

北京市中学课本

数 学

第 七 册



北京市中学课本

数 学

第 七 册

北京市教育局中小学教材编写组编

*

北京人民出版社出版

北京市新华书店发行

北京市印刷三厂印刷

*

1972年1月第1版 1972年1月第1次印刷

书号: K7·60 定价: 0.19 元

毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学生也是这样，以学为主，兼学别样，即不但学文，也要学工、学农、学军，也要批判资产阶级。学制要缩短，教育要革命，资产阶级知识分子统治我们学校的现象，再也不能继续下去了。

000533

313P-8-17

~~000733~~

目 录

第十三章 简单体的侧面展开图

一 柱体的侧面展开图	1
二 锥体的侧面展开图	6
三 台体的侧面展开图	12
1. 圆台的侧面展开图	12
2. 棱台的侧面展开图	18
四 弯管的展开图	24
习题	31

第十四章 函数和它的图象

一 函数	35
1. 变量	35
2. 函数	37
3. 函数关系的表示法	40
习题一	42
二 函数的图象	45
1. 直角坐标系	45
2. 函数的图象	52
3. 正比例与反比例函数的图象	56
三 一次函数	65
1. 一次函数及其图象	65

2. 二元一次方程组的图象解法	70
3. 经验公式	73
习题二	78
四 二次函数	81
1. 二次函数	81
2. 二次函数的图象	82
3. 二次函数的极值	91
习题三	95

第十三章 简单体的侧面展开图

在工农业生产中，许多空心物体，如工厂中的铁皮烟囱、锅炉、通风管道，以及日常生活中常见的水桶、拔火筒等的制造，都要先在板料上划出它们的展开图。

本章主要学习最常见、最基本的几种柱、锥、台和弯管的侧面展开图的划法，同时，学习它们侧面积的计算方法。

一 柱体的侧面展开图

工厂的通风管道、拖拉机的废气排出管、楼房的圆形水落管、日常生活中使用的烟筒、水桶等都是圆柱形的物体。

圆柱的侧面展开后是什么样的图形呢？我们遵照伟大领袖毛主席关于“实践的观点是辩证唯物论的认识论之第一的和基本的观

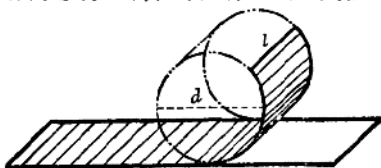


图 13-1

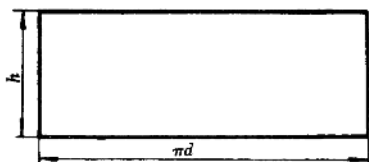


图 13—2

点”的教导，亲手做一个实验。如果我们沿着圆柱的一条母线剪开铺平(图 13—1)，就可以看到圆柱

侧面展开图是一个长方形。这个长方形的一边长是圆柱底面的周长 πd ，另一边长是圆柱的高 h (图 13—2)。

如果用 $S_{\text{圆柱侧}}$ 表示圆柱的侧面积，那么

$$S_{\text{圆柱侧}} = \pi dh.$$

例 1 党和毛主席非常关怀广大革命职工的身心健康，工厂普遍安装了吸尘器。要做一节长为 3000mm，直径为 400mm 的吸尘器管道，用 1:50 的比例画出它的侧面展开图，并计算用料面积。

解：先按 1:50 的比例缩小尺寸，

$$h' = 3000 \div 50 = 60(\text{mm});$$

$$d' = 400 \div 50 = 8(\text{mm}),$$

$$\pi d' = 3.14 \times 8 \approx 25(\text{mm}).$$

再以 60mm 和 25mm 为边长画长方形，这个长方形就是一节缩小后的吸尘器管道的侧面展开图(图 13—3)。



图 13—3

它的用料面积为:

$$S_{\text{圆柱侧}} = \pi d h$$

$$= 3.14 \times 400 \times 3000 \approx 3.8(\text{m}^2).$$

工人师傅在下料时,还必须考虑料的薄厚,否则卷得的圆柱形物体尺寸不合要求。一般料厚超过 2mm,划侧面展开图时就要取平均直径——中心径。

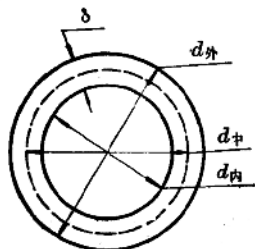


图 13—4

如果用 δ 表示料厚, $d_{\text{外}}$ 表示外径, $d_{\text{内}}$ 表示内径, $d_{\text{中}}$ 表示中心径 (图 13—4), 那么

