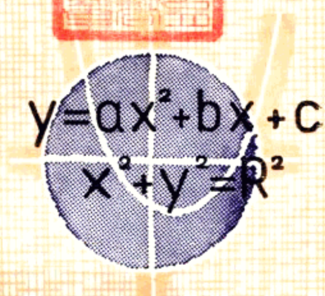
全日制十年制学校初中课本

数 学

SHUXUE

第 六 册



人民教育出版社

全日制十年制学校初中课本
（试 用 本）
数　学
第 六 册
中小学通用教材数学编写组编
*
人民教育出版社 出版
北 京 出 版 社 重 印
北京市新华书店发行
北 京 印 刷 二 厂 印 刷
*
1979年6月第1版　　1980年1月第1次印刷
书号 K7012·0138　　定价0.37元

目　录

第四章　函数及其图象

一　函　数

4.1　函数

1. 常量和变量

看下面的例子:

(1) 火车以 60 公里/小时的速度行驶，它走过的路程 s(公里)与时间 t(小时)之间的关系是 $s=60t$.

(2) 一个圆的面积 A(平方厘米)与它的半径 r(厘米)之间的关系是 $A=\pi r^2$.

可以看出:在(1)中,利用公式 $s=60t$ 计算火车在不同的时间内所走过的路程时，t 和 s 可以取不同的数值，而速度的数值保持不变；在(2)中，利用公式 $A=\pi r^2$ 计算不同半径的圆的面积时，r 和 A 可以取不同的数值,而 π 的数值保持不变.

在某一过程中可以取不同数值的量,叫做**变量**,如上面例子中的 t 小时、s 公里、r 厘米、A 平方厘米. 在过程中保持一定数值的量,叫做**常量**,如上面例子中的 60 公里/小时. 表示常量的数叫做**常数**，如上面例子中的 60、π. 常量和变量是对某一过程来说的,是相对

的. 在(1)中速度是常量，路程和时间是变量；如果在同一时间内，研究路程和速度的关系，那么时间是常量，路程和速度是变量.

2. 函数

在上面例(1)中，时间 t 的值可以在 $t\geqslant 0$ 的范围内任意选取，对于 t 的每一个确定的值，路程 s 都有唯一确定的值和它对应:

t(小时)	1	1.5	2	2.5	3	…
s(公里)	60	90	120	150	180	…

同样，在例(2)中，半径 r 的值可以在 $r>0$ 的范围内任意选取，对于半径 r 的每一个确定的值，圆面积 A 都有唯一确定的值和它对应.

这种变量之间的对应关系，在工农业生产和科学实验中大量存在. 例如:

(3) 测得某水库的存水量 Q 与水深 h(指最深处的水深)之间的关系如下表:

水深 h(米)	0	5	10	15	20	25	30	35
存水量 Q(万方)	0	20	40	90	160	275	437.5	650

这里，水深 h 的值可以在表中任意选取，对于 h 的每一个确定的值，存水量 Q 都有唯一确定的值和它对

应，如 $h=20$ 米时，$Q=160$ 万方；$h=30$ 米时，$Q=437.5$ 万方.

（4）图 4-1 是某气象站用自动温度记录仪描下的表示某一天气温变化情况的曲线.

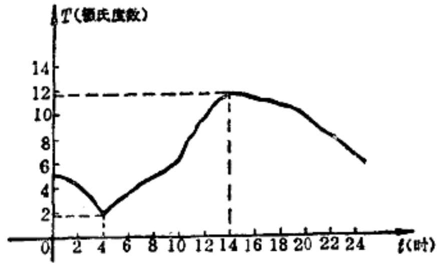


图 4-1

图 4-1 形象地反映了变量 T 和 t 之间的对应关系. 对于时间 t 的每一个确定的值，气温 T 都有唯一确定的值和它对应. 如 $t=4$ 时，$T=1.8^\circ\mathrm{C}$；$t=14$ 时，$T=11.8^\circ\mathrm{C}$.

设在某变化过程中有两个变量 x 和 y. 如果对于 x 在某一范围内的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值和它对应，那么就把 y 叫做 x 的**函数**，x 叫做**自变量**. 例如，路程 s 是时间 t 的函数，圆面积 A 是半径 r 的函数，存水量 Q 是水深 h 的函数，气温 T 是时间 t 的函数.

我们知道，含有字母的代数式的值，是由代数式里字母所取的值确定的. 代数式里字母的值，只要不使

代数式失去意义，可以任意选取. 对于字母的每一个确定的值，代数式都有唯一确定的值和它对应. 因此，每一个含有字母的代数式都是它所含字母的函数. 例如，$x-2$ 是 x 的函数，$\frac{1}{1-u^2}$是 u 的函数，$\frac{1}{\sqrt{t^2-5}}$ 是 t 的函数，等等.

