

理論力學

范 會 國 著

龍門聯合書局發行

學 力 論 理

著 國 會 范

行 印 局 書 合 聯 門 龍

學 力 論 理



版權所有 翻印必究

著 者
出版者

范 會 國
嚴 幼 芝

發行者

上海茂名北路三〇〇弄三號
電話 三〇二七七

龍門聯合書局

上海河南中路二一〇號
電話 一七六七

靜安寺支店

上海愚園路二三一號
電話 三二六八

分售處

龍門聯合書局各地分局

北京分局 東安門大街 82 號

北京南城支店 琉璃廠 103 號

北京西城支店 西單福壽商場 6 號

重慶分局 中山一路 368 號

漢口分局 江漢一路 3 號

瀋陽分局 太原街 40 號

天津分局 羅斯福路 308 號

西安分局 東大街 281 號

南京經售處 太平路 267 號

廣州經售處 永漢北路 204 號

杭州分銷處 海平路 102 號

長沙分銷處 府正街 36 號

台灣分銷處 台北衡陽路 12 號

基本定價叁拾元正 外埠酌加郵運費

一九四四年七月初版

一九五一年五月三版

例 言

1. 本書可供大學理學院數理二系及工學院之用，或採爲教本，或以之自修，均稱適宜。

2. 本書假定讀者已習微積分，解析幾何及初等微分方程。

3. 本書於每篇之末，均設相當習題，俾讀者自行演解，而熟練於理論之運用，並進而透徹了解，融會貫通之。復次，凡稍難之習題，均略爲指示解法，使讀者知所着手，而便於自修。

4. 本書譯名，關於數學者，依據民廿四年國立編譯館提請中國數學會審查決定之數學名詞，關於物理者，依據民廿三年教育部公布之物理學名詞。

5. 本書所用之重要參考書如下，而尤多取材於數理名家 P. Appell 之名著 "Traité de Mécanique Rationnelle":

P. Appell, Traité de Mécanique Rationnelle, Tom. I, II.

G. Bouligand, Précis de Mécanique Rationnelle; Compléments et Exercices sur la Mécanique des Solides.

J. Chazy, Cours de Mécanique Rationnelle.

G. Hamel, Elementare Mechanik.

G. Julia, Cours de Cinématique.

H. Lacaze, Cours de Cinématique Théorique.

La Vallé Poussin (Ch. de), Leçons de Mécanique Analytique.

H. Lamb, Statics; Dynamics.

L. Lecornu, Cours de Mécanique.

P. Lévy, Cours de Mécanique.

S. L. Loney, An Elementary Treatise on the Dynamics of a Particle and of Rigid Bodies.

A. E. H. Love, Theoretical Mechanics.

W. D. Mac Millan, Statics and the Dynamics of a Particle; Dynamics of Rigid Bodies.

P. Montel, Cours de Mécanique Rationnelle.

P. Painlevé, Cours de Mécanique.

E. J. Routh, Dynamics of a System of Rigid Bodies, Elementary Part, Advanced Part.

A. G. Webster, The Dynamics of Particles, of Rigid, Elastic and Fluid Bodies.

E. T. Whittaker, A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles, and Rigid Bodies.

序

人類自從開化後，以習見其周圍衆生之聚合離散，物體之動靜狀態，果離樹而恆下墜，手攪壁而常覺痛，於是不期然而然，加以注意，發生印象，提出疑問，尋求解答；而力學乃隨此科學好奇心，呱呱出世矣。復次，純理之探索，原因之追究，雖爲力學產生之一主因；然以日常生活之物質需要，謀求解決某種實用問題，如建築，運輸等，亦使力學研究爲勢所必然。以故，猶之幾何學，力學乃爲人類最先研究之科學之一，不過遠不如前者進展之迅速耳。幾何學於希臘文化時期，大體上，已由散亂結果，經驗認識，而變爲有系統，相聯貫之一種組織，由具體而變爲抽象，由歸納階段而進入演繹階段，換言之，即變成近世數學之形態；然力學則遲至十七世紀，始達到若是境界，相差約二千年。此其故，可得而略言之。幾何學之推理中，僅限於數及空間之概念，而力學中，則加入時間及力之概念，故後者實比前者較爲錯綜複雜，至爲顯然，簡者必須先立，繁者始有依據，漸次完成；其次，爲使一數量科學獲臻於卓絕善美之演繹形態，苟非於其範圍中之現象及其關係，有充分而深刻準確之認識，斷不爲功，然討究物體運動及其因果之學者，曾經長期間缺乏如此之認識；再其次，力學中有許多概念，如質量，力及加速度等，昔人苦難了解辨別，困惑滋多，致使此學不易進展；總此，可知力學之比較遲緩建立，實理有固然也。

