

基本统计方法手册

A HANDBOOK OF INTRODUCTORY
STATISTICAL METHODS

[美] C·P·考克斯著

吕乃刚 林举干 译

上海科学技术出版社

约翰·威利父子出版公司



基本统计方法手册

〔美〕C. P. 考克斯著

吕乃刚 林举千 译

• 魏宗舒 校

上海科学技术出版社
约翰·威利父子出版公司

*A Handbook of Introductory
Statistical Methods*
C. Philip Cox
John Wiley & Sons, Inc., 1987

基本统计方法手册

(美) C. P. 考克斯著

吕乃刚 林举干译 魏宗舒校

上海科学技术出版社 合作出版
约翰·威利父子出版公司

(上海瑞金二路 450 号)

本书由上海发行所发行 上海群众印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 9 字数 230,000

1990 年 11 月第 1 版 1990 年 11 月第 1 次印刷

印数 1--1,700

ISBN 7-5323-1647-5/C·1

定价: 5.25 元

内 容 提 要

本书是基本统计方法的手册性工具书。著者把统计学看作启发性和描述性数据分析的基础，强调了方法论的一些方面，对常用统计分析方法及其基本原理作了简要的总结，为高等院校或中等专科学校的统计学课程和进行数量研究的广大应用科技工作者提供了合适的参考资料。

本书可作为高等院校或中等专科学校统计学课程的补充教材或参考书，也可供数学工作者和应用科学工作者及教师们参考。

引 言

我试图在这里给出一些常用统计分析方法及其基本原理的一个简要的总结。把这个统计分支看作启发性和描述性数据分析的基础,我强调方法论的一些方面以补充我为研究生们开设最初课程的基本训练,使他们能在自己的研究工作中使用统计方法。经验表明,在教室中,概念的理解常被预计难于领会和迫使记笔记的缘故所削弱。经验证实,学生们一旦相信一些必要的方法细节和公式总是扼要可查得时,他们就能摆脱这种教学法上的粗暴从而增进理解并提高整个信息传递过程的效率。此外,还希望本手册能为应用科学工作者在数量研究学科中提供合适的参考资料。

为了减少另一常见的障碍,包括使用、诊断和根除非正统运算,我常在举例说明中采用非真实简单数据。这主要是为了使读者可以很快学会精确计算的“技巧”,从而节省时间以发展更需要动脑筋的统计分析的技能,在这方面,从事计算的人至今仍然是不完全熟练。这里不用微积分。

所讲述的方法绝大多数依赖于高斯分布观察值的假定。一个不能肯定其有效的假定会影响统计方法可靠的应用。对于这些方法,如果很好地理解其基础,那么它们的长处和弱点在非常规情况下能否应用就比较清楚了,这也就是本书简略叙述某些推导的原因。为那些对“为什么?”感兴趣的人提供这些内容一般出现在各节标有“+”的段落中,对那些只想致力于“如何做?”的学生可以不必顾忌地越过这些段落。另外,请注意,为了便于查阅,所有的公式、图和表都按所在的节按顺序排列,譬如方程(8.5)是第8节内第5方程,而表40.2是第40节内第二张表。

我非常感谢对本书提出改进的建议,并且很感激 Iowa 州立大学我开设的“统计——401”课程的各届研究生,我已把他们的

建议累积起来收入本书。我感谢他们对本书出版的鼓励,还感谢他们对我的字迹不断提出的批评意见。特别对这一点,还有其它数不清的方面,几位秘书作出了不可估量的贡献,其中包括不能忘记的艺术加工,甚至在统计公式的显示和陈述的形式也都赋以美的特点。我特别高兴地赞赏 Donna L. Nelson 在这里所做的贡献——对最后一稿所表现的明显不知疲倦的、心甘情愿的性情以及肯定地给人以深刻印象的能力。我还希望感谢另一位必不可少的, Wiley 公司 Interscience 的编辑 Beatrice Shube 的特殊贡献。尽管删节和编写的过失都由我负责,我仍要感谢我的几位专业同事,特别感谢 Fred Lorenz 博士和 Edward Pollak 博士,他们审阅了某些特殊的章节。其它同事们间接作了贡献;我理解他们中的绝大多数赞赏前言应该予以缩短。

