

3195

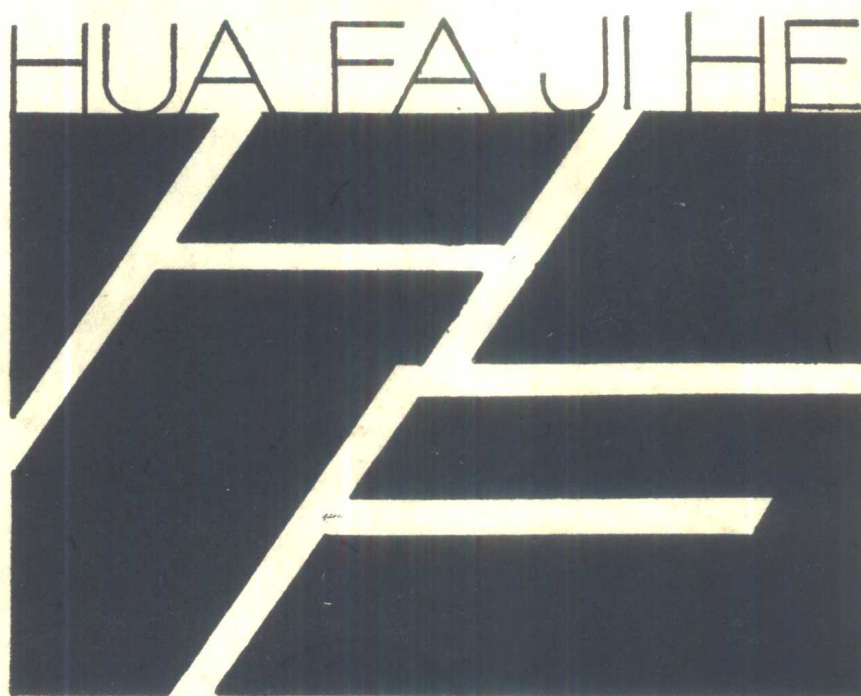
816968

775

画法几何

高等学校教材

上海工业大学制图教研室 展成 李良训等编



H F J H



上海交通大学出版社

高等学校教材

画法几何

上海工业大学制图教研室

展成 李良训 等 编著

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书是适应教育改革需要,根据高等学校工科“画法几何及工程制图”课程 120~150 学时各专业的基本要求而编写的。全书包括:绪论,点、直线、平面,直线与平面、平面与平面的相对位置,投影变换,曲线与曲面,立体的投影,平面与立体相交、直线与立体相交,立体相贯,立体表面展开等九章。

本书编排新颖,文字简明、图文旁照。极适合学生自学。因此,本书不仅可作为全日制高等学校、电视大学、职工大学、业余大学、函授大学的机械制造类、近机类、土建类等工科专业和师范院校数学专业的画法几何教材和读本。还可供广大的自学青年自学之用。它完全能满足参加课程自学考试的需要。

另编有《画法几何习题及解答》与本书配套使用。

画 法 几 何

上海交通大学出版社出版

(淮海中路 1984 弄 19 号)

新华书店上海发行所发行

江苏武进村前印刷厂印装

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 12.75 字数 310000

1987 年 3 月第 1 版 1987 年 3 月第 1 次印刷

印数 1—10,000

统一书号: 15324·28 科技书目: 141—241

定价: 2.15 元

前 言

在我国已经出版的画法几何教科书的版本颇多，但至今能适应学生自学，使学生在达到“无师自通”的课本尚感稀少。

随着高等学校教学改革的深入，对学生进行自学能力的培养已成为教学中的一个重要任务。另外，随着教育事业的蓬勃发展，在我国出现了多种办学形式和多层次教育。自学成才已成为广大在职或待业青年努力的目标，国家也已制定了自学考试制度。

鉴于教育领域出现的新形势，为适应画法几何及工程制图课程教学改革和满足广大自学青年学习工科专业，参加本课程自学考试的需要，我们特编写了这本《画法几何》课本。

本书的内容是根据高等学校工科画法几何及工程制图教材编审委员会1980年5月审订的高等工业学校“画法几何及工程制图教学大纲”（四年制机械制造类专业试用）中画法几何部分的要求确定的。全书包括：绪论、点、直线、平面，直线与平面、平面与平面的相对位置，投影变换，曲线与曲面，立体的投影，平面与立体相交、直线与立体相交，立体相交，立体表面展开等九章。与课本配套还另编了《画法几何习题及解答》。

