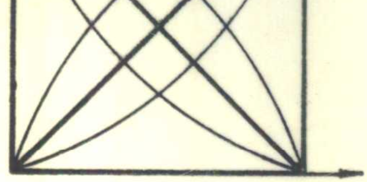
徐　扬　乔全喜
陈超平　秦克云　编著

国家自然科学基金资助项目

不确定性推理



西南交通大学出版社

不确定性推理

国家自然科学基金资助项目

徐 扬 乔全喜
陈超平 秦克云 编著

西南交通大学出版社

(川)新登字 018 号

内 容 简 介

本书较详细地介绍了知识工程领域中不确定性推理的一些主要理论与方法，其中包括：带确定因子的不确定性推理、主观 Bayes 不确定性推理、基于概率的 MYCIN 类不确定性推理、基于证据理论的不确定性推理和模糊推理。

本书可作为应用数学专业和工科各专业的研究生或高年级本科生教材，亦可供知识工程领域中的科技人员参考。

不确定性推理

徐 扬 乔全喜
陈超平 秦克云 编著

*

西南交通大学出版社出版发行
（成都 九里堤）
郫县印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/32 印张：8.375
字数：176 千字 印数：1—5000 册
1994 年 10 月第 1 版 1994 年 10 月第 1 次印刷
ISBN 7－81022－737－8/O・066
定价：6.50 元

前　言

在客观世界中或外界客观事物在向人脑反映的过程中，存在着大量的各种各样的不精确的、不完全的、不完全可靠的、随机的、模糊的或未确知的信息——即不确定性信息。人们要借助现代的信息处理技术实现知识的工程化，必然要基于各种不确定性信息环境进行分析、推理、判断和决策，当然离不开不确定性推理的理论与方法。

随着不确定性信息处理的理论与技术的迅速发展，各种类型的不确定性推理的理论与方法已大量出现。为了使从事知识工程理论和应用研究的人员能较为全面地了解不确定性推理的主要理论与方法，书中较详细地介绍了带确定因子的不确定性推理、主观 Bayes 不确定性推理、基于概率的 MYCIN 类不确定性推理和基于证据理论的不确定性推理，特别以较大篇幅介绍了模糊推理的理论与方法，同时也融汇了作者在不确定性推理方面的许多研究工作。

我们希望本书能为知识工程化的进展做出一定的贡献。

书中部分内容引用了国内外许多专家和学者在不确定性推理方面的一些研究成果。在此谨向他们一并致谢。

由于作者水平所限，书中会有缺点或错误，恳请读者批评指正。

作者

1994 年 2 月于成都

目　录

第八章　模糊推理的理论

第一章　推理概述

推理是根据一定的原则，从一个或几个已知判断推出一个新判断的思维过程。推理所根据的判断叫做前提，由前提所推出的那个判断叫做结论。

人类认识世界的过程包含了大量的推理过程。因而，无论是在科学研究、学习乃至日常生活中都经常运用推理。对推理可作如下粗略划分：

- 推理
  - 确定性推理
    - 直接推理
    - 间接推理
      - 演绎推理
      - 归纳推理
      - 类比推理
  - 不确定性推理
    - 统计推理
    - 证据理论
    - 确定性因子推论
    - 可靠性理论

- 演绎推理
  - 直言推理
  - 假言推理
  - 选言推理
  - 联言推理
  - 关系推理

$$\text{归纳推理}\begin{cases}\text{完全归纳推理}\\ \text{不完全归纳推理}\begin{cases}\text{简单枚举归纳法}\\ \text{科学归纳法}\\ \text{综合归纳法}\end{cases}\end{cases}$$

本章首先介绍直接推理与间接推理，在间接推理中，详细介绍演绎推理、归纳推理、类比推理的推理模式及其推理模式的数学表示。然后简单介绍确定性推理与不确定性推理以及推理策略问题。

§1.1 直接推理与间接推理

一、直 接 推 理

直接推理与间接推理是根据前提的多少来划分的。只有一个前提的推理称作直接推理，有两个或两个以上前提的推理称作间接推理。例如：

(1) 三角形的两边之和大于第三边；等腰三角形的两边之和大于第三边；

(2) 两条直线相交，对顶角相等；$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角，所以 $\angle 1 = \angle 2$.

例(1) 是直接推理。“三角形的两边之和大于第三边”是已知判断，“等腰三角形的两边之和大于第三边”是合乎逻辑的推断。例(2) 是间接推理。“对顶角相等”是一般规律，“$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角”是对个别事物归属性的已知判断，“$\angle 1 = \angle 2$”就是结论，也是新的认识。这个推理的过程就是从一般认识到个别认识的过程。

间接推理依据认识的方向，又可以分为演绎推理、归纳推

理、类比推理。

二、间接推理

(一)演绎推理

演绎推理亦称“演绎法”或演绎。是前提与结论之间有蕴涵关系的推理或前提与结论之间有必然联系的推理。

例 1.1 人都要吃饭。 (1)

张三是人。 (2)

所以,张三要吃饭。 (3)