C. PHILIP COX

1986 年 9 月

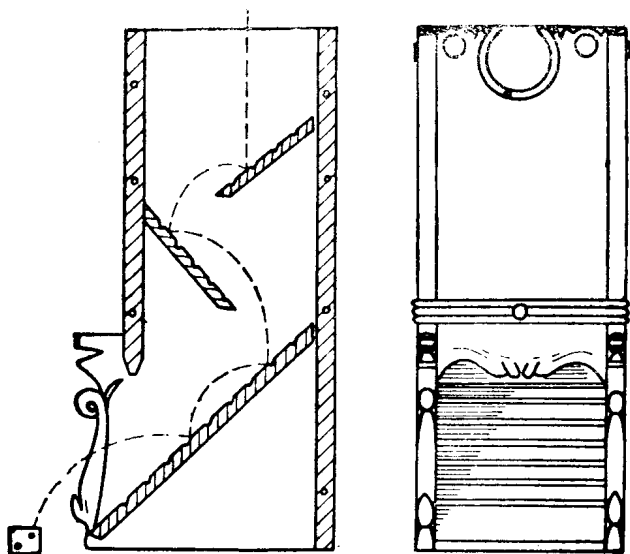
Pyrgus：一件早期的随机化装置

下面描述的木制骰子盒，被认为是 L. P. Kirwan 于 1931 年挖掘努比亚尼罗河文化（公元 300—400 年）“第 X 组”隐蔽墓地时发现的。公元 354 年罗马历书也图示过一只类似的骰子盒。

“你把骰子从盒子顶部投入，它们在一些列成梯状的板上碰撞弹跳而下并从两侧刻有海豚头的开口处跳出。这是一种预防欺诈的设备。”

荷蒙宽厚的应允，本节摘自 McGraw-Hill, New York, 1963 年出版，E. Bacon 编的 *Vanished Civilizations of the Ancient World*（被遗忘的古老世界文化）中 L. P. Kirwan 选写的 *A Little-Known People of the Nubian Nile*（努比亚尼罗河流域罕为人知的人们）。





“防欺骗的”骰子盒的断面图和正面图

目 录

符号与注记	1
基本概念与方法	4
§ 1. 定义	4
§ 2. 样本均值和方差: 变异系数	5
§ 3. 样本和总体相对频率分布	9
§ 4. 概率(连续随机变量)	12
§ 5. 总体均值和方差: 样本估计量	12
§ 6. 随机变量的简单线性变换	13
§ 7. 独立随机变量的和与差	14
§ 8. 样本均值的分布	16
§ 9. 统计模型	20
§ 10. 正态(高斯)分布	21
§ 11. 标准正态(高斯)参照分布	23
§ 12. t -分布	27
§ 13. 正态分布总体均值的置信区间和一般的表示	28
§ 14. 卡方(χ^2)参照分布	31
§ 15. 正态分布总体方差的置信区间	32
§ 16. 假设检验(显著性检验)	33
§ 17. 正态分布均值的假设检验: 双侧 t -检验	35
§ 18. 正态分布方差的假设检验: 双侧 χ^2 -检验	38
§ 19. 置信区间与有关的假设检验	40
§ 20. 检验单侧备择假设	41
§ 21. I 型和 II 型错误与势	43
对比两个组	46