$$d_{\text{中}} = d_{\text{内}} + \delta.$$

$$\text{或 } d_{\text{中}} = d_{\text{外}} - \delta.$$

工人师傅把中心径的这种取法总结为“里加外减”。

例 2 红旗炊具机械厂的广大革命职工,遵照毛主席关于“**要节约闹革命**”的教导,制造一种节煤锅炉,它的内径 $d_{\text{内}} = 1000\text{mm}$, 高 $h = 2000\text{mm}$, 料厚 $\delta = 6\text{mm}$, 按 1:100 的比例画出它的侧面展开图。

解：先计算中心径，

$$\begin{aligned} d'_{\text{中}} &= d_{\text{内}} + \delta \\ &= 1000 + 6 \\ &= 1006(\text{mm}). \end{aligned}$$

按 1:100 缩小尺寸，

$$h' = 2000 \div 100 = 20(\text{mm});$$

$$d'_{\text{中}} = 1006 \div 100 = 10.06(\text{mm}),$$

$$\pi d'_{\text{中}} = 3.14 \times 10.06 \approx 31.6(\text{mm}).$$

再以 20mm 和 31.6mm 为边长画长方形，这个长方形就是缩小后锅炉的侧面展开图（图 13—5）。

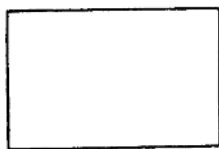


图 13—5

为了进行铆接和咬合，在实际下料时，必须在衔接处留出一定的加工余量。

关于实际生产时的加工余量和中心径的问题，下面学习中都先暂不考虑。

各种直棱柱的侧面展开与圆柱的侧面展开很类似（图 13—6），它的展开图也是一个长方形，一边长是棱

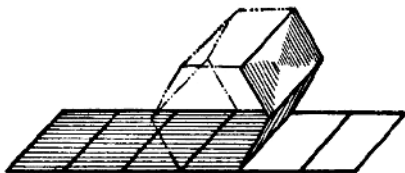
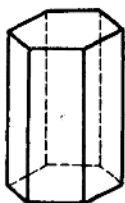


图 13—6

柱的底面周长 p ，另一边长是棱柱的高 h (图 13—7)。

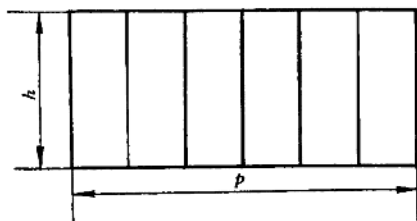


图 13—7

若用 $S_{\text{棱柱侧}}$ 代表棱柱的侧面积，那么

$$\underline{S_{\text{棱柱侧}} = ph.}$$

练 习

1. 写出半径为 r ，高为 h 的圆柱的侧面积公式。圆柱的侧面积与两个底面面积的和就是圆柱的全面积，写出圆柱的全面积公式。
2. 用硬纸制作一个高是 100mm，底面直径是 70mm 的圆柱模型（注意留出粘合部分）。
3. 要制作一个圆柱形水桶，已知桶高 $h=450\text{ mm}$ ，外径 $d_{\text{外}}=250\text{ mm}$ ，料厚 $\delta=2\text{ mm}$ ，用 1:10 的比例画出它的侧面展开图。
4. 要制作一个圆柱形油桶，已知桶高 $h=900\text{ mm}$ ，内径 $d_{\text{内}}=550\text{ mm}$ ，料厚 $\delta=2\text{ mm}$ ，用 1:20 的比例画出它的侧面展开图。

二 锥体的侧面展开图

防雨帽、灯罩、铁笼帽(图 13—8)等都是圆锥形的物体。

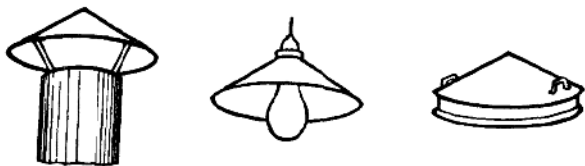


图 13—8

圆锥的侧面展开后是什么样的图形呢？

如果沿着圆锥的一条母线 l 剪开并铺平(图 13—9)，就可以看到圆锥侧面展开图是一个扇形(图 13—10)，这个扇形的半径是圆锥的母线长 l ，弧长是圆锥底面周长 $2\pi r$ 。