以所用方法及工具而言，力學可歸入數學領域；蓋力學乃根據由實

驗歸納而得之少數原理，用數學爲工具，依邏輯以推論，平衡道理，由是以明，運動現象，於此可究；如是者，實與幾何學無異也。以對象及目的而言，力學應歸於物理學；蓋力學之所研究者，爲物體之動靜現象，且溯其因，探其果，尋平衡之充要條件，求運動所必遵定律，凡此顯屬於物理學之範圍也。在數學道途上，力學固爲遲到，而於物理進程中，則爲先鋒。力學在物理學中，若非爲最簡單者，至少爲最簡單者之一，且其系統最爲嚴密完備，人謂力學爲近代物理學之基礎，良有以也。

力學分爲靜力學及動力學二大部分：研究物體平衡條件者，爲靜力學；研究物體運動與力之關係者，爲動力學，此外，專究運動與時間之關係，而不及於使運動發生之力者，爲運動學，可置於力學之前，而爲其導引。

本書爲十年前不佞在南京中大，北平師大時，陸續編纂之理論力學講稿，及至上海交大後，經一度增修而成，而其中解析力學一部分，又爲本年暑期不佞在中國科學社數理講習會之講演材料。夫大海茫茫，究有邊底，惟有學問，無有涯止，自顧讀薄，深恐取材遺辭，鉤玄提要，未能盡臻確當精嚴，以語於述作之林，慚愧多矣。竊惟吾國學術，近來雖略進步，然方諸歐美，仍是落後，科學著述，尤覺貧乏，是以忘其固陋，付諸剞劂，以就正於博雅君子，抑亦獻芹獻曝之意云爾。

本書之成，多得無錫胡敦復先生之鼓勵及指正，謹於此深致謝忱。

一九四四年十月文昌范會國識。

目 錄

第一卷 力學導引

第一篇 向量論	3
第一章 向量之加減	3
1. 定義	3
2. 相等向量	3
3. 向量相加	4
4. 向量相減	5
第二章 向量之積	6
5. 繞一軸之轉動之正向	6
6. 有向積	6
7. 有向積之投影	9
8. 無向積	9
9. 三重積	11
第三章 導向量	12
10. 定義	12
11. 向量之和之導向量	13
12. 有向積之導向量	13
13. 一向量之導向量在本向量上及其一垂直方向上之投影	14
第四章 向量之矩	16
14. 一向量對於一點之矩	16
15. Varignon 定理	16
16. 一向量之矩之投影	17
17. 一向量對於一軸之矩	17
18. 一滑動向量之坐標	18

第五章 向量組	19
19. 滑動向量組，合向量，合矩	19
20. 合矩在合向量上之投影，中央軸	21
21. 一向量組對於一軸之合矩，矩爲零之軸	22
22. 等價滑動向量組，向量組之簡化	23
23. 特種向量組	25
24. 原點爲固定之平行向量對於一平面之矩	28
習題一	28
第二篇 運動學	32
第一章 運動學之定義及分類	32
25. 引言	32
26. 剛體	32
27. 運動之相對性，參考坐標	33
28. 運動學之分類	33
第二章 點之運動，速度及加速度	33
29. 點之運動	33
30. 運動方程式	33
31. 速度向量	34
32. 有限時間(非無窮短時間)中之平均速度	34
33. 速度之解析式	34
34. 速度向量視爲一向量之導向量	35
35. 例題	36
36. 圓周運動及角速度	36
37. 柱面坐標系中速度之式	38
38. 加速度向量，速度圖	39
39. 加速度之解析式	40
40. 例題	42