§22. 考虑的情况	46
§23. 随机配对(RP), 配对 t -检验	46
§24. 完全随机(CR)数据: 两个组	50
§25. 使用哪一种设计, 随机配对或完全随机?	55
§26. F -分布	55
§27. 检验两个方差不相等(非齐性方差)	57
§28. 完全随机数据: 两个组, 不等方差	58
一些离散、分类数据的分析方法	61
§29. 调查的内容	61
§30. 概率, 独立事件和两条概率公理	62
§31. 二项分布: 定义	63
§32. 二项分布: 总体均值和方差	64
§33. 比例和百分比	65
§34. 二项分布的正态分布近似	65
§35. 单个比例的假设检验与区间估计	66
§36. 对比两个独立样本的比例	70
§37. 比例的 χ^2 -检验	73
§38. 检验观察比例与理论比例间的一致性 (对照35, 2)	73
§39. 检验两类或更多类中观察比例与理论 比例间的一致性	75
§40. 比较两个独立组的比例	77
§41. 关于两因子间关联性 2×2 列联表数据的检验	79
§42. 关于有两个或更多个结果的两因子间 的关联性检验: $r \times c$ 列联表	82
§43. 关于分布假定的 χ^2 -检验	84
§44. 普哇松分布	85
§45. 这一随机变量不是普哇松分布的吗? χ^2 -检验	86

线性回归: 数据(x, y)的直线拟合	88
§46. 直线方程	88
§47. 线性回归统计模型 I 和 II	89
§48. 回归参数的估计: 估计的回归方程	90
§49. 例: 回归直线的计算	91
§50. 样本估计量 $\bar{y}$ 和 b 的分布	92
§51. 估计残余方差 $\sigma_{y x}^2$	94
§52. 线性回归的方差分析(ANOVA)	95
§53. 斜率为零吗? 回归斜率参数的假设检验和区间估计	98
§54. 在一个指定的 x - 值处观察值总体均值的区间估计	100
§55. “未来的”, 未曾观察的 y - 值的预测区间	102
§56. $\sigma_{y x}^2$ 的置信区间	104
线性相关: 关联性度量	105
§57. 相关系数	105
§58. 相关系数的七条性质	106
§59. 相关系数的计算	108
§60. 二元正态分布	109
§61. 二元正态分布的一些性质	110
§62. 相关系数与模型 II 的回归分析	111
§63. 检验(1): 总体相关系数是否等于零?	112
§64. 检验(2): ρ 是否等于某一指定的非零值?	114
§65. 相关系数的置信区间估计	115
§66. 两个相关系数之差的检验	116
§67. 两个独立相关系数的合并	117
§68 ⁺ . 相关随机变量的和与差	119
§69. Spearman 秩相关系数	122

完全随机化实验: 两组或多组	124
§70. 调查内容	124
§71. 数据符号	124
§72. 模型 I; CR 实验: 固定组效应	125
§73. 模型 II; CR 实验: 随机组效应	127
§74. 模型 I 与 II 的 CR 数据的 ANOVA 恒等式	128
§75. ANOVA 算法和一简单的例子	129
§76. ANOVA F -检验的基础	131
§77. ANOVA 均方的总体均值	133
§78. 完全随机化实验模型 I: 进一步分析	134
§79. 模型 I: 完全随机化实验的实例分析	136
§80. 完全随机化实验模型 II: 进一步分析	138
§81. 完全随机化模型 II: 调研的实例分析	139
§82. 精确度的设计: 相对效	141
§83. 具有不同重复数的完全随机化实验	142
§84. 具有不同重复数的模型 I CR 实验: 进一步 分析与例	144
§85. 具有不同重复数的模型 II CR 实验: 进一步 分析与例	146
§86. 三阶段, 随机/随机/随机模型, CR 调研	148
§87. CR 模型 II 实验, 三阶段抽样: 符号与 ANOVA	149
§88. 在三阶段模型 II 调研中检验均方	151
§89. 例: 具有三抽样阶段的 CR 模型 II 实验	152
§90. 三阶段模型 II 调研: 估计均值	153
§91. 三阶段模型 II CR 调研: 精确度的设计	156
§92. 三阶段, 固定/随机/随机模型, CR 调研	157
§93. 例: 一个三阶段混合模型 CR 调研	160
 用以检验组均值的线性组合的对比量: 多重比较	163
§94. 组间对比	163