例 1.2 如果液体含酸,则试酸纸变红。

试酸纸不变红。

所以,这种液体不含酸。

例 1.1 是一个三段论推理。三段论是演绎推理的一种常用的推理方式,它由三个简单性质的判断(1)、(2)、(3) 组成。(1) 是大前提,(2) 是小前提,(3) 是结论。三段论包含三个不同的概念,分别叫做大项、小项和中项。大项就是作为结论的谓项的那个概念。上例中的“要吃饭”就是大项,用 P 表示。小项就是作为结论的主项的那个概念。上例中的“张三”就是小项,用 S 表示。中项就是在两个前提中都出现的那个概念。上例中的“人”就是中项,用 M 表示。

例 1.1 与例 1.2 虽然是两种不同的推理,但它们都是前提与结论之间有必然性联系;即有蕴涵关系的演绎推理。例 1.1 和例 1.2 的推理形式分别是:

(1) $M - P$

$$\frac{S - M}{S - P}$$

(2) 如果 p,那么 q。

$$\frac{\text{非 } q\text{。}}{\text{所以,非 } p\text{。}}$$

在推理形式(1)中,无论以任何具体概念代入"S"与"P",在推理形式(2)中,无论以任何具体判断代入"p"与"q",只要代入后的前提是真实的,那么,代入后的结论也是真实的。这就说明在演绎推理中,从真实的前提出发,运用正确的推理形式,就必然得出真实的结论。

在使用三段论时,要特别注意下述两类错误。一类是肯定后件的错误,例如:

等腰三角形的内角和等于 180°。

三角形 A 的内角和等于 180°。

所以,A 是等腰三角形。

另一类是否定前件的错误,例如:

等腰三角形的内角和是 180°。

A 不是等腰三角形。

所以,A 的内角和不是 180°。

在确定性推理过程中,前提的真实性和推理形式的正确性这两个条件是缺一不可的。推理是通过前提和规则两个方面与客观世界相联系的。构成推理规则的公理和作为推理前提的判断,二者的客观性决定着结论的正确性,其中任何一个虚假,结论都不是完全可靠的。

(二)归纳推理

归纳推理与演绎推理相对。归纳推理是由一些个别的、特殊的事例推出同一类事物的一般性结论的推理。这种推理与

演绎推理既有联系又有区别。演绎推理的大前提是通过归纳推理得出的；而归纳推理的过程中往往有演绎推理参与，使归纳推理所得出的结论更深入地反映事物的本质。所以，归纳推理和演绎推理是互相联系、互相补充的。

二者的区别可概括为下面两点：

第一，二者的思维过程方向不同。演绎推理的思维过程是由一般到个别；而归纳推理的思维过程是由个别到一般。

第二，演绎推理的结论与前提有必然联系，只要前提真实、推理形式正确，则结论一定可靠；而归纳推理的结论在很多情况下不是必然的，而是或然的。

常见的归纳推理方法有：完全归纳法、简单枚举法、科学归纳法、综合归纳法等。下面我们简单介绍一下这些方法。

1. 完全归纳推理

完全归纳推理亦称“完全归纳法”。这种推理是以某类事物中的每一个对象都具有某种属性为前提，推出这种事物的全体都具有这种属性的推理方法，得出的结论是必然的。其模式为：

前提：　s_1 是（或不是）P，

　　　　s_2 是（或不是）P，

　　　　………，

　　　　s_n 是（或不是）P，

　　　　s_1，s_2，… ，s_n 是 S 中的全体对象。

结论：　所有的 s 是（或不是）P。　　(1.1.1)

其中，P 是一个可用经典集合描述的清晰概念。

完全归纳推理必然考察类的全体元素，而有的类的元素

可以是无限多的。因此，完全归纳推理对具有无限多元素的对象是无能为力的。即使是有限个元素，如果数量过多，完全归纳推理也是不适用的。这种局限性限制了完全归纳推理的应用范围。

我们知道，清晰的属性可用经典集合刻划为：

$$P^* = \{p \mid P(p)\}$$

其中，$P(p)$ 表示 p 具有清晰属性 P。因此，"s 是 P" 可表示为：

$$s \in P^*$$

因此，式(1.1.1)可以用经典集合描述为：

前提：
$$s_1 \in P^*,$$
$$s_2 \in P^*,$$
$$\cdots\cdots\cdots,$$
$$s_n \in P^*,$$
$$S = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}。$$

结论： $S \subseteq P^*$。 (1.1.2)

式(1.1.2)等价于：

$$\forall s \in S = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}, s \in P^* \Rightarrow S \subseteq P^*。$$

由于特征函数与经典集合是一一种对应的，因此，一个元素 a 属于集合 A，反映在 A 的特征函数上即为：

$$\chi_A(a) = \begin{cases} 1, & a \in A \\ 0, & a \overline{\in} A \end{cases}$$

因而，式(1.1.1)也可以用特征函数描述为：

前提：
$$\chi_{P^*}(s_1) = 1,$$
$$\chi_{P^*}(s_2) = 1,$$
$$\cdots\cdots\cdots,$$

$\chi_{P^*}(s_n) = 1$，

$\chi_S = \chi_{\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}}$，

结论：　$\chi_S \leqslant \chi_{P^*}$　　　　(1.1.3)

