($b < a$) 用代数式表示:

- ①反向走 t 小时, 两人相距多少 km?
- ②同向走 t 小时, 两人相距多少 km?
- ③反向行走, 甲比乙早出发 m 小时, 乙走 n 小时两人相距多少 km?
- ④同向行走, 甲比乙晚出发 m 小时, 乙走 n 小时 ($n > m$), 两人相距多少 km?

- 某人要制造 a 个零件, 原计划每天生产 b 个零件, 问需几天完成? 如果每天多制造 c 个零件, 可以提前几天完成?



【拔高挑战】

- 某种药品原价为 a 元一瓶, 第一次每瓶降价 $b\%$, 第二次每瓶提价 $c\%$, 这时, 这种药品每瓶的价格为多少?
- 试用代数式证明: 一个三位数的各数

字之和是9的倍数,则这个三位数也是9的倍数.

15. 某项工程,甲单独做需 a 天,在甲做了 c 天($c < a$)后,剩下工作由乙单独完成还需 b 天,若开始就由甲、乙两人共同合作,则完成任务需多少天?



【竞赛天地】

16. 某电影院共有1985个座位,某天,这家电影院上、下午各演一场电影,看电影的是甲、乙两所中学的各1985名学生(同一个学校的学生有的看上午场,也有的看下午场),试说明:电影院一定有这样的座位,这天看电影时,上、下午在这个座位上坐的是两个不同学校的学生.

提示:解决这类问题,常从反面思考,运用奇偶分析法推出“奇数=偶数”的矛盾.

§ 1.3 代数式的值

知识精讲



【重点难点】

本课的重点是代数式的值的概念,难点是正确地求出代数式的值.



【学法指导】

1. 代数式值的概念

用数值代替代数式里的字母,按照代数式指明的运算,计算出的结果,就叫做代数式的值.

2. 求代数式的值应注意的问题

①代入时要注意“对号入座”;②如果

代数式中省略乘号,代入后需添上乘号;

③如果字母取值是分数或负数,运算时要加括号;④在计算时注意按照代数式指明的运算进行;⑤代数式里字母可取不同的值,但是所取的值不应当使代数式或代数式所表示实际数量失掉意义.



【巧学妙思】

1. 求代数式的值必须给出什么条件?

求代数式的值时,必须给出此代数式中字母的取值,代数式的值由代数式中字母所取值的确定而确定.

【例1】当 $x = \frac{1}{2}$, $y = 2$ 时,求代数式 $\frac{10x-2y}{x^2y}$ 和 x^3+y^3 的值.

分析:

把 x 、 y 的值替代代数式里的字母.

解:

$$\begin{aligned} \text{①当 } x = \frac{1}{2}, y = 2 \text{ 时} \quad \frac{10x-2y}{x^2y} &= \frac{10 \times \frac{1}{2} - 2 \times 2}{(\frac{1}{2})^2 \times 2} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②当 } x = \frac{1}{2}, y = 2 \text{ 时} \quad x^3 + y^3 &= (\frac{1}{2})^3 + 2^3 = \frac{1}{8} + 8 = 8\frac{1}{8} \end{aligned}$$

【例2】甲乙两人骑车自相距 s 千米的两地同时出发,若同向而行, t_1 小时后快者可追上慢者;若相向而行,则 t_2 小时后两者相遇.

①用代数式表示快者与慢者速度之比;

②当 $t_1 = 3$, $t_2 = 1$ 时,求这个代数式的值.

解:

①设甲是快者,甲的速度是 $v_{\text{甲}}$ 千米/时;乙是慢者,乙的速度为 $v_{\text{乙}}$ 千米/时
据题意,得: $t_1(v_{\text{甲}} - v_{\text{乙}}) = s$ $t_2(v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}}) = s$

$$+v_Z)=s$$

$$\text{则 } t_1(v_{\text{甲}} - v_{\text{乙}}) = t_2(v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}}),$$

$$\text{即 } t_1 v_{\text{甲}} - t_1 v_{\text{乙}} = t_2 v_{\text{甲}} + t_2 v_{\text{乙}}, (t_1 - t_2) v_{\text{甲}} = (t_1 + t_2) v_{\text{乙}},$$

$$\frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2}$$

$$\text{②当 } t_1 = 3, t_2 = 1 \text{ 时 } \quad \frac{v_{\text{甲}}}{v_{\text{乙}}} = \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2} =$$

$$\frac{3+1}{3-1} = 2$$

【例3】食堂有煤 m 千克,原计划每天用煤 a 千克,实际每天节约用煤 b 千克,问节约后可以多用多少天? 并求当 $m=1000, a=250, b=50$ 时,节约后多用的天数.

分析:

首先根据实际问题列出代数式,然后代入具体数值求值.

解:

$$\text{节约后多用的天数为 } \left(\frac{m}{a-b} - \frac{m}{a} \right) \text{ 天}$$

$$\text{当 } m=1000 \quad a=250 \quad b=50 \text{ 时, } \frac{m}{a-b}$$

$$- \frac{m}{a} = \frac{1000}{250-50} - \frac{1000}{250} = 1$$

答:节约后多用1天.

2. 如何灵活运用求代数式的值?

【例4】当 $\frac{a-2b}{a+2b} = 4$ 时,求代数式 $\frac{3(a-2b)}{4(a+2b)} + \frac{3(a+2b)}{a-2b}$ 的值.