例1 求下列函数中自变量的取值范围:

(1) $y=\frac{1}{x-1}$; (2) $y=\sqrt{x-2}$;

(3) $y=2x+3$; (4) $y=-3x^2$.

解: (1) $x=1$ 时，$\frac{1}{x-1}$没有意义，因此 x 的取值范围是不等于 1 的所有实数; (2) $x\geqslant 2$; (3) 全体实数; (4) 全体实数.

例2 在例 1 中，求当 $x=2$ 时，函数 y 的对应值.

解: (1) $y=\frac{1}{2-1}=1$; (2) $y=\sqrt{2-2}=0$;

(3) $y=2\times 2+3=7$; (4) $y=-3\times 2^2=-12$.

对于自变量在取值范围内的一个确定的值，例如 $x=a$，函数有唯一确定的对应值. 这个对应值，我们叫做在 $x=a$ 时的函数的值，简称**函数值**. 如例 2，就是求在 $x=2$ 时的函数值.

练 习

1. (口答)在下面的等式里，有哪些变量、常量或常数?

(1) 等速运动公式 $s=vt$，这里 v 表示速度，t 表示时间，

s 表示在时间 t 内所走的路程；

(2) 球体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，这里 r 表示球的半径，V 表示半径是 r 的球的体积；

(3) 正 n 边形的内角 α 与边数 n 之间的关系

$$\alpha=\frac{(n-2)180^\circ}{n}.$$

2. 求下列函数中自变量的取值范围：

(1) $y=-\sqrt{x-5}$；　　(2) $y=\frac{3}{x-4}$.

3. 在第 2 题中求 $x=9, x=30$ 时的函数值.

4.2　函数关系的表示法

表示函数关系的方法，最常用的有以下三种.

1. 解析法　就是把两个变量之间的函数关系，用一个等式来表示. 这个等式叫做函数的解析表达式，简称解析式，如 $s=60t$、$A=\pi r^2$、$y=\sqrt{x-2}$、$V=\frac{4}{3}\pi r^3$、$s=\frac{1}{1-u^2}$、$z=\frac{1}{\sqrt{t^2-5}}$等等.

2. 列表法　就是列出表格来表示两个变量之间的函数关系. 如 4.1 节中的 (3) 水库存水量与水深的对照表，以及平方表、平方根表、对数表、三角函数表等数学用表，都是用列表法来表示两个变量之间的函数关系.

3. 图象法 就是用图象来表示两个变量之间的函数关系. 如 4.1 节中的(4)气温随时间的变化图. 把自变量 x 的一个值和函数 y 的对应值分别作为点的横坐标和纵坐标,可以作出一个点,所有这些点的集合就是这个函数的图象.

知道函数的解析式,要作函数的图象,一般先列出自变量和函数的一些对应值,用这些对应值为坐标,作出图象上的一些点,然后用一条或几条平滑曲线,按照自变量由小到大的顺序,把所描的点连结起来.

这种作图的方法叫做**描点法**,显然用描点法所作的图象一般是近似的,要使画出的图象更精确,需要在图象上作出更多的点.

例 作函数 $y=\frac{1}{8}x^3$ 的图象.

解: 1. 列表 取自变量 x 的一些值,算出相应的函数值,列成下表:

x	…	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	…
$y=\frac{1}{8}x^3$	…	-8	-3.38	-1	-0.13	0	0.13	1	3.38	8	…

2. 描点 根据表里这些对应值,在坐标系里描点.

3. 连线 用平滑曲线,按自变量由小到大的顺

序，把所描的点连结起来，就是所作函数 $y=\frac{1}{8}x^3$ 的图象，如图 4-2。

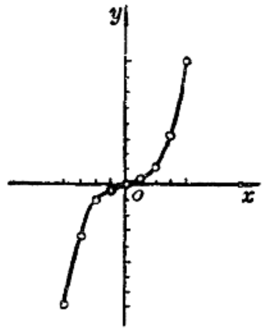


图 4-2

练 习

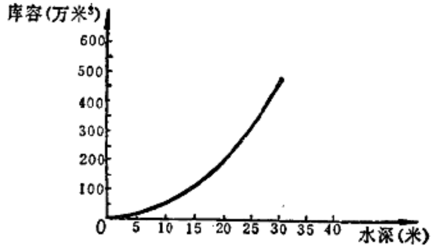
1. 用解析式表示下列函数关系：

   (1) 如果每升高 1 公里，气温就下降 6°C，求气温降低的度数 T 与高度增加的公里数 h 之间的关系；

   (2) 某工厂现有煤 1500 吨，求这些煤能用的天数 y 与该厂每天平均用煤的吨数 x 之间的关系。

2. 试根据某水库的水深——库容曲线图，填写下表：

水 深 (米)	5	10	15	20	25
库 容 (万米³)					



(第 2 题)

3. 作下列函数的图象:

(1) $y=x$;　　(2) $y=x+1$.