2. 简单枚举归纳推理

这种推理是一种不完全归纳推理。它以某类事物中的部分对象都具有某种属性，而且未遇到相反的情况为前提，推出这类事物全体都具有这种属性的推理方法，得出的结论是或然的。其模式为：

前提：　s_1 是(或不是)P，

s_2 是(或不是)P，

………，

s_n 是(或不是)P，

s_1，s_2，…，s_n 是 S 中的部分对象，

枚举中未遇到矛盾的情况。

结论：　S 中的所有对象都是(或都不是)P。　　　　(1.1.4)

其中，P 是一个可用经典集合描述的清晰概念。

式(1.1.4)用经典集合描述即为：

前提：　$s_1 \in P^*$，

$s_2 \in P^*$，

………，

$s_n \in P^*$，

$\{s_1, s_2, \cdots, s_n\} \subseteq S, \forall S', S' \subseteq S, \nexists s \in S', s \overline{\in} P^*$。

结论：　$S \subseteq P^*$。　　　　(1.1.5)

式(1.1.5)等价于：

$(\forall s \in \{s_1, s_2, \cdots, s_n\} \subseteq S.\ s \in P^*), (\forall S' \subseteq S, \not\exists\ s \in S', s \overline{\in} P^*) \Rightarrow S \subseteq P^*$。

其中，$0 < |S'| < +\infty$。

式(1.1.4)用特征函数描述为：

前提： $\chi_{P^*}(s_1) = 1$，

$\chi_{P^*}(s_2) = 1$，

………，

$\chi_{P^*}(s_n) = 1$，

$\chi_{\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}} \leqslant \chi_S, \forall \quad X_{S'} \leqslant \chi_S$，

$\not\exists\ \chi_{S'}(s) = 1,\ \chi_{P^*}(s) = 0$。

结论： $\chi_S \leqslant \chi_{P^*}$。 (1.1.6)

其中，$0 < |S'| < +\infty$

3. 科学归纳推理

这种推理也是一种不完全归纳推理。它与简单枚举归纳推理不同，是根据对某类中部分对象及其属性之间的必然联系，推出关于这一类事物的一般性结论的推理方法。也叫判明因果联系法。由于该推理方法是以所认识的对象间的必然联系为基础的，因而得出的结论是必然可靠的。其模式为：

前提： s_1 是(或不是)P，

s_2 是(或不是)P，

………，

s_n 是(或不是)P，

$s_1, s_2, \cdots, s_n$ 是 S^* 中的部分对象，而 S^* 类与 P 属性之间存在着必然的联系。

结论： S^* 中的所有对象都是(或不是)P。 (1.1.7)

其中，P 是一个可用经典集合描述的清晰概念。

例 1.1.3 铁受热体积膨胀，

铜受热体积膨胀，

锡受热体积膨胀，

铁、铜、锡是金属，它们受热后分子凝聚力减弱，分子间距离增大，因而引起体积膨胀。

所以，金属受热体积都膨胀。

式(1.1.7)用经典集合描述为：

前提： $s_1 \in P^*$，

$s_2 \in P^*$，

………，

$s_n \in P^*$，

$\{s_1, s_2, \cdots, s_n\} \subseteq S^*, R(S,P) = 1$

结论： $S^* \subseteq P^*$ (1.1.8)

其中，S 表示 S^* 的属性，$R(S,P) = 1$ 表示 S 与 P 有必然联系。

式(1.1.8)等价于：

$\forall s \in \{s_1, s_2, \cdots, s_n\} \subseteq S^*, s \in P^*, R(S,P) = 1 \Rightarrow S^* \subseteq P^*$。

式(1.1.7)用特征函数描述为：

前提： $\chi_{P^*}(s_1) = 1$，

$\chi_{P^*}(s_2) = 1$，

………，

$$\chi_{P^*}(s_n) = 1,$$

$$\chi_{\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}} \leqslant X_{S^*}, X_{R^*} = 1。$$

结论：$X_{S^*} \leqslant X_{P^*}$。 (1.1.9)

其中，R^* 是 $R(S,P) = 1$ 对应的经典集合。

4. 综合归纳推理

这种推理是把对事物各个方面的认识结合起来得到该事物的总的认识的方法。其模式为：

前提： s 是 P_1，

s 是 P_2，

………

s 是 P_n，

P_1，P_2，…，P_n 是 P。

结论： s 是 P。 (1.1.10)

其中，s 是一特定的对象，P_1，P_2，…，P_n 是 s 的不同方面的可用经典集合描述的清晰属性，P 是 P_1，P_2，…，P_n 各属性的总和。

实际上，综合归纳推理模式中的特定对象是由 n 个不同的方面 s_1，s_2，…，s_n 所确定的。因此式(1.1.10)中的"s 是 P_i"实际为"s_i 是 P_i"($i = 1, 2, \cdots, n$)。所以式(1.1.10)实质上为：

前提： s_1 是 P_1，

s_2 是 P_2，

………，

s_n 是 P_n，