§ 95.	计划总体对比量的置信区间	164
§ 96.	计划对比量的假设检验:使用总和的对比量	166
§ 97.	对比量的 ANOVA F - 检验	168
§ 98.	相互正交的对比量	170
§ 99.	检验非计划差异的多重比较程序	174
§100.	学生氏化极差的分布	175
§101.	Newman-Keuls(NK)程序	176
§102.	Tukey(HSD) 程序	177
§103.	Scheffe 程序	178
使用随机化区组和拉丁方设计的实验		180
§104.	随机化区组(RB)设计的内容	180
§105.	例与符号	181
§106.	统计模型	181
§107.	统计分析	182
§108.	RB 设计的效	185
§109.	残差和模型真实性	186
§110.	数据换算(变换)	187
§111.	拉丁方(LS)设计	188
§112.	一个拉丁方实验:例	189
§113.	拉丁方的统计模型	190
§114.	拉丁方实验的统计分析	190
§115.	拉丁方实验中的残差	193
§116.	拉丁方设计的效	193
§117.	缺损观察值	194
矩阵运算引论		195
§118.	内容和定义	195
§119.	转置与对称	196
§120.	矩阵加法和减法	196

§121. 矩阵乘法	197
§122. 矩阵积的转置	199
§123. 单位矩阵或恒等矩阵	200
§124. 方阵的逆	201
§125. (i) 2×2 阶矩阵、(ii) 对角阵、(iii) 镶边矩阵 和(iv)矩阵积的逆矩阵	201
多元回归: 几个变量描述的数据(加上随机性)	204
§126. 调查内容	204
§127. 数据和统计模型	204
§128. 回归模型的矩阵形式	207
§129. 参数估计方程, 偏回归系数估计以及预报 方程	209
§130. 多元回归的方差分析	213
§131. 回归系数的假设检验和估计	216
§132 ⁺ . 偏回归系数估计的方差与协方差	218
§133. 在一特定的 x - 预报因子值集上 y 总体均值 的假设检验与区间估计	220
§134 ⁺ . 参数的和估计的线性组合	222
§135. 另一个“未来的”观察值的预报区间	224
§136. 多项式回归: 曲线拟合	224
§137. R^2 ; 可决系数	228
§138. 考察模型的适合性	229
§139. 标准化偏回归系数	233
§140. R^2 的划分	234
§141 ⁺ . 回归平方和的另一表达式	236
多元相关	237
§142. 相关内容	237
§143. 相关系数类型	237

§144. 估计和检验偏相关系数	238
§145. 多元相关系数的估计与检验	240
参考文献	241
附录：统计表	245
A1 2500 个随机数	247
A2 标准正态 Z -随机变量概率	249
A3 t -随机变量概率	250
A4 χ^2 -随机变量概率	252
A5 F -随机变量概率	254
A6 学生氏化极差, q -随机变量概率	263
索引	266

符号与注记

为了公式恐惧者：代数的符号与公式是表达整族个别数值的方便形式。数学是这些形式的语言。形式，作为符号和符号组，是作为等式和不等式的句子中的名词、主语和宾语。推导可变革、发展和揭示形式间的联系。把族的形式看作它们自身的实体，并仔细地识别它们；按照它们的内容给予它们以自己的名字。于是句子能被读懂，而且它们的真相能被认识。一些通常的统计学形式如下：

希腊字母(发音)： α (阿尔发)； β (培塔)； δ (代尔塔)； ε (依伯西隆)； χ (盖)； μ (弥伏)； π (派爱)； ρ (罗)； Σ (西格玛)； σ (西格玛)； ξ (兹依塔)。

有用的惯例：(i)罗马字母用于随机变量（如估计量），希腊字母用于固定的总体参数。例： x 和 $\bar{x}$ 估计参数 μ_x ； r 是参数 ρ 的估计； s^2 估计参数 σ^2 。(ii)一个音调符号“ $\wedge$ ”或“带帽”表示被带帽的参数的估计； μ_x 的一个估计 $\bar{x}$ 是一个 $\hat{\mu}_x$ ，以及 s_x^2 是一个 $\hat{\sigma}_x^2$ 。

