

十年分段制中小学試用課本

数 学

SHUXUE

第 十 册

小学五年級第二学期

河南人民出版社

$$\begin{aligned}a_1x + b_1y &= C_1 \\ a_2x + b_2y &= C_2\end{aligned}$$



十年分段制中小学試用課本

数 学

第 十 册

小学五年級第二学期

新乡师范学院中小学教学改革数学研究小組編

※

河南人民出版社出版（郑州市行政区經五路）

· 河南省書刊出版業營業許可証出字第一号

开封日报印刷厂印刷 河南省新华書店發行

※

豫总書号:2794

787×1092耗 $\frac{1}{32}$ · 3 $\frac{3}{8}$ 印張·60,000字数

1960年9月第1版 1960年9月第1次印刷

印数:1—53,570册

統一書号:k7105:504

定价:(1)0.18元

說 明

一 本書的主要內容是：一元一次方程、二元一次方程組及用方程解應用題。

二 在編寫時，我們根據黨的教育方針和教學改革的要求，力求教材內容適合於教學實際。但由於各地的具體情況不同，對課時的劃分和習題的分量，教師在教學中可作適當調整。

三 隨著本冊所講內容更趨複雜，為了使學生更好的掌握所學知識，在編寫時，本着適當照顧理論的敘述，着重講解解方程的方法技巧。教師在教學中應當特別注意使學生自覺的掌握基本概念和方法，避免學生死記硬背的現象。

四 本冊採用應用題集中分類編排的方法，在於培養學生用數學方法去理解客觀事物的相依關係，以解決生產、生活中的問題，因此，教師在教學中應着重歸納各類習題的基本性質，克服學生就題論題不掌握主要規律的現象。

五 各類問題中我們留有一定的機動時間，教師可根據教學情況，從當地的生產實際中找一些應用題讓學生解決。

編 者

1960年7月

目 錄

一 一元一次方程.....	(1)
I 方程的两个性質.....	(1)
II 一元一次方程的解法及 应用.....	(5)
III 分式方程.....	(12)
IV 解应用題.....	(18)
二 一次方程組.....	(48)
I 二元一次方程.....	(48)
II 二元一次方程組.....	(52)
III 解应用題.....	(59)

一 一元一次方程

I 方程的两个性質

49 一元一次方程 我們已經知道“含有未知數的等式”叫做方程。例如： $3x-2=0$ ， $\frac{x}{3}=5$ ，

$3x+5=7-2x$ 等都是方程。

如果方程里，只有一个未知數，且未知數的次數是一次，這樣的方程叫做一元一次方程。

50 方程的第一个性質 我們来看方程

$$3x-2=10 \quad (1)$$

用4代替方程(1)中的 x ，方程左右两边的值相等： $10=10$ ，所以 $x=4$ 是方程(1)的解。

若把方程(1)中的两边同加一个 -6 ，那末原方程变为：

$$(3x-2)+(-6)=10+(-6) \quad (2)$$

用4代替方程(2)中的 x ，方程左右两边的值相等： $10+(-6)=10+(-6)$ ，所以 $x=4$ 也是方程(2)的解。

若把方程(1)的两边同加一个整式 $(2x-5)$ ，那末原方程变为

$$(3x-2)+(2x-5)=10+(2x-5) \quad (3)$$

同样用 4 代替方程(3)中的 x ，方程左右两边的值还相等： $10+3=10+3$ ，所以 $x=4$ 还是方程(3)的解。

從上面的說明可以得出：

方程的第一个性質：如果方程的兩邊都加上同一个數或者一个整式，那末所得的方程和原方程的解相同。

这一性質，可用来解方程。

例1 解方程： $8x=7x-2$ 。

解 方程的两边都加上 $-7x$ ，得

$$x = -2.$$

例2 解方程： $8x-5=7x-2$ 。

解 方程的两边都加上 $(-7x+5)$ ，得

$$x = 3.$$

從上面的例題可以看出，方程中的任何一項都可以把它的符号改变后，從方程的一边移到另一边。

例如：在例1中我們可以把 $7x$ 改变成 $-7x$ 后從右边移到左边；在例2中我們可以把 $7x$ 改变成 $-7x$ 后從右边移到左边；同时把 -5 改变成 5 后從左边移到右边。