41. 簡圖	45
第三章 剛體之運動	45
42. 引言	45
43. 移動	46
44. 一剛體繞一固定軸之轉動	47
45. 螺旋運動	50
第四章 相對運動中之速度。移動與轉動之集合。自由剛體之各點 之速度	54
46. 絕對運動。相對運動	54
47. 應用。轉動與移動之集合	55
48. 任意運動之一剛體中，速度之分佈。切螺旋運動	58
49. 連續運動	62
50. 第一特種情形：一點為固定之一剛體之運動	63
51. 第二特種情形：一剛體平行於一固定平面而運動。一平面在 一固定平面上運動	64
52. 第三特種情形：一曲面在一固定曲面上之滾動及樞轉	71
第五章 相對運動中之加速度	72
53. Coriolis 定理	72
54. 例	77
習題二	79
第三篇 力學原理。質量。力。工作	84
第一章 原理	84
55. 引言	84
56. 固定軸	84
57. 質點	85
58. 原理	85
59. 力	87

60. 主動力與反動力等強原理	87
61. 力之集合，合力	88
62. 實力與視力	88
63. 平衡	89
64. 重力	89
65. 靜力學與動力學	90
第二章 單位之選擇	91
66. 力學之三基本單位	91
67. 公式之齊次性	92
68. 因次公式	93
第三章 工作，力函數，力場	94
69. 微工作	94
70. 微工作之解析式	95
71. 總工作	95
72. 設力爲關於時間或速度	96
73. 設力只關於動點之位置	97
74. 特種情形：總工作只關於動點之初位置及末位置，力函數	98
75. 水平曲面	100
76. 例	102
77. 施於一質點組之諸力之工作，力函數	104
78. 例	105
習題三	107

第 二 卷 靜 力 學

第四篇 質點之平衡，質點組之平衡	111
第一章 質點之平衡	111
79. 自由質點	111

80. 例：與距離成比例之引力	111
81. 在一固定曲面上不受摩擦之動點	113
82. 在一固定曲線上不受摩擦之動點	115
第二章 質點組之平衡	117
83. 質點組	117
84. 內力及外力，平衡之六通用必要條件	117
85. 例	119
86. 一質點組之一部分	120
習題四	120
第五篇 剛體之平衡	123
第一章 自由剛體之平衡條件	123
87. 剛體	123
88. 初步動作	123
89. 簡化諸力為二力	124
90. 一剛體之平衡之必要及充分條件	126
91. 特種情形：同點力之平衡	127
92. 施於一剛體之三力之平衡	127
第二章 施於一剛體之二力組之等價	132
93. 施於一剛體之二力組之等價條件	132
94. 等價之解析式	133
第三章 不自由剛體之平衡	133
95. 反動力方法	133
96. 有一固定點之一剛體	133
97. 有一固定軸之一剛體	134
98. 繞一軸轉動及沿此軸滑動而不受摩擦之一剛體	136
99. 靠在一固定平面而不受摩擦之一剛體	136
100. 許多剛體之平衡	138

第四章 重心	139
101. 重心	139
102. 重心之坐標	139
103. 對稱	141
104. 線之重心	141
105. 面之重心	143
106. 體積之重心	149
習題五	152
第六篇 柔體之平衡	156
第一章 繩多邊形	156
107. 小繩或線之張力	156
108. 繩多邊形	157
109. 吊橋	159
第二章 線之平衡	161
110. 線之平衡條件	161
111. 定理	164
112. 通解	165
113. 線之平衡之本體方程式	166
114. 當有一力函數時，張力之公式	168
115. 有心力	168
116. 平行力	169
117. 雙垂曲線	170
118. 一線在一曲面上之平衡	174
習題六	176