习　题　一

1. 按照下列程序写出 y 与 x 的函数关系:

(1) $\boxed{输入\ x} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow \boxed{-1} \longrightarrow \boxed{输出\ y}$

(2) $\boxed{输入\ x} \longrightarrow \boxed{-2} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow \boxed{+1} \longrightarrow \boxed{输出\ y}$

2. 求下列函数中自变量 x 的取值范围:

(1) $y=3x^2-5x+\sqrt{3}$;　(2) $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$;

(3) $y=\dfrac{x+1}{x^2-x-6}$;　(4) $y=\dfrac{3x}{4x^2-9}$;

(5) $y=\sqrt{2x-5}$;　(6) $y=x+\sqrt{x+2}$;

(7) $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x-5}$;　(8) $y=\dfrac{1}{1-\sqrt{1-x}}$.

3. 已知$y=x^2-3x+4$,填表:

x	-2	-1	0	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4
y								

4. 已知 $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$, 求 $x=3$、-4、0、$-\dfrac{1}{2}$、$\sqrt{2}$时的函数 y 的值; 当 $x=a^2+3$ 时, y 等于多少?

5. 已知$y=2x^2-5x+3$, 求当 $x=0$、$x=2$ 时, y 的值; 要使$y=0$, x 应取何值?

6. 一个铜球在 0°C时的体积是 1000 立方厘米, 加热后温度每增加 1°C, 体积增加 0.051 立方厘米. 用解析式表示它的体积V 是温度T 的函数, 并根据列出的解析式计算铜球加热到 200°C 时的体积.

7. 用解析式将等腰三角形的顶角的度数 y 表示为底角的度数 x 的函数,并求自变量 x 的取值范围.

8. 已知 x 和 y 有下面的关系,用 x 的代数式表示 y:

(1) $3x+4y=12$;　　(2) $xy=15$;

(3) $(x-2)(y+3)=-6$;　　(4) $x=\dfrac{3y+2}{4y-3}$;

(5) $y^2=4x(y\geqslant0)$;　　(6) $y-\dfrac{2}{3}x=0$

9. 已知 $x=1$ 时, $y=7$; $x=2$ 时, $y=16$. 求函数 $y=ax+b$ (a 和 b 是待定的常数).

10. 测得某一弹簧的长度 y 和挂的重量 x,有下面的一组对应值:

x(公斤)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y(厘米)	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16

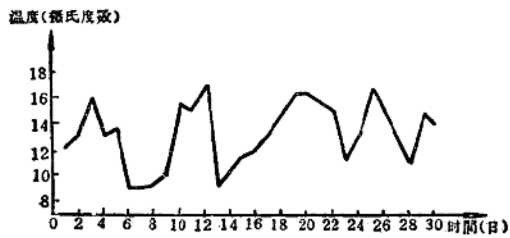
假定 y 与 x 间的函数关系式是$y=ax+b$(a 和 b 是常数),利用表中任意两对对应值来确定 a 和 b 的值,再用表中其余的数据来进行检验.

11. 下表是某天一昼夜温度变化情况的记录:

时间(t)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
温度(°C)	-2	-3	-4	0	4	7	9	10	8.5	7	3.5	1	-1

根据这个表,画出反映这昼夜温度变化情况的曲线.

12. 下图是某个月中各天的日平均温度变化的图象,根据图象说明:



(第12题)

(1) 这个月中最高的日平均温度、最低的日平均温度各是多少;

(2) 这个月中各天的日平均温度变化的幅度有多大.

13. (1) 对于下表里 x 的值,查表求 $y=\sqrt[3]{x}$的对应值(精确

到 0.1)，然后填入表中；

x	-8	-6	-4	-2	-1	0	1	2	4	6	8
y											

(2) 把表里 x 和 y 的各组对应值作为点的坐标，作出这些点，并且用平滑的线把它们依次连结起来；

(3) 根据作出的图象求 $\sqrt[3]{3}$、$\sqrt[3]{5}$ 和 $\sqrt[3]{-7}$ 的值(精确到 0.1)。

14. 作下列函数的图象:

(1) $y=2x$;　　(2) $y=3x+1$;

(3) $y=-2x^2$;　　(4) $y=2x^2-1$.