把方程中的項改變符號后，從一邊移到另一邊叫做移項，移項后所得的方程和原方程的解相同。

例3 解方程： $3x - 4 = 2x + 7$ 。

解 把不含未知数的項移到右边，得

$$3x = 2x + 7 + 4.$$

把含有未知数的項移到左边，得

$$3x - 2x = 7 + 4.$$

就是 $x = 11$ 。

51 方程的第二个性質 我們来看方程

$$\frac{x+1}{3} = 5. \quad (1)$$

用14代替方程(1)中的 x ，方程左右两边的值相等： $5=5$ 。所以 $x=14$ 是方程(1)的解。

如果把方程(1)的两边同乘以3，那末原方程变为

$$x+1=15 \quad (2)$$

可以看出 $x=14$ 也是方程(2)的解。

從上面的說明可以得出 **方程的第二个性質：**
如果方程的兩邊都乘以不等于零的同一个數，
那末所得的方程和原方程的解相同。

这个性質，可用来解方程。

例1 解方程： $-4x = 6.8$ 。

解 方程的两边都乘以 $-\frac{1}{4}$ (就是除以 -4)，得

$$x = -1.7.$$

例2 解方程： $7x - 25 = 3x - 5$ 。

解 移項，得

$$7x - 3x = -5 + 25.$$

就是 $4x = 20.$

方程的两边都乘以 $\frac{1}{4}$ (就是除以4)，得

$$x = 5.$$

在应用方程的第二个性質的时候，應該注意：用作乘数的数不能是零。例如方程

$$x - 2 = 3 \quad (1)$$

只有一个解，就是 $x = 5$ ，如果方程的两边都乘以零，那末得到新的方程 $(x - 2) \cdot 0 = 3 \cdot 0$ (2)

我們可以看到不但5是方程(2)的解，並且3, 7, 100, ……等，都是方程(2)的解，因为不論 x 等于任何的数，方程(2)的左右两边都相等： $0 = 0$ 。

習題四十四

1. 用移項的方法解下列方程：

$$(1) \quad 2x + 3 = x + 6; \quad (2) \quad 8x - 3 = 5x + 6;$$

$$(3) \quad 2x - 19 = 7x + 31; \quad (4) \quad 5 - 6x = 9x - 5.$$

2. 把方程的两边同乘以或者同除以一个适当的数，解下列方程：

$$(1) \quad 8x - 29 = 26 - 3x; \quad (2) \quad \frac{3x}{4} = \frac{2}{3};$$

$$(3) \quad x + \frac{x}{3} = 12; \quad (4) \quad \frac{x}{4} + 4 = \frac{x}{5} + 520.$$

II 一元一次方程的解法及应用

52 一元一次方程的解法

例1 解方程： $8x - 2x + 4 = 3x + 13$ 。

解 移項，得

$$8x - 2x - 3x = 13 - 4.$$

合併同类項，得

$$3x = 9.$$

用3去除方程两边，得

$$x = 3.$$

为了檢驗解方程的时候計算有沒有錯誤，可以把求得的解代替原方程里的未知数，檢驗方程左右两边的值是不是相等。

檢驗：用3代替原方程中的 x ，得

$$\text{左边} = 24 - 6 + 4 = 22;$$

$$\text{右边} = 9 + 13 = 22.$$

所以3是原方程的解。

例2 解方程：

$$\frac{2x-1}{2} - \frac{2x+5}{3} = \frac{6x-7}{4} - 1.$$

解 去分母，得

$$6(2x-1) - 4(2x+5) = 3(6x-7) - 12.$$

去括号，得

$$12x - 6 - 8x - 20 = 18x - 21 - 12.$$

合併同类項，得

$$-14x = -7.$$

两边同除以14，得

$$x = \frac{1}{2}.$$

驗检：用 $\frac{1}{2}$ 代替原方程中的 x ，得

$$\text{左边} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} - 1}{2} - \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 5}{3} = -2,$$

$$\text{右边} = \frac{6 \cdot \frac{1}{2} - 7}{4} - 1 = -2.$$

所以 $x = \frac{1}{2}$ 是原方程的解。

從上面的例子看出，解一元一次方程的一般步驟是：第一，化簡(包括去分母、去括号)方程；第二，移項，使方程的一边只有未知数的項，另一边只有已知数的項；第三，把方程两边的各項分別进行合併同类項，并求出未知数的值。