本书的编写力求阅读方便有利自学，因此在编排上采用图例按步分解，连环形式，图文旁照，不跨页，作图不重迭。内容叙述上也尽量做到直截明瞭，避免虚词，为读者节省时间。如此安排和想法我们希望能收到预期效果。

本书由展成、李良训主持编著，参加编著的还有陆宪光、郑冰玉、陈国慧、傅乃寅等同志。

由于编者水平所限，书中不妥、误漏之处难免，希望读者提出宝贵意见。

编者于上海工业大学制图教研室

1986年6月

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 课程简介	(1)
一、本课程的性质与任务.....	(1)
二、本课程在工科教育中的地位和作用.....	(1)
三、课程的学习指导.....	(2)
§ 1-2 正投影法基本知识	(2)
一、投影法.....	(4)
二、正投影法.....	(4)
本章小结.....	(7)
第二章 点、直线、平面	(8)
§ 2-1 点	(8)
一、建立投影体系确定点的空间位置.....	(8)
二、点的投影图.....	(10)
§ 2-2 直线	(16)
一、直线在三投影面体系中的投影.....	(16)
二、特殊位置直线.....	(18)
三、直线与点的相对位置.....	(19)
§ 2-3 两直线的相对位置	(21)
一、平行两直线.....	(21)
二、相交两直线.....	(22)
三、交叉两直线.....	(23)
四、两直线垂直(直角投影定理).....	(24)
§ 2-4 直线的迹点	(26)
§ 2-5 平面	(27)
一、在投影图上表示平面的方法.....	(27)
二、特殊位置平面.....	(29)
三、在给定平面上取点和直线.....	(35)
本章小结.....	(42)
第三章 直线与平面、平面与平面的相对位置	(44)
§ 3-1 直线与平面平行、两平面平行.....	(44)
一、直线与平面平行.....	(44)
二、两平面平行.....	(46)

§ 3-2 直线与平面相交、两平面相交	(47)
一、积聚性法(特殊位置)	(47)
二、辅助平面法(一般位置)	(51)
§ 3-3 直线与平面垂直、两平面垂直	(58)
一、直线与平面垂直	(58)
二、两平面垂直	(60)
本章小结	(62)
第四章 投影变换	(69)
§ 4-1 概述	(69)
§ 4-2 换面法	(69)
一、换面法的基本概念	(69)
二、点的投影变换规律	(70)
三、直线的变换	(72)
四、平面的变换	(75)
五、应用举例	(78)
§ 4-3 绕垂直轴旋转法	(84)
一、旋转法的基本概念	(84)
二、绕垂直轴旋转的基本规律	(84)
三、直线旋转的三个基本问题	(88)
四、平面旋转的三个基本问题	(91)
五、绕不指明轴旋转(平移法)	(94)
六、应用举例	(95)
§ 4-4 绕平行轴旋转	(98)
一、基本概念	(98)
二、点绕投影面平行轴旋转	(98)
三、应用举例	(99)
本章小结	(101)
§ 4-5 综合应用	(102)
第五章 曲线与曲面	(110)
§ 5-1 曲线曲面的形成和分类	(110)
一、曲线的形成和分类	(110)
二、曲面的形成和分类	(111)
三、倾斜于投影面的圆的投影	(112)
四、介绍两种已知椭圆长短轴作椭圆的方法	(115)
§ 5-2 螺旋线与螺旋面	(116)
一、圆柱螺旋线	(116)
二、圆柱正螺旋面	(118)
本章小结	(119)

第六章 立体的投影	(121)
§ 6-1 平面立体及其表面上点和线的投影	(121)
§ 6-2 曲面立体及其表面上点和线的投影	(122)
§ 6-3 斜放圆柱体的投影	(125)
本章小结.....	(127)
第七章 平面与立体相交, 直线与立体相交	(128)
§ 7-1 平面与平面立体相交	(128)
§ 7-2 平面与曲面立体相交	(131)
一、平面与圆柱相交.....	(131)
二、平面与圆锥相交.....	(135)
三、平面与其他回转体相交.....	(140)
§ 7-3 直线与立体相交	(145)
一、利用积聚性求直线与立体的交点.....	(145)
二、利用辅助平面求直线与立体表面的交点.....	(147)
本章小结.....	(154)
第八章 两立体表面相交	(156)
§ 8-1 概述	(156)
§ 8-2 平面立体与曲面立体相交	(156)
§ 8-3 曲面立体与曲面立体相交	(160)
一、表面取点法.....	(160)
二、辅助平面法.....	(164)
三、辅助球面法.....	(170)
§ 8-4 曲面立体交线的特殊情况和投影分析	(173)
本章小结.....	(179)
第九章 立体表面展开	(180)
§ 9-1 基本概念	(180)
§ 9-2 可展表面的展开	(181)
一、三角形法展开.....	(181)
二、正截面法展开.....	(187)
§ 9-3 不可展表面的近似展开	(189)
一、小块三角形法近似展开.....	(189)
二、小段柱面法近似展开.....	(191)
三、小段锥面法近似展开.....	(192)
§ 9-4 复合表面的展开	(193)
本章小结.....	(196)