分析:

把 $\frac{a-2b}{a+2b}$ 整体地看做一个字母 A , 则

$$\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{1}{\frac{a-2b}{a+2b}} = \frac{1}{A}, \text{ 代入原代数式将原}$$

式转化为关于字母 A 的代数式,再将 A 之值代入计算.

解:

$$\text{设 } \frac{a-2b}{a+2b} = A \quad \therefore \frac{a-2b}{a+2b} = 4 \quad \therefore A = 4$$

$$\text{原式} = \frac{3(a-2b)}{4(a+2b)} + 3 \times \frac{1}{\frac{a-2b}{a+2b}} = \frac{3}{4}A + 3 \cdot \frac{1}{A}$$

$$= \frac{3}{4} \times 4 + 3 \times \frac{1}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$



【竞赛辅导】

【例5】某公园计划砌一个形状如图1-1的喷水池,后有人建议改为图1-2的形状,且外圆直径不变,只是担心原来备好的材料不够,请你比较两种方案,哪一种需用的材料多?

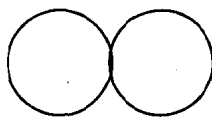


图1-1

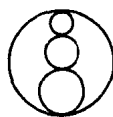


图1-2

分析:

题目中没有给出几个圆直径的具体值,似乎难以比较周长的大小,我们可分别用不同字母表示其直径和周长,利用运算性质,很容易推出结论.

解:

设大圆直径为 d , 周长为 l , 图1-2中三个小圆直径分别为 d_1, d_2, d_3 , 周长分别为 l_1, l_2, l_3

$$l = \pi d = \pi(d_1 + d_2 + d_3) = \pi d_1 + \pi d_2 + \pi d_3 = l_1 + l_2 + l_3$$

可见图1-1, 1-2大圆周长与三个小圆周长加起来一样长,即两种方案所用的材料一样多.



【趣味数学】

【例6】某班会说英语、法语、德语的人数分别是14人, 12人, 10人, 会说英语和法语与会说英语和德语的都是5人, 会说德语

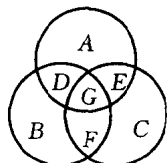


图1-3

与法语的有4人,三种语言都会说的有3人,那么至少会说一种语言的有多少人?

分析:

如图1-3所示,用A、B、C三个圆分别表示会说英语、法语和德语的人数,把A、B、C相加得36人,显然交叉部分D、E、F各加了两次,中间重叠部分G加了三次,我们从36中减去多加的D、E、F,这时又减去了中间部分G,减去了三次,所以最后还得加上中间部分.因此,至少会说一种语言的人数是: $14+12+10-4-5\times 2+3=25$ 人

能力训练



【双基过关】

一、选择题

1. 下列计算错误的是 ()

A. 当 $a=4, b=12$ 时, 代数式 $a^2 - \frac{b}{a}$ 的值是 13

B. 当 $x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{4}$, 代数式 $x(x-y)$ 的值是 $\frac{1}{36}$

C. 当 $x=5, y=3$ 时, 代数式 $(x+y)^2 - (x+y)$ 的值是 8

D. 当 $x=1.5, y=0.5$ 时, 代数式 $\frac{x-y}{x+y}$ 的值是 $\frac{1}{2}$

2. 若代数式 $2y^2 + 3y + 7$ 的值是 8, 那么代数式 $4y^2 + 6y - 9$ 的值是 ()

A. 2 B. 17 C. -7 D. 7

二、填空题

3. 当 $a=1\frac{1}{2}, b=2$ 时, 代数式 $\frac{1}{3}ab + (a^2 + b^2)$ 的值是 _____.

4. 当 $x=2.5$ 时, 代数式 $2x^2 - x + 3 =$ _____.

5. 代数式 $m^2 + 2$ 的最小值是 _____.

6. 当 $x =$ _____ 时, 代数式 $\frac{2x-1}{5}$ 的值是零.

三、解答题

7. 某单位有煤 p kg, 原计划每天用煤 x kg, 实际每天节约煤 y kg. ①用代数式表示实际比原计划多用多少天? ②计算当 $p=200, x=5, y=1$ 时, 代数式的值.

8. 某班有学生 50 人, 其中男生有 a 人, 一次数学测验女生的均分为 85 分, 男生的均分为 80 分. ①用代数式表示全班的均分; ②当 $a=27$ 时, 求全班的均分.

9. 一个两位数的十位数字为 a , 个位数字比十位数字小 5. ①用代数式表示这个两位数; ②当 $a=6$ 时, 求这个二位数.



【拔高挑战】

10. 已知 $\frac{a-b}{a+b} = 2$, 则求代数式 $\frac{a-b}{a+b} - \frac{3(a+b)}{a-b} + 3\frac{1}{2}$ 的值.

11. 一根铁丝长 a 米, 第一次用去它的一半少 2 米, 第二次用去剩下的 $\frac{2}{3}$ 还多 1 米. ①用代数式表示这根铁丝还剩多少米? ②当 $a=600$ 米时, 这根铁丝还剩多少米?



【竞赛天地】

12. 甲、乙、丙、丁四人, 每三个人的平均年龄加上余下一人的年龄分别为 29, 23, 21 和 17. 求这四人中最大年龄与最小年龄相差几岁?

提示: 解此题若直接设所求为未知数 x ,