例3 解方程：

$$\begin{aligned} & (x-1)^2 - (x+3)(x-3) \\ & = (x+1)(x+2) - (x-1)(x+4). \end{aligned}$$

解 原方程就是

$$\begin{aligned}& (x^2 - 2x + 1) - (x^2 - 9) \\&= (x^2 + 3x + 2) - (x^2 + 3x - 4).\end{aligned}$$

去括号, 得

$$\begin{aligned}& x^2 - 2x + 1 - x^2 + 9 \\&= x^2 + 3x + 2 - x^2 - 3x + 4.\end{aligned}$$

合并同类项, 得

$$-2x + 10 = 6.$$

移项和合并同类项, 得

$$-2x = -4.$$

两边都除以 -2 , 得

$$x = 2.$$

例4 解方程:

$$\frac{2(x-4)}{3} + \frac{3x+13}{8} = \frac{3(2x-3)}{5} - 7.$$

解 去分母, 得

$$\begin{aligned}& 80(x-4) + 15(3x+13) \\&= 72(2x-3) - 840.\end{aligned}$$

去括号, 得

$$80x - 320 + 45x + 195 = 144x - 216 - 840.$$

移项合并同类项, 得

$$-19x = -931.$$

两边都除以 -19 , 得

$$x = 49.$$

例5 解方程:

$$2\left[\frac{4}{3}x - \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right)\right] = \frac{3}{4}x.$$

解 去括号和合并同类项, 得

$$\frac{4}{3}x + 1 = \frac{3}{4}x.$$

去分母, 得

$$16x + 12 = 9x.$$

移项和合并同类项, 得

$$7x = -12.$$

两边都除以7, 得

$$x = -1\frac{5}{7}.$$

例6 解方程: $0.5x - 0.3x = 0.25x - 1.$

解 合并同类项, 得

$$0.2x = 0.25x - 1.$$

移项, 得

$$0.2x - 0.25x = -1.$$

合并同类项, 得

$$-0.05x = -1.$$

两边同乘以-100, 得

$$5x = 100.$$

两边同除以5, 得

$$x = 20.$$

例7 解关于 x 的方程:

$$ax + b = cx + d. \quad (a \neq c)$$

解 移项, 得

$$ax - cx = d - b.$$

合併同类项, 得

$$(a - c)x = d - b.$$

因为 $a \neq c$, 所以 $a - c \neq 0$. 方程的两边都除以 $a - c$, 得

$$x = \frac{d - b}{a - c}.$$

例8 解关于 x 的方程:

$$(a + x)b - a = (b + 1)x + ab.$$

解 去括号, 得

$$ab + bx - a = bx + x + ab.$$

移项和合併同类项, 得

$$x = -a.$$

例9 解关于 x 的方程:

$$\frac{x - b}{a} = 2 - \frac{x - a}{b}. \quad (a + b \neq 0)$$

解 a 和 b 都不能为零 (因为 a 和 b 如果有一个等于零, 原方程就没有意义), 所以 $ab \neq 0$.