第一章 绪 论

本章的学习目的与要求：了解和掌握本课程的性质、任务、作用、学习方法，以及作为主要研究手段的正投影法的基本原理和特性。掌握本课程的学习方法和基本规律以便明确学习的目的性和增强自觉性。

§ 1-1 课程简介

一、本课程的性质与任务

画法几何学主要是研究：(1)在平面上表示空间各种几何元素(点、线、面)和物体的方法及其几何原理；(2)在平面上用作图的方法解决空间几何问题(主要是度量问题和定位问题)。例如：空间有一点和一直线，在数学中可以分别用坐标和方程来表示。它们的距离可以通过解析计算求得。而在画法几何学中，这两个空间元素则按一定的原理在纸面上用图形来表示。它们的距离是通过符合某些几何原理的作图求得。所以本课程就研究对象而言，与一般几何学基本相同，但研究的方法则是工程图学使用的投影作图法。

在人类的生产活动中，大多数有形产品的生产，如建造一座房屋、制造一台机器都必须依照图样进行。而图样的绘制原理就是画法几何学的基本内容。另外，用图解法解决空间几何问题不论在科学研究和生产活动中也都是一种重要手段，它具有直观形象、解题迅速等优点。所以画法几何学是人类描述和解决自然界中各种形体和空间几何问题的一种重要工具。近代，图学工作者把图解与解析相结合，研究了运用图解原理推导各种几何问题的解析形式。这种解析形式又有别于解析几何学。这样就有效地克服了图解精度不高的缺点，使画法几何学得到了新的发展。

二、本课程在工科教育中的地位和作用

要成为一名合格的工程技术人员，头脑里没有形的概念，缺乏形象思维能力，不会用图形表达自己的工作对象，是不可设想的。可以说是不会有所作为的。一个工程师不仅能用图形表达自己的工程设想，还必须能用图形进行工程分析和设计(包括根据图形分析计算)。这就要求掌握画法几何学的基本知识，并能运用其解决实际问题。从事机械工程的技术人员对此尤为重要。因为他们的工作对象是机器设备及其加工。这些工作对象无一不用图来表示的。例如，图 1-1 表示在加工一个名为“涨块”零件的斜孔时，先要分析和计算出有关的工艺角度。这种分析和计算就要应用画法几何学中“元素绕轴线旋转”的原理。

目前绝大多数工科专业都把画法几何及工程制图列为学生的必修课。目的就在于培养学生图示和图解空间几何问题的能力；培养空间想象和几何分析的能力。不仅为学生毕业后从事技术工作提供必要的条件，并且也为学习后继课程打下基础。因此，画法几何学是工科学生的一门必修的技术基础课。而且由于它需要一定的作图技能。所以与工程制图一起也是一门实践性很强的工程训练课。要立志成为一名称职的工程师，就必须重视和学好本课程。

三、课程的学习指导

1. 过去本课程常被一些学生看作是一门难学的课程,认为只有先具备丰富的空间想象力才能学好它。事实上,课程本身有培养空间想象力的任务。所以上述看法是本末倒置的。作为学习本课程的前提条件应该是具备初等几何(平面几何和立体几何)的知识。因此,在学习过程中要经常把初等几何与画法几何密切联系起来。而不应该抛开初等几何中的公理、定理去重新建立已经学过的几何概念。

2. 本课程始终用投影的方法在平面上研究和解决空间几何问题。因此,在学习过程中要经常注意空间几何关系的分析和空间问题与平面图形之间的联系。不断进行“空间到平面、平面到空间”的反复思维。这样才能丰富和发展空间想象力。另外,在画法几何学里,几乎没有任何需要记忆的公式,但是它有建筑于几何及投影原理基础上的规律。弄清这些规律的形成,并牢记它们、掌握它们、熟练地运用它们是学好本课程的重要关键。

