

中国现代科学全书 • 力学

CHINESE ENCYCLOPAEDIC SERIES OF MODERN SCIENCES • MECHANICS

● 陈至达 著

理性力学

RATIONAL MECHANICS



重庆出版社

中国现代科学全书·力学

理 性 力 学

陈至达 著

重 庆 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

理性力学/陈至达著. - 重庆:重庆出版社,1999

(中国现代科学全书·力学)

ISBN 7-5366-4418-3

I.理… II.陈… III.理性力学 IV.033

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 12554 号

中国现代科学全书·力学

理 性 力 学

陈至达 著

出版·发行/重庆出版社

经销/新华书店

印刷/北京市社科印刷厂

开本/850×1168 毫米 1/32

印张/12.5

字数/267 千字

印数/1-1,500 册

版本/2000 年 1 月北京第 1 版

2000 年 1 月北京第 1 次印刷

网址:<http://www.cesms.com.cn>

电话:010-64851138

书号:ISBN 7-5366-4418-3/O·27

定价:23.00 元

出版声明/版权所有,翻印必究。



作者简介

陈至达(1927-1998), 福建漳州人。早年就学于厦门大学机电系, 随后在清华大学研究生毕业。毕业后在中国矿业大学(北京校区)工程力学教研室工作。历任《应用数学和力学》副主编、中国现代科学全书、力学编辑委员会委员。主要研究方向是非线性大变形理论及其应用, 发表100多篇论文, 并著有《杆、板、壳大变形理论》及《有限变形力学基础》等专著。1991年荣获国家自然科学奖三等奖, 国家教委科技进步奖二等奖。

中国现代科学全书总编辑委员会

名誉主编	胡 绳	钱伟长	吴阶平	周光召
	许嘉璐	罗豪才	季羨林	王大珩
	郑必坚			
主 编	姜士林	郭德宏	刘 政	程湘清
	卞晋平	王洛林	许智宏	白春礼
	卢良恕	徐 诚	王洪峻	明立志

(副主编和编辑委员名单容后公布)

力学编辑委员会

名誉主编	钱伟长			
主 编	徐秉业			
编辑委员	(以姓氏笔画为序)			
	任 真	苏铭德	杨桂通	岑章志
	陆全康	<u>陈至达</u>	武际可	赵文华
	恽寿榕	姚振汉	袁龙蔚	徐秉业
	殷有泉	黄 义	谢和平	

序

力学是自然科学的一个重要工具,同时也是一种思想方法。理性力学是通过建立公理体系、运用物质运动所必须遵循的基本定律,以严密的逻辑思维和推理方法去研究连续介质运动和变形的一般性规律的科学。

自 1687 年 Newton《自然哲学之数学原理》发表以来,线性力学的发展日臻完善。本世纪中叶以来,由于航空航天技术、材料科学、生物力学等学科的发展,带来了大量的非线性力学问题,传统的线性弹性力学和一般的流体力学显然已不能满足人们的生产要求了。1945 年 Reiner 和 Rivlin 等人对橡皮材料大变形的研究及 1948 年 Oldroyd 对流变物质状态方程的研究,为形成近代理性力学创造了条件。1958 年,Truesdell 和 Noll 等人提出了比较完善的关于构造物质运动本构方程的公理体系。A. E. Green 和 M. A. Biot 等人研究了张量意义下的有限变形弹性理论,构造了理性力学的基本框架。虽然早在 Newton、Bernoulli、Euler、Cauchy 的时代,科学家就开始用理性的方法研究连续介质运动的普遍规律,但理性力学形成初步的理论体系,只有 40 年的历史。目前在国际上理性力学强烈地影响着传统的力学教育和力学研究,也大大地增强了力学处理现实生产问题和近代新型工业材料的能力。

随着理性力学研究的深入,从传统的线性物质小变形问题的研究,发展到非线性物质的有限变形研究,而且考虑了机械变形和热、电、磁的各种非线性耦合问题。近代理性力学以连续介质力学的非线性场论为起点,深刻地反映了非线性力学的基本原理。

虽然目前理性力学的体系仍有不同的设想和数学结构,一些概念也有不同理解,但理性力学的研究焦点仍是物质空间一般运动与变形的准确客观数学理论。

陈至达教授对连续介质力学的非线性场论的理论和意义有着深刻而独到的理解,建树颇丰。至达教授对理性力学的创造性贡献在力学界产生了深远的影响,并得到了 Truesdell、Biot、Koiter、Spencer 等国际力学权威的认同与赞许。至达教授的大作《理性力学》当然不是一本泛泛介绍理性力学知识的普通读物。本书以拖带坐标系理论为出发点,以有限变形应变与转动的直和分解定理这一创造性的理论为核心,建立了全新的有限变形几何学的理论。并以此为基础,确立了与之对应的理性力学新体系。