记号： $|x| = x$ 的绝对值，(6.2)； $\Sigma_{i=1}^n x_i = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$ (2.1)； $\Sigma' x x = \Sigma_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ，(2.5)； $\Sigma' x y = \Sigma_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ ，(48.1)； $\leq$ ，“不大于”， $\mu[y] = \mu_y = E(y)$ = 随机变量 y 的总体均值，不管 y 是什么，(§5)。 $\text{Var}(y) = V(y) = \sigma_y^2$ 是总体中一随机成员 y 的总体方差，(5.1)。因此，关于 $y = (x - \mu_x)^2$ ，其总体方差的另一个符号是 $\mu[(x - \mu_x)^2] = \text{Var}(x) = V(x) = \sigma_x^2$ 。

“ $\sim$ ”和“ $\cdots$ ”分别被读成“按什么型分布”和“继续下去直到”。因此，在 §13 中 $x_i \sim NI(\mu_x, \sigma_x^2)$ ， $i = 1, 2, \cdots, n$ ，被读成“随机变量 x_1, x_2 ，继续下去直到 x_n 都是服从正态型分布，并且都相互独立。”它们的正态分布的总体均值为 μ_x ；总体方差为 σ_x^2 。

$P[A]=p$ 意思是“[] 中的陈述 A 为真的概率等于正数 p ，其中 $0 \leq p \leq 1$ ”陈述了有关随机变量（不是有关常量）的概率。因此， $P[|t_{10}| > 2.228] = 0.05$ 是一个随机地选定的自由度为 10 的 t -变量的绝对值超过 2.228 的概率；参阅 §4 和 (12.3)，随机变量名称的整数下标表示自由度数。然后，下标可能小于 1，例如 v_α ， $0 < \alpha < 1$ ，表示 $P[v > v_\alpha] = \alpha$ 时的随机变量 v 的值，因而下标 α 是点 v_α 的右侧 v -分布的面积。所以对于 §15 中 χ^2_{10} -变量， $\chi^2_{10,0.025} = 20.843$ 意味着 $P[\text{自由度为 } 10 \text{ 的 } \chi^2 \text{ 随机变量} > 20.843] = 0.025$ 。当自由度和右侧面积两者都需要表出时，诸如 $\chi^2(10; 0.025) = 20.843$ 这样的符号是有用的。

垂直一竖“|”表示条件性；也即一般情况的某种限制。因而，在简单线性回归 (§47) 中 $\sigma_{y|x}^2$ 表示在任一设想为固定的 x -值处概念上可观察到的 y -值的总体方差。一竖有助于 §127 中多元回归的符号，那里譬如 β_1 是当 $x_2, \dots, x_p$ 为常数时 y 在 x_1 上回归系数 $\beta_{y1,2,\dots,p}$ 的缩写。

R-符号：例如 $R(\mu, \beta_1, \beta_2)$ 表示 $P=2$ 的多元回归模型 (127.6) 中“属于”三个参数 μ 、 β_1 和 β_2 、自由度为 3 的平方和。 $R(\beta_3, \beta_4 | \mu, \beta_1, \beta_2)$ 表示在已经包含在“|”后面的参数 μ 、 β_1 和 β_2 的模型中附加“属于”“|”前面包含参数 β_3 和 β_4 另外的平方和。

参照分布

随机变量	分析用于	定义所在章节	表
Z	均值, 当 δ^2 已知	§11	A2
$t(f)$	均值, 当 δ^2 未知	§12	A3
$\chi^2(f)$	方差和离散数据	§14	A4
$F(f_1, f_2)$	方差比	§26	A5
二项	特殊情况	§31	—
普哇松	特殊情况	§44	—
$q(a, f)$	多元极差检验	§100	A6

几位小数？ 罗马皇帝 Agrippa (公元 63—12 年) 做了一个很早的区间估计，不列颠的十分惊人地不规则和随机的周界长的