3. 运用画法几何学原理解决一个空间几何问题,往往需要完成两步:一是运用几何原理构思解题的空间步骤,二是运用投影原理把空间步骤作成图形。因此,在学习时不仅要阅读教材中的叙述文字和图例,还应亲手作图,多作练习。一般问题都可有多种解法,练习时应尽量设想各种不同解法,并不厌其烦地动手实践。这样不仅能加深理解教材内容,并且能进一步掌握几何原理、投影规律及其应用。

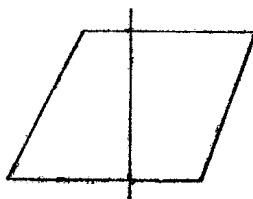
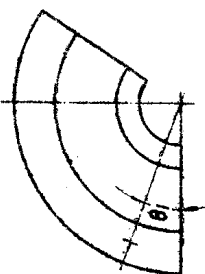
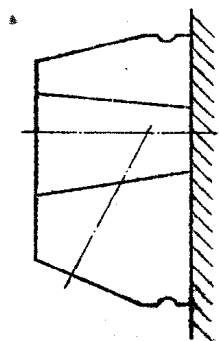
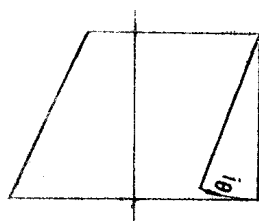
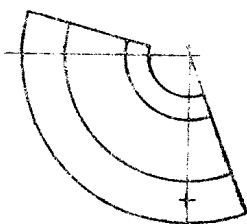
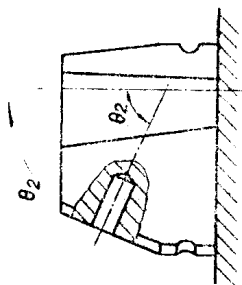
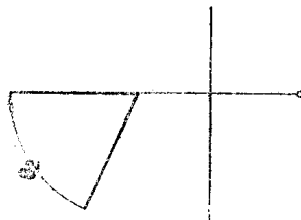
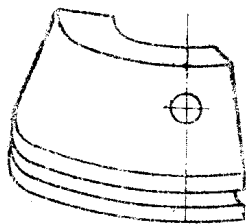
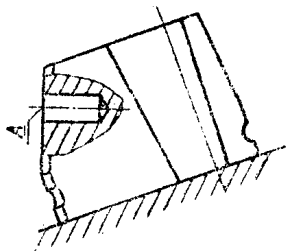
4. 学习本课程要特别认真细致,来不得半点马虎。尤其在作练习时,必须思路清楚、作图准确。线与线的平行、垂直要十分精确,应该用两把尺作图。绝对不能目测、徒手,潦草从事。否则,一是养成潦草的不良习惯难以纠正,二是作图不准常会引起概念错误,影响课程内容的理解和掌握。另外,为了不被纵横交叉的线条弄模糊,准确而清晰地用字母、符号和数字标明已知的或作图求得的点、线等元素。这也是学好本课程的一个重要方面。

5. 对于自学者来说,看书是获取知识的主要途径。自学本门学科同样如此。因此必须掌握看书的正确方法,并应作必要的读书笔记。看书先要了解课程的性质、任务,使自己头脑里有一个总的目标。在阅读课文时,都要与总目标联系起来。这样才能抓住主要矛盾,避免在枝节问题上浪费时间。了解了课程的性质和研究对象以后,接着就要根据课文的节次、标题和每章前面的提要或学习的目的与要求逐一提出问题。然后带着问题去看具体内容,寻找答案。在这一过程中一边解决问题,一边继续发问。这样始终保持积极思维,层层深入,掌握学习的主动性。在读完一章一节以后,再回过头来体会一下标题和内容提要,看看自己是否已经领会和弄清了它们的含义。如果没有问题了,接下去就要动手做读书笔记。在理解课文内容的基础上用自己的话把这一章或一节的主要精神归纳成小结。形式要简明扼要。可以采用提纲、列表或其他便于自己复习的形式。可以参考课文章末小结,但切忌抄书。就本课程来说,始终要抓住图示和图解这两个主要目标阅读课文。而图示问题又必须着重掌握规律(或称特性)。这样才能举一反三,图示各种情况下的几何元素和复杂形状,也能应用规律图解具体问题。