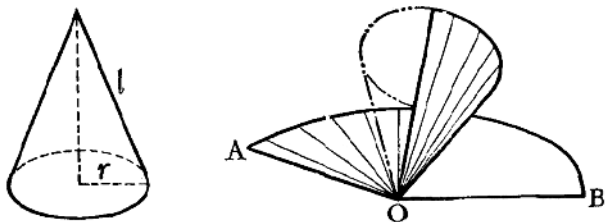


图 13—9

怎样画圆锥的侧面展开图呢？遵照毛主席关于抓主要矛盾的教导，我们来研究圆锥侧面展开图的画法。

画圆锥侧面展开图，实际上就是画扇形。画扇形要有圆心、半径和弧长。圆心可以在板料上选择适当的位置。

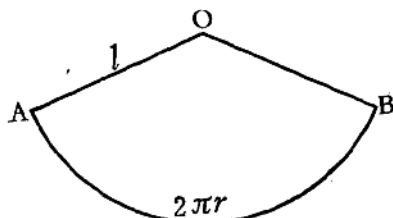


图 13-10

扇形半径是圆锥的母线长，可以由圆锥的高及底面半径，用勾股定理求得。而主要问题是如何用底面圆周长来确定扇形的弧长，因此，只要解决了这个问题，就可以画出圆锥的侧面展开图——扇形。

“一切真知都是从直接经验发源的。”劳动人民在实践中，创造了许多画圆锥侧面展开图的方法，下面介绍其中的两种。

(1) 量弧法

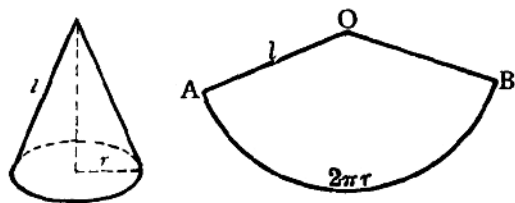


图 13-11

①在板料上的适当位置选择一点 O ，以 O 为圆心、母线长 l 为半径划弧（图 13-11）。

②用钢卷尺沿弧截取等于圆锥底面周长 $2\pi r$ 的一段 $\widehat{AB}$.

③连结 OA 和 OB . 扇形 OAB 就是所要画的圆锥侧面展开图.

(2) 放射法

①把圆锥俯视图(图 13—12)中的圆周分成十二等份, $\widehat{AB}$ 是中的一份.

②在主视图上, 以顶点 O 为圆心、母线 OC 长为半径画弧, 并在此弧上从 C 点起, 以 $\widehat{AB}$ 所对的弦长为半径, 连续截取 12 段, 得 $\widehat{CD}$.

③连结 OD , 扇形 OCD 就是所要画的圆锥侧面展开图.

这个画法根据是什么呢? 由上面的画法我们知道: 在扇形的 $\widehat{CD}$ 上, 12 段小弧所对的弦的总长近似于 $\widehat{CD}$ 的长, 它又等于圆锥底面内接正十二边形的周长; 而正十二边形的周长又近似等于圆锥底面的圆周