第三卷 動力學

第七篇 質點之動力學	181
------------	-----

第一章 普偏定理	181
119. 運動方程式	181
120. 自由質點	181
121. 不自由質點	183
122. 本體方程式	183
123. 動量	184
124. 動量投影定理	185
125. 動量矩定理，面積定理	186
126. 前二定理之幾何說明	188
127. 活力定理	189
第二章 直線運動	194
128. 直線運動方程式	194
129. 例	196
130. 只關於速度之力，拋射體在有阻力的空間中之鉛直運動	206
131. 阻尼階和振動	212
132. 等時降落軌跡	213
133. 已知直線運動律，求生此運動之力	216
第三章 曲線運動	217
134. 方向恆不變之力	217
135. 一剛體在有阻力的空間中之曲線運動	221
第四章 有心力	227
136. 運動方程式	227
137. 只關於距離之力	230
138. 已知動點之路線，求其所受之有心力	233
139. 與距離之平方成反比例之有心引力	234
第五章 質點在曲線上之運動	240
140. 運動方程式	240
141. 正交反動力	243

142. 一重點在一固定曲線上之運動	244
143. 單擺	247
144. 在有阻力的空間中之單擺	253
145. 擺線擺	256
146. 等時降落軌跡	258
第六章 質點在曲面上之運動	260
147. 運動方程式	260
148. 曲面爲固定之情形	260
149. 測地線	263
150. 在一旋轉曲面上之運動	264
151. 一重點在軸爲鉛直之一旋轉曲面上之運動	265
152. 球擺	266
153. 無窮小振動	272
第七章 相對平衡及相對運動	274
154. 質點之相對運動方程式	274
155. 相對平衡	276
156. 地面上之相對平衡	277
157. 地面上之相對運動	279
158. 一重點之自由降落	280
159. Foucault 擺	282
習題七	286
第八篇 轉動慣量	293
第一章 定義及例題	293
160. 定義	293
161. 連續質點組	294
第二章 普遍定理	397
162. 一質點組對於恆自平行運動之一軸之轉動慣量之變值	297

163. 一質點組對於同經過一點之各軸之轉動慣量	298
164. 使 oz 軸爲關於 O 點之一主軸之條件	300
習題八	301
第九篇 質點組動力學。普遍定理。運動之七普用方程式	303
第一章 動量投影定理及動量矩定理	303
165. 質點組及內外力	303
166. 動量投影定理或重心運動定理	303
167. 例	305
168. 動量矩定理	306
169. 前二定理之幾何說明	308
第二章 活力定理。運動之七普用方程式。能	310
170. 活力定理	310
171. 內力之工作	311
172. 施於一剛體之外力之工作	311
173. 實施力與連絡力	313
174. 活力定理之別一形式	313
175. 活力積分	313
176. 撮要：七普用方程式	314
177. 等速直線移動的坐標系中之相對運動	315
178. 能	315
第三章 繞重心之相對運動中之動量矩定理及活力定理	316
179. 質點組繞其重心之相對運動	316
180. 動量對於一固定軸之矩之和之求法	316
181. 求活力之簡法	318
182. 繞重心之相對運動中之動量矩定理	318
183. 幾何說明	320
184. 繞重心之相對運動中之活力定理	322

185. 獨立普遍方程式之最多個數	323
第四章 例題	324
186. 預註	324
187. 例題	324
習題九	334
第十篇 剛體之運動	341
第一章 一剛體繞一固定軸之運動	341
188. 運動方程式	341
189. 轉動永久軸及轉動自然軸	345
190. 複擺	346
第二章 一剛體平行於一固定平面而運動	348
191. 運動方程式	348
192. 例題	350
第三章 一剛體繞一固定點之運動	357
193. 預註	357
194. 活力及動量之合矩	359
195. Euler 方程式	360
196. 固定點之反動力	362
197. 諸已知力恆簡變為經過固定點之一「惟一合力」的情形中之 運動	363
198. 一有重量的剛體繞一固定點之運動	377
第四章 自由剛體之運動	386
199. 運動方程式	386
200. 例：一有重量的剛體在真空中之運動	387
201. 一牽剛體之運動	387
習題十	387