§ 1-2 正投影法基本知识

如前所述,本课程研究空间几何问题的方法和手段是投影法。那末什么是投影法,本课程所采用的又是什么样的投影法呢?本节将说明这些问题。

的工艺角度分析



(a)

(c) 转台绕Y轴转动 θ_1 。

(b)

(b) 圆盘绕Z轴水平转动 θ_1 。

(c)

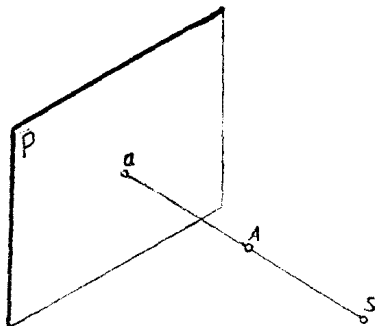
(a) 初始位置校正。

一、投影法

1. 基本概念

图 1-2 投影法

设空间有一点 A ，投射源(也称光源) S ，投射线 SA 与给定平面 P (称为投影面)的交点 a ，称为 A 点在 P 面上的投影。这种将空间几何元素投射到定平面上所获得投影的方法，称为投影法。



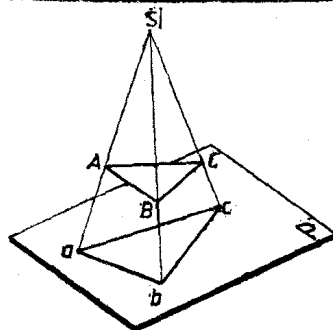
2. 分类

根据投射源不同，投影法可分为中心投影法和平行投影法两大类。

图 1-3 投影法的分类

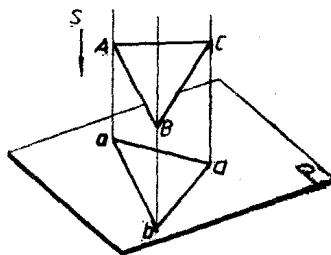
中心投影法：投射源为一点，即投射线是从一点出发的。投射源 S 称为投射中心。

从投射中心 S 通过三角形的 A 、 B 、 C 三点投射到 P 面上，即成为放大的类似三角形 abc 。



平行投影法：投射源为无限大，或在无限远处。所以投射线互相平行。

一束相互平行的投射线，通过三角形的 A 、 B 、 C 三点，投射到 P 面上，则所得到的投影为类似三角形 abc 。



二、正投影法

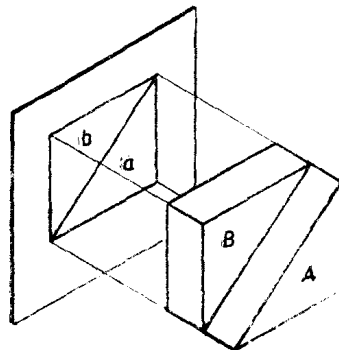
本课程采用的是正投影法。它是平行投影法中的一种特殊情况。它的投射线不仅相互平行，而且垂直投影面。

1. 正投影法的特点

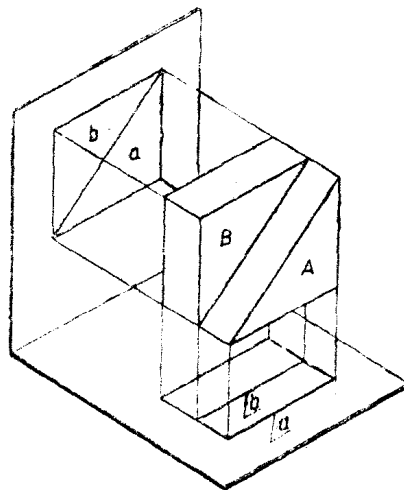
图 1-4 正投影的主要特点

(1) 物体的一个投影不能确定其形状及空时位置，必须采用两个或更多个投影才能表达完整。

如右图只用一个投影，A、B 两面的前后位置不能确定，整个物体的宽度也不能确定。

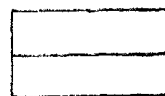
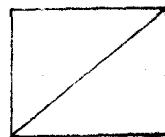