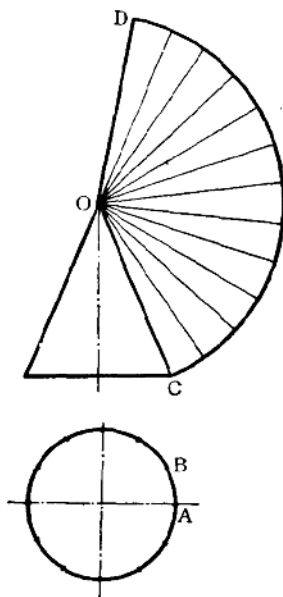


图 13—12

长。因此， $\widehat{CD}$ 的长也近似等于 $2\pi r$ 。

如果把底面圆周等分的份数越多，画出的扇形弧长就越接近于圆锥底面的周长，因而，圆锥的侧面展开图也就越精确。

这种“以直代曲”的作法，即用弦长无限逼近弧长的方法，在数学中我们经常用到。

在实际划线中，用放射法画圆锥的侧面展开图时，只要画出底面圆周的一半，再六等分即可。

例 支农化肥厂在安装通风设备时需要制做一个直径为 400mm，高为 224mm 的防雨帽（图 13—13）。按 1:20 的比例，画出它的侧面展开图。

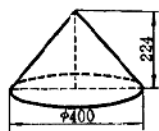


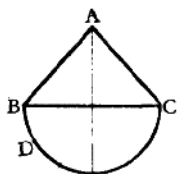
图 13—13

画法：

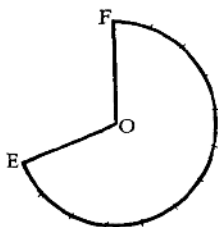
①按 1:20 的比例画防雨帽的主视图 $\triangle ABC$ （图 13—14〔1〕），以 BC 为直径画半圆，并将其六等分， $\widehat{BD}$ 为其中的一份。

②以 O 为圆心、 AB 为半径画弧，在此弧上取一点 E ；从 E 点起，以 $\widehat{BD}$ 所对的弦长为半径，连续截取 12 段，最后一个截点是 F （图 13—14〔2〕）。

③连结 OE 、 OF ，扇形 OEF 就是所要画的缩小后防雨帽的侧面展开图。



〔1〕



〔2〕

图 13-14

怎样计算圆锥的侧面积呢？

我们知道，圆锥侧面的展开图是一个扇形，因此，计算它的面积，实际上就是计算扇形的面积。

扇形的面积和圆面积有着密切的关系。

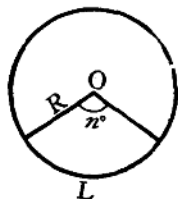


图 13-15

设圆的半径为 R ，扇形的圆心角为 n° (图 13-15)。

因为圆心角是 1° 的扇形面积等于圆面积的 $\frac{1}{360}$ ，就是 $\frac{\pi R^2}{360}$ ，所以圆心角是 n° 的扇形面积就是 $\frac{n\pi R^2}{360}$ 。

若用 $S_{\text{扇形}}$ 表示扇形的面积，那么

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}.$$

又因为
$$\frac{n\pi R^2}{360} = \frac{n\pi R}{180} \cdot \frac{R}{2},$$

而 $\frac{n\pi R}{180}$ 就是扇形的弧长 L ，所以

$$S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}LR.$$

从扇形的面积公式就可以得到圆锥的侧面积公式。

因为圆锥侧面展开图的扇形半径就是圆锥的母线 l ，扇形的弧长就是圆锥底面的周长 $2\pi r$ ，所以

$$\begin{aligned} S_{\text{圆锥侧}} &= \frac{1}{2}(2\pi r)l \\ &= \pi rl. \end{aligned}$$

$$\therefore S_{\text{圆锥侧}} = \pi rl.$$

其中 r 是圆锥底面的半径， l 是圆锥的母线。

正棱锥的侧面展开与圆锥的侧面展开很类似 (图 13—16)。

若用 p 代表正棱锥的底面周长， h 代表正棱锥的斜高，那么

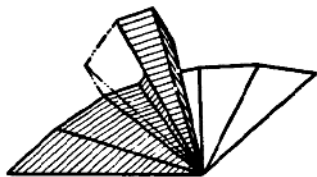


图 13—16

$$S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2}ph.$$

练习

1. 在硬纸上画出高是 120mm，底面半径是 50mm 的圆锥侧面展开图，并做出它的模型。
2. 按 1:20 的比例，用放射法画出高是 400mm，底面半径是 300mm 的圆锥侧面展开图，并计算它的侧面积。
3. 按 1:20 的比例，用放射法画出高是 200mm，母线长是 600mm 的烟囱帽的侧面展开图。
4. 永革钢铁厂的工人师傅要配制一个母线长 $l=1000\text{mm}$ ，底面直径 $d=1700\text{mm}$ 的圆锥形烟囱帽。问制作这个烟囱帽需用多少铁板？按 1:10 的比例在硬纸上画出它的展开图，并做出模型。

三 台体的侧面展开图

1. 圆台的侧面展开图

手扶拖拉机的空气过滤器的顶部、加料斗(图 13—17)等都是圆台形的物体。

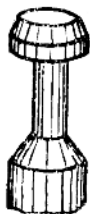


图 13—17

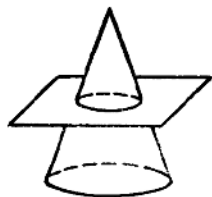


图 13—18