至达教授一生勤奋耕耘,孜孜不倦,却不知老之将至,在本书刚刚完稿后,便溘然长逝,使我痛失良友。

此书将成为陈至达教授奉献给读者的永久纪念。

钱伟长

1999 年 3 月 19 日

目 录

绪 论	(1)
0.1 研究目标	(1)
0.2 历史沿革	(3)
0.3 基本原理	(6)
第一章 运动变换	(8)
1.1 点集的概念,刚体与质点,可变形体	(8)
1.2 运动变换与物体的变形,物理可能的变换	(10)
1.3 运动变换的分解,Helmholtz - Stokes 分解原理	(14)
1.4 运动变换的基本形式	(22)
1.5 变形的度量和应变张量	(26)
1.6 度量有限变形的一些方法	(28)
1.7 Cauchy 应变张量和 Green 应变张量的 适用范围	(31)
1.8 拖带坐标系	(33)
1.9 连续体力学和几何场论	(36)
第二章 张量分析与曲线坐标系	(39)
2.1 张量的概念	(39)
2.2 不变量,协变量与逆变量	(41)

2.3 Ricci - Eddington 广义量纲原理	(47)
2.4 二次不变式, 度规张量	(51)
2.5 曲线坐标系, Christoffel 记号	(53)
2.6 推广的 Kronecker 符号, 排列张量	(59)
2.7 示例	(61)
2.8 协变导数与绝对微分	(64)
2.9 Riemann - Christoffel 张量	(67)
2.10 绝对平行, Cauchy 应变张量在曲线坐标系的 表示, 物理分量	(68)
2.11 张量运算的一些基本法则总结和公式补充	(74)

第三章 在拖带坐标系中的应力分析

3.1 面力, 体力, 体矩	(83)
3.2 体积改变	(83)
3.3 面积的张量表示, 面积改变	(85)
3.4 应力张量	(91)
3.5 示例	(94)
3.6 主应力	(96)
3.7 应力张量的坐标系变换	(97)
3.8 运动方程, 动量定理	(100)
3.9 动量矩定理	(104)
3.10 示例	(107)
3.11 应力的对称性与非对称性	(110)

第四章 变形与转动分离的数学方法

4.1 位移与变形的相对度量	(113)
4.2 固定参考系的标准尺规和拖带系的 自然尺规	(114)

4.3	经典有限变形应变张量的定义及其缺点	(122)
4.4	变换的形变与转动的极分解定理	(124)
4.5	形变与转动分离的 Biot 公式	(125)
4.6	变换的应变与转动(S-R)的和分解定理	(128)
4.7	点集空间转动的 Euler 参数表达式, 转动张量.....	(134)
4.8	应变张量	(138)
4.9	转动张量和应变张量的物理分量	(141)
4.10	主应变	(143)
4.11	变形体转动张量化为刚性转动张量的条件	(146)
4.12	局部转动	(147)
4.13	线段转动的分布函数	(150)
4.14	公式小结	(154)
第五章	速度和加速度场.....	(156)
5.1	推广的 Euler 运动学公式	(156)
5.2	刚性运动	(158)
5.3	局部转动速度与旋量	(159)
5.4	变形体中一点加速度分量的计算	(163)
5.5	速度梯度的物理分量,面积和体积变化 速率公式	(170)
5.6	应力速率	(172)
第六章	大应变与转动计算示例.....	(179)
6.1	已知位移函数求应变与转动	(179)
6.2	渐进变形,主轴转动.....	(186)
6.3	球体的有限转动与膨胀的复合	(193)
6.4	数值分析示例:转动与伸长.....	(198)

6.5	数值分析示例:简单剪切、平滑	(201)
6.6	有限变形测量的网格法	(205)

第七章	热力学原理与物性方程	(209)
7.1	系统和状态函数	(209)
7.2	热力学第一定律	(209)
7.3	熵,热力学第二定律	(211)
7.4	变形体的能量定律	(212)
7.5	Clausius - Duhem 不等式,热传导方程	(215)
7.6	应变能函数与余能函数	(217)
7.7	物性方程的一般原理	(218)
7.8	物性方程	(218)
7.9	固体弹塑性变形,不可逆热力学	(224)
7.10	塑性条件的凸函数性质	(226)
7.11	弹塑性定律	(230)
7.12	弹塑性有限变形物性方程小结	(234)