下图采用了两个方向的投影，A、B 两面的前后和整个物体的宽度都被确定了。



(2) 因为物体的表面大多平行或垂直于投影面，所以正投影的度量性好，作图简便。

(3) 由于采用多面正投影，所以研究问题时，必须依靠几个投影才能掌握全貌，这样正投影的直观性就差，一般人不易从投影图想象出空间情况。



2. 正投影法的主要性质

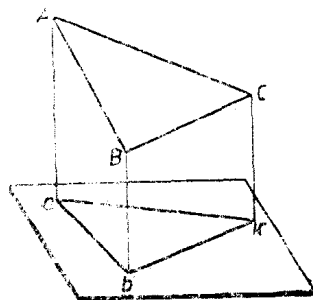
图 1-5 正投影法的主要性质

不变性
(一般情况)

可
变
性
(一般情况)

(1) 同素性

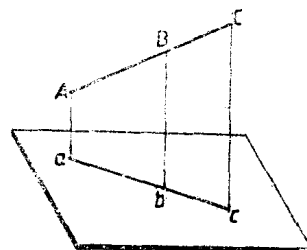
点的投影为点；直线的投影为直线；平面图形的投影仍为同素图形。



(2) 从属性和定比性

属于直线的点，其投影也属于直线的投影，且点分线段之比等于投影之比。

即 B 点在 AC 上，b 点在 ac 上，且 $AB:BC = ab:bc$ 。

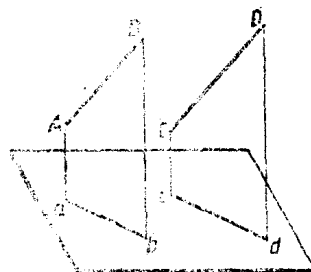


(3) 平行性

空间平行两直线的投影仍相互平行，且空间平行两线段之比等于投影之比。

即 $AB \parallel CD$, $ab \parallel cd$

$AB:CD = ab:cd$

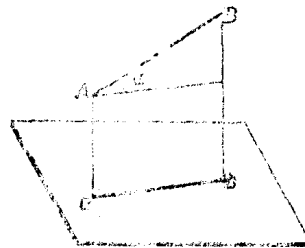


(1) 长度可变

当直线倾斜于投影面时，线段的投影长度比原长为短。

即 $ab = AB \cos \alpha$

(α 为直线对投影面的倾角)

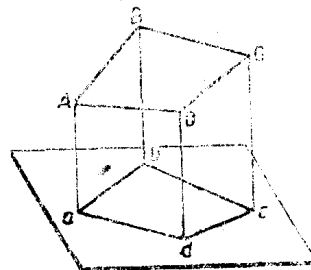


(2) 面积可变

当平面倾斜于投影面时，平面图形的投影面积比原形为小。

即 $S_{abc} < S_{ABCD}$

读者可根据边长和面积的关系予以证明。

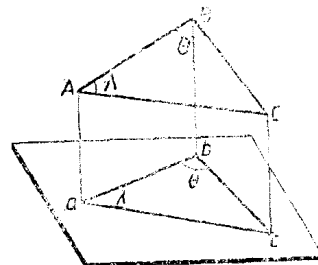


可
变
性

(3) 角度可变
当空间两相交直线的夹角所在平面倾斜于投影面时，其投影角可比原角小，也可比原角大。

如图： $\lambda < \Delta$ ； $\theta > \Theta$

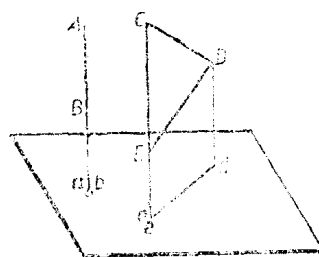
至于何时为大，何时为小，本书不作讨论。



特
殊
情
况

(1) 积聚性

当直线或平面垂直于投影面时，直线的投影积聚成一点，平面的投影积聚成一直线。



(2) 真实性

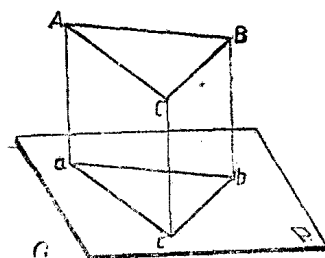
当直线或平面平行于投影面时，线段的投影反映实长；平面图形的投影反映实形。

如图： $AB \parallel P$ 则 $ab = AB$;

$BC \parallel P$ $bc = BC$;

$AC \parallel P$ $ac = AC$;