去分母, 得

$$b(x - b) = 2ab - a(x - a).$$

去括号, 得

$$bx - b^2 = 2ab - ax + a^2.$$

移項，得

$$ax + bx = a^2 + 2ab + b^2.$$

合併同类項，得

$$(a+b)x = (a+b)^2$$

因为 $a+b \neq 0$ ，方程的两边都除以 $(a+b)$ ，得

$$x = a + b.$$

習題四十五

解下列各方程（第1題——第3題）：

1. (1) $5(x+2) = 2(2x+7);$

(2) $5(8-3x) = x;$

(3) $4(2t+3) = 8(1-t) - 5(t-2);$

(4) $2(p+0.5) - 3(p-0.4) = 5.6 - 4(0.3-p) - (0.2+p).$

2. (1) $\frac{5-3x}{2} = \frac{3-5x}{3};$

(2) $y - \frac{y-1}{2} = 2 - \frac{y-2}{3};$

(3) $\frac{x-1}{4} - \frac{2z+1}{6} = 1;$

(4) $\frac{z-2}{5} - \frac{z+3}{10} = \frac{2z-5}{3} - 2.$

3. (1) $2x(3x-5) - (2x-3)(3x+4) = 3(x+4);$

(2) $3(x+1)^2 + (3x+1)^2 = 3(2x-3)^2 - 5.$

解下列关于 x 的方程 (第 4 题——第 5 题):

4. (1) $3a+4x=7x-66$;

(2) $(n-1)x=n(n+x)$.

5. (1) $3ax+b=2ax+c$; ($a \neq 0$)

(2) $mx-n=2x-3$; ($m \neq 2$)

(3) $a(x-a)=b(x-b)$. ($a \neq b$)

解下列各方程: 方程中 x 、 y 、 z 、 t 是未知数 (第 6 题——第 7 题);

6. (1) $x - \frac{x}{a} = a$; ($a \neq 1$)

(2) $\frac{z}{m} - \frac{z}{n} = 1$. ($m \neq n$)

7. (1) $\frac{a+y}{b} - 2 = \frac{y-b}{a}$; ($a \neq b$)

(2) $\frac{t}{a-b} - \frac{3}{a+b} = \frac{2bt}{a^2-b^2}$.

8. 解下列各方程:

(1) $y = mx + b$, x 是未知数, $m \neq 0$;

(2) $ax + by + c = 0$, y 是未知数, $b \neq 0$;

(3) $s = vt + \frac{1}{2} at^2$, v 是未知数, $t \neq 0$;

(4) $s = vt + \frac{1}{2} at^2$, a 是未知数, $t \neq 0$.

III 分式方程

53 分式方程及其解法 分母中含有未知數的方程，叫做分式方程。例如，下面的方程都是分式方程：

$$\frac{8}{x} = 2, \quad \frac{1}{x-2} + 3 = \frac{7-x}{x-2},$$

$$\frac{3}{1-x^2} = \frac{2}{1+2x-x^2} - \frac{5}{1-2x+x^2}.$$

我們把分母中不含有未知數的方程叫做**整式方程**。一元一次方程是最簡單的整式方程。

要解一个分式方程，我們首先要把方程的两边都乘上同一个適當的整式（通常取各分母的最簡公分母），使它变形成一个整式方程。

例1 解方程：

$$\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-x}{x-2}.$$

解 两边都乘以 $x-2$ ，得

$$1 + 3(x-2) = 3-x.$$

解这个整式方程，得

$$x=2.$$

檢驗：把 $x=2$ 代入原方程，分式 $\frac{1}{x-2}$ 和 $\frac{3-x}{x-2}$ 的分母变成零，这些分式都变成沒有意义。所以 $x=2$ 不是原方程的解，而是增加的解。

为什么会有增加解呢？这是由于在把分式方程化为整式方程时，方程两边都乘以 $(x-2)$ 的原因，当 $x=2$ 时，方程的两边都乘以 $x-2$ ，就等于方程的两边都乘以零，这时方程就会增加解。因此进行檢驗是解分式方程的一个必要步骤。

例2 解方程：

$$5 + \frac{1}{x-4} = \frac{5-x}{x-4}.$$

解 两边都乘以 $x-4$ ，得

$$5(x-4) + 1 = 5 - x.$$

解这个整式方程，得

$$x=4.$$

檢驗： $x=4$ 使原分式方程中的某些分式的分母为零，所以 $x=4$ 不是原方程的解，而是增加的解。

例3 解方程：

$$\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{7-x}{x-2}.$$

解 两边都乘以 $x-2$ ，得

$$1 + 3(x-2) = 7 - x.$$

解这个整式方程，得