第八章	有限变形力学的基本方程, 大变形非线性效应	(238)
8.1	基本方程	(238)
8.2	刚性运动	(243)
8.3	简单剪切的横向效应	(244)
8.4	剪切大变形的准确解	(249)
8.5	Weissenberg 效应	(254)
8.6	圆杆扭转伸长现象, Poynting 实验	(262)

第九章	材料破坏的非线性行为	(265)
9.1	雁行断裂的非线性力学分析、Gramberg 的	

岩石破坏理论·····	(265)
9.2 判断裂纹扩展方向的几何准则 ·····	(267)
9.3 有限变形的位移协调条件 ·····	(273)
第十章 大变形接触与断裂场·····	(279)
10.1 经典弹性力学中的奇异性·····	(279)
10.2 Hertz 的接触变形假设的近似解法 ·····	(281)
10.3 圆柱体和刚性平面接触问题·····	(283)
10.4 材料裂纹尖端的应变场与旋量场 计算机模拟·····	(290)
10.5 三维 J 积分的增量形式与应用·····	(293)
10.6 小 结·····	(298)
第十一章 变分原理·····	(299)
11.1 单稳态和多稳态,非线性问题解的多值性 ·····	(299)
11.2 保守力与非保守力·····	(304)
11.3 判别稳定性的能量准则·····	(307)
11.4 有限变形力学的变分原理 (对称、非对称场) ·····	(309)
11.5 两类变分原理等价定理 (对称、非对称场) ·····	(314)
11.6 小结和补充·····	(319)
第十二章 Hamilton 原理 力学与电磁学的 统一场论·····	(321)
12.1 变形体的 Lagrange 广义坐标与广义力 ·····	(321)
12.2 Hamilton 原理与连续体力学的统一 Lagrange 方程 ·····	(324)

12.3	力学与电磁学的统一场论·····	(328)
12.4	小 结·····	(336)
展 望	·····	(337)
参考文献	·····	(339)
后 记	·····	(351)

绪 论

0.1 研究目标

“理性力学”名称在 17 世纪牛顿的著作中早已提出,当时指的是用数学推理的理性思维方法去研究物体的运动规律,以区分机械师、建筑师的力学实用技术。

在本世纪中叶,Truesdell 教授创办了《理性力学》杂志,力图将经典弹性力学和流体动力学纳入统一的理论力学体系,并着重建立有限变形与有限转动的严格数学理论。Truesdell 教授提出振兴力学科学理论的设想,并自称为理性力学教授,他和数学家 W. Noll 教授联合在 1965 年出版的《物理百科全书》(“Encyclopedia of Physics”, V. III /3)中发表了理性力学的重要基础著作《力学的非线性场论》(“The Non - Linear Field Theories of Mechanics”),反映他的观点主流。对于力学理论在本世纪的进展起了重要作用。

经典力学基础理论的研究工作经半个世纪的停滞以后,在本世纪的 50 年代又开始活跃。现在正进入一个新的发展时期。

正如大多数的学科一样,在它发展生长的过程中,要给它规定一个明确的研究范围是不明智的。因为新的理论不断在产生并将旧的不合适的理论加以修正和革新。而且更为广泛而深入的概念也在逐步代替旧的较为狭窄而片面的看法。

从广义上说,理性力学以经典力学的线性场论作为它的基础。而近代理性力学则以连续体力学的非线性场论作为新起点。其中在工程中应用最多的是非线性大变形力学问题,也是本书的重点研究内容。

自本世纪初以来,橡皮、塑料、人造化学纤维、高分子材料工业的发展带来了大量新材料。这些材料的固态和液态的变形出现了一些现象,如弹性液体转动的爬杆现象、由管口流出的径胀现象、弹塑性体的剪切高阶效应、圆杆的扭转伸长及端面鼓隆等,这些现象都不是古典线性理论所能解决的。

在航天与宇航结构最优化设计中,要求结构重量轻而力学性能最佳,往往会涉及失稳大变形问题。在采矿工程中深部开采出现许多大变形现象,也需要用大变形力学理论解决。

除此之外,如生物力学中的血管与肌肉的大变形、细胞的大变形、地质力学的岩层构造大变形过程、岩石爆破的冲击波非线性现象、国防工程的甲板穿透力学、断裂力学中裂隙尖端的局部塑性大变形,又如液体物理中关于液晶在电场作用下的转动与形变,以及其他许多近代工程与物理等问题的解决,都超出了古典线性理论的范围。