$\triangle abc \cong \triangle ABC$

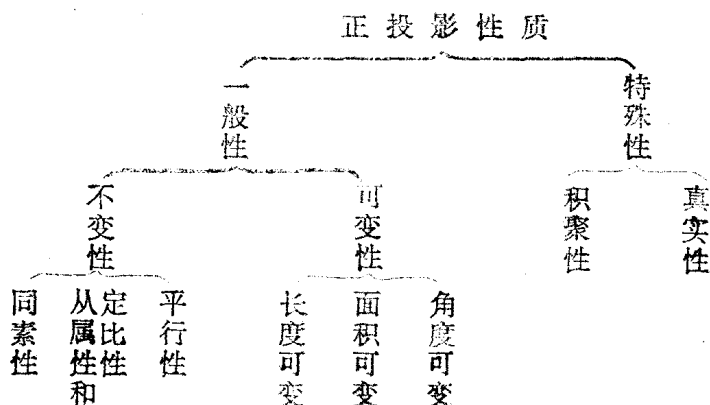


本章小结

一、本课程的研究对象和方法为：用多面正投影把空间几何元素或形体图示在平面上，並用作图解决元素之间的定位和度量问题。

二、学好本课程的要害可归纳为：弄清原理，掌握规律，加强平面与空间的联系和反复。勤动手、多思考，认真细致，一丝不苟。

三、正投影法的主要性质可列表如下：



第二章 点、直线、平面

本章的学习目的与要求：本章主要叙述空间的几何元素与其投影之间的关系，运用空间几何原理进行作图和投影分析，发展空间想象能力，并为图解法打下基础。

要求：

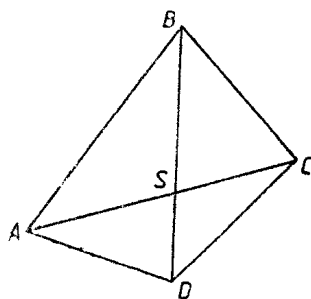
1. 掌握点、直线、平面与三投影面之间的关系，以及由两投影求作第三投影的要领。
2. 掌握各种位置直线和平面的投影特征，根据投影判断其空间位置的分析方法。
3. 掌握点、直线、平面从属关系的投影属性及其作图以及直线与直线之间的各种相对位置(平行、相交、垂直的投影特性)。

§ 2-1 点

在第一章里已经提出，几何形体的一个投影不能确定该形体的空间位置及形状。这里再举一例说明：

图 2-1 形体的一个投影

右图表示了某一形体的一个投影，根据此投影，是不可能判断其原来形状的，它可以表示具有对角线的平面四边形，也可表示以 $ABCD$ 为底， S 点为顶点的四棱锥。因此，只有一个投影是不能判别原来物体的形状，还需要某些其他条件。



正投影法是一种多面投影，它是采用相互垂直的两个以上的投影面，用直角投影在每个投影面上分别获得几何形体的投影，由这些投影便能完全确定该几何形体的空间位置和形状。

点是最基本的几何元素，一切几何形体都可看作是某些点的集合，下面从点开始来说明正投影法的建立及基本原理。

一、建立投影体系确定点的空间位置

图 2-2 两投影面体系

在空间设定相互垂直的两投影面 V 面与 H 面，这就将空间分为四个部分，称之为分角（俗称象限）。以 I、II、III、IV 分角命名，其次序如图所示。这四个分角统称为投影面体系。

（ H 表示水平面， V 表示正立面，简称正面。 V 、 H 两面的交线用 OX 表示。）

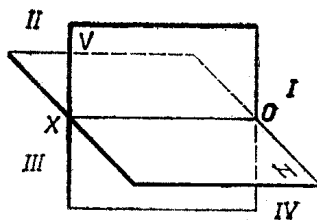
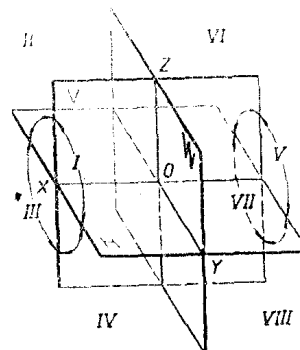


图 2-3 三投影面体系

有时两投影面体系还不能表达某些较为复杂的形体，所以应在两投影面体系中增加第三个投影面(即 W 面)，成为相互垂直的三投影面体系，并将空间分为八个分角，其次序如右图所示。

(W 表示侧立面，简称侧面。 H 、 W 两面的交线用 OY 表示； V 、 W 两面的交线用 OZ 表示。)