二　正比例和反比例函数

4.3　正比例函数及其图象

1. 正比例函数

看下面的例子:

(1) 某生产队在一块地里施用农药，每亩用药 1.5 公斤. 那么所需用药的总量 y (公斤)与这块地的面积 x (亩)之间的函数关系是

$$y=1.5x.$$

(2) 铜的比重是 8.9 克/立方厘米，铜的重量 W (克)和体积 V (立方厘米)之间的函数关系是

$$W=8.9V.$$

由(1)可以看出，如果 x 扩大到原来的几倍(或缩小到原来的几分之一)，那么 y 也扩大到相同的倍数(或缩小到相同的分数)．同样，(2)中的 V 和 W 也有这种关系．在算术中，我们把两个量之间的这种关系叫做正比例关系．在这里，我们把 $y=1.5x$，$W=8.9V$ 这样的函数都叫做正比例函数．

一般地，函数 $y=kx$(k 是一个不等于零的常数)叫做**正比例函数**，常数 k 叫做变量 y 和 x 之间的**比例系数**．在算术中，k 只能是正数，现在我们把它推广到也可以是负数．确定了比例系数 k，就可以确定一个正比例函数．

例 1 高处的物体从静止开始下落，它下落了 t 秒时的速度 v 与下落的时间 t 成正比例．已知 $t=2$ 秒时，$v=19.6$ 米/秒．(1) 求速度 v 和时间 t 之间的关系式；(2)求下落 3.5 秒时的速度．

解：(1) $\because$ v 和 t 成正比例，

$\therefore$ $$v=kt.$$

把 $t=2, v=19.6$ 代入，得

$$19.6=2k,\quad k=9.8,$$

$\therefore$ $$v=9.8t.$$

答：所求的关系式是 $v=9.8t$．

(2) $t=3.5$ 时，

$$v=9.8\times 3.5=34.3.$$

答：下落 3.5 秒时的速度是 34.3 米/秒.

2. 正比例函数的图象

我们来作函数 $y=3x$ 的图象.

任意取自变量 x 的一些值，算出 y 的对应值，列表如下：

x	…	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	…
y	…	-6	-4.5	-3	-1.5	0	1.5	3	4.5	6	…

用表里各组对应值作为点的坐标，作出各个点，并且把它们依次连结起来. 可以看到，函数 $y=3x$ 的图象是经过 $O(0,0)$ 和 $A(1,3)$ 两点的一条直线(图 4-3).

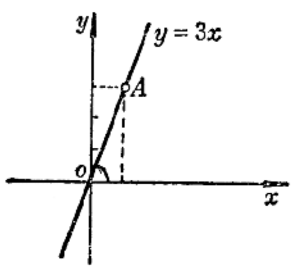


图 4-3

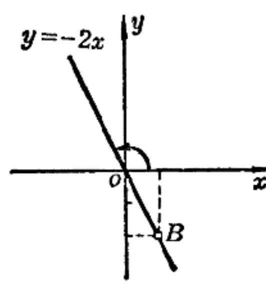


图 4-4

同样可以知道，$y=-2x$ 的图象是经过 $O(0,0)$ 和 $B(1,-2)$ 两点的一条直线(图 4-4).

一般地，正比例函数 $y=kx$ 的图象是经过 $O(0,0)$

和$A(1,k)$两点的一条直线．我们以后把正比例函数$y=kx$的图象叫做直线$y=kx$.

由于两点决定一条直线，我们在以后画正比例函数$y=kx$的图象时，可以不用描点法，只要选取两点就行了。我们通常取$O(0,0)$和$A(1,k)$这两点.

例2 在同一平面直角坐标系里，分别画出下列函数的图象：

$$y=\frac{1}{2}x,\quad y=x,\quad y=2x.$$

解：因为$O(0,0)$, $A(1,\frac{1}{2})$是直线$y=\frac{1}{2}x$上的点，所以过这两点画的一条直线便是函数$y=\frac{1}{2}x$的图象．同理，过$O(0,0)$, $B(1,1)$的直线是函数$y=x$的图象；过$O(0,0)$, $C(1,2)$的直线是函数$y=2x$的图象(图 4-5).

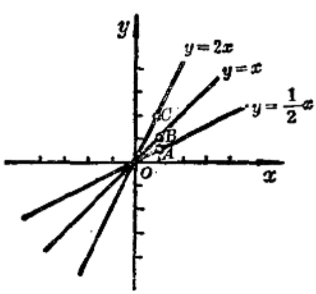


图 4-5

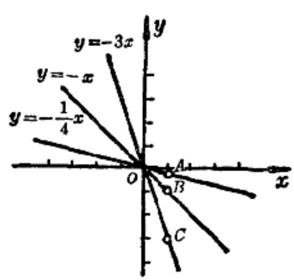


图 4-6