另一方面,我们看到量子力学的建立是以经典力学为基础,虽然基本粒子的研究成就很大,但一个完善的可变形粒子动力学却至今尚未建立起来,非线性理性力学的进展必将有助于基本粒子、基本理论的发展。

电子计算机广泛使用后,线性弹性力学问题已得到妥善解决。但计算机仅能解决计算技术而不能解决理论本身的内涵。因此,研究非线性大变形力学理论已成为当前研究者所关心的发展学科之一。

以上所涉及到的问题分为二部分:一部分是基础理论,一部分是工程应用与物理应用。基础理论包括运动几何场论和物理场论,包含物性方程的研究。

本书一方面详细讲解理论方法,另一方面也着重介绍了本书著者和他的研究生合力开拓的有限变形力学工程应用领域。正是这些开拓性工作,使近代力学理论的应用取得新进展。

0.2 历史沿革

自然现象变化万千,但人们相信所有的现象都要遵循一定的科学规律,科学的任务就在于探索这些规律。在对所有自然现象规律研究的学问中,力学是仅次于数学的一门最古老的科学。在人们没有放大镜和电池之前,早就知道杠杆的力学原理。这里要用几百字来描述一部力学发展史乃是不可能的事^①。以下仅列出几位科学家和他们的贡献,追忆科学发展的道路及科学家辛苦劳动的功绩,在他们许多无价的科学贡献中,我们仅引用一、二条:

Galileo Galilei (1564 ~ 1642) 的著作“Discourses Concerning Two New Sciences”(1638)是用逻辑推理和实验方法建立新力学体系的典范。他探索材料破坏的规律,建立惯性运动的概念。

René Descartes(1596~1650)提出直角坐标系,开创了标定一运动点的几何方法。恩格斯高度评价说:“数学中的转折点是笛卡尔的变数”。有了一点运动的变量,才有了运动学。

Christian Huygens(1629 ~ 1695)归纳动点周期运动规律,由对摆的研究而提出能量守恒和转动惯量的概念。

Isaac Newton(1642~1727)的著作“Mathematical Principle of Natural Philosophy”(1687),是科学史中关于理性力学的第一部最重要论著。在三个力学定律中,第二定律(运动定律)的数学表达和万有引力定律的提出是主要贡献之一,创立了用微积分方法研究力学运动过程。

Japol Bernoulli(1655~1705)研究了弹性曲线,创立了变分法。

Gottfried Wilhelm von Leibniz(1646~1716)提出动能(活力)和势能的概念。

^① 经典力学史可参考 C.Truesdell, History of Classical Mechanics, Die Naturwissenschaften, 63. H. 2(1976). 53 ~ 62, 119 ~ 130

Leonhard Euler(1707~1783)用卡氏坐标法建立刚体空间运动的微分方程,引入惯性张量的概念,导出理想流体运动的微分方程,用积分式来表达动量矩定理,认识到材料的物性方程应和力学的基本原理分开处理。导出杆件受压失稳临界力的本征值公式。Euler 对力学原理的数理方程有许多贡献。

Joseph-Louis Lagrange(1736~1813)的主要著作“Mechanique Analitique”(1788),建立了研究动力系统的综合能量原理,现称为 Lagrangean 方程,它成为处理复合动力系统力学问题的重要方法。

Pierre Simon de Laplace(1749~1827)的主要贡献是从数学方法上打开了解答流体力学、势位场等问题的道路,提出声波传播的绝热过程。

Augustin - Louis Cauchy(1789~1857)奠定近代微小变形弹性力学的基础,引入应力、应变和局部转动的概念。首先证明物体的形变在局部可以看作纯应变和转动的组合,他引入应力的概念可以和 Newton 的引力概念相媲美,提出物体弹性的分子理论。

Siméon - Denis Poisson(1781~1840)建立各向同性体中的纵波和横波传播方程,从事板振动的研究。1809 年受聘于 Faculté des Science 为理性力学教授。他的著作“Traite de Mechanique”很长时期是一本典型力学教材。对静电和磁学有贡献。

George Green(1793~1841)在研究光在晶体中传播时,提出弹性体的势能函数概念,证明独立的弹性常数仅有 21 个(按照 Cauchy 理论是 36 个),提出度量大变形的微分二次式(以后有人称之为 Green 应变张量)。发展 Poisson 的静电与磁研究,证明散度定理。

George Gabriel Stokes(1819~1903)建立粘性液流方程,提出转动和应变分离原理,并应用于弹性体运动,证明旋度定理。他的最主要工作是光的波动说。

James Clerk Maxwell(1831~1879)建立了电磁场基本方程,指出物质中的电磁场和应力场的关系。