为了方便起见，采用坐标法，以 H 、 V 、 W 三投影面为坐标平面， O 点为坐标原点， X 、 Y 、 Z 为坐标轴。原点将每一轴分成两部分， X 轴从 O 点向左为正，向右为负； Y 轴从 O 点向前为正，向后为负； Z 轴从 O 点向上为正，向下为负。这样点在任意分角的投影均能确定其在空间的位置。但对八个分角是有选择使用的，我国与苏联等国的图样是采用第一分角制，而英、美等国是采用第三分角制。

图 2-4 点在第 I 分角

如已知 A 点的 X 坐标值为 x_a ， Y 坐标值为 y_a ， Z 坐标值为 z_a ，则 x_a 、 y_a 按坐标系就能确定 A 点的 H 面投影 a ，(本书关于空间点及其投影的标记：空间点用大写字母，如 A 、 B 、 C ...等，其投影用相应的小写字母表示，如 H 面投影用 a 、 b 、 c ...等， V 面投影用 a' 、 b' 、 c' ...等， W 面投影用 a'' 、 b'' 、 c'' ...等)由 x_a 、 z_a 能确定 V 面投影 a' ，由 y_a 、 z_a 能确定 W 面投影 a'' ，由 a 、 a' 、 a'' 等点分别作各自投影面的垂线，即得 A 点的空间位置。

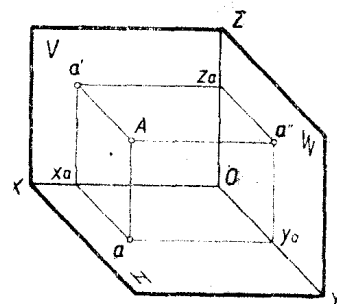
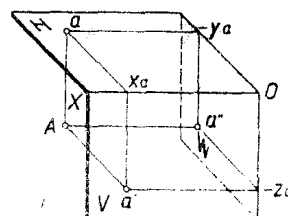


图 2-5 点在第 III 分角

如已知点 A 的 X 坐标值为 x_a ， Y 坐标值为负 y_a ， Z 坐标值为负 $-z_a$ ，则按图4的同理可知 A 点在第 III 分角内，按坐标确定其投影 a 、 a' 、 a'' 然后由各投影分别作相应投影面的垂线，即可得 A 点的空间位置。

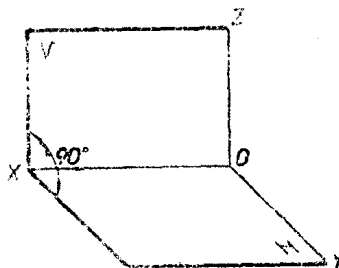


二、点的投影图

1. 点在两投影面体系中的投影规律

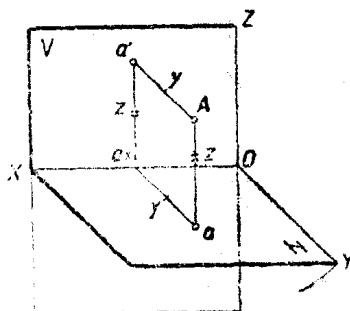
图 2-6 H、V两投影面体系中点的投影

由相互垂直相交的 H 、 V 两平面组成的两投影面体系，其中 V 投影面称作**正投影面**， H 投影面称作**水平投影面**，两投影面的交线 OX 称为**投影轴**。



按直角投影法由空间 A 点分别引垂直于 H 和 V 的投射线 Aa 和 Aa' ，得到水平投影(简称 H 面投影) a 和正面投影(简称 V 面投影) a' 。

投射 A 点的两垂线组成一个平面，这个平面同时垂直于 V 面及 H 面，所以也垂直于 V 、 H 两面的交线 OX 轴。这个平面与投影面 V 及 H 相交于直线 $a'a_z$ 及 aa_x ，这两直线与投射线形成一个长方形。因而， $Aa = a'a_z$ ，即点到 H 面的距离(Z)等于其 V 面投影 a' 到 OX 轴的距离。



同样， $Aa' = aa_x$ ，即点到 V 面的距离(y) 等于其 H 面投影 a 到 OX 轴的距离。

为了在图面上得出实际上是在两个不同平面上的一对投影 a' 及 a ，假设将 H 面绕着 OX 轴向下旋转，使之与 V 面重合。这样，投影 a' 及 a 就在一个平面上，并且在 OX 轴的同一条垂线上。如果把投影面边框看作无限大，则可取消投影面边框，而以 OX 轴为分界，在 OX 轴上方的区域称为 V 投影面区域，在 OX 轴下方的区域称为 H 投影面区域(见右图)。这样的图形就称为点的投影图。

