

高等学校教学用书

理论力学

上册

И. Е. 茹科夫斯基著

高等教育出版社

高等学校教学用书



学 力 论 理

上 册

И. Е. 茹科夫斯基著
余守憲 張理京譯
李文美校訂

高等教育出版社

本書系根据苏联技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的尼·叶·茹科夫斯基 (Н. Е. Жуковский) 著“理論力学” (Теоретическая Механика) 1952 年第二版譯出。本書是偉大的俄國力學家、航空學家、“俄羅斯航空之父”(列寧語)的講義,由戈魯別夫 (В. Л. Голубев) 編成。原書經苏联高等教育部審定為高等學校教學參考書。

本書中譯本分兩冊出版,上冊包括運動學、幾何靜力學及質點動力學三部分,下冊包括解析靜力學、體系的動力學、流体靜力學、流体動力學、引力論六部分。

本書上冊由張理京譯出,下冊由余守憲譯出,並互相校訂,全書譯稿由余守憲整理,季文美校訂。

理論力学

上 冊

Н. Е. 茹科夫斯基著

余守憲 張理京譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

中國人民銀行印刷廠印刷 新華書店總經售

書號 13010·165 開本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印張 13 字數 327,000

一九五六年七月北京第一版

一九五六年七月北京第一次印刷

印數 0001—9,000 定價 (8) 1.50

俄文編者序

本書是尼古拉·叶戈羅維奇·茹科夫斯基于1886—1920年間，在莫斯科大学教授理論力学（包括流体动力学及引力論）时所用的講义。这些講义是这位著名的俄罗斯学者極長时期教学工作的总结；并且由于茹科夫斯基在力学方面的工作，使人們对于力学的地位及意义，有了截然不同的看法，因而这些講义也是这种轉变的值得注意的紀念物。

在茹科夫斯基以前，大学里的力学課程被人看作單純是推理性質的，而理論力学被人看作是数学的一部門。这种傳統，从拉格朗日的名著“解析力学”起，多少反映在И. А. 布拉許曼，Ф. А. 斯魯茨基（茹氏的業師），А. К. 波貝雷夫及И. И. 索莫夫等学者的力学教程中。貫徹在整个力学講授中的基本精神，是使力学的講授尽可能接近于数学教学中所常有的特点，用公理化的講法，力求獲得最高度的普遍性，因而要使結論獲得抽象性，并且在大多数情形下偏重純粹解析的研究方法，等等。

茹氏講义的特色，是毅然抛弃了这种观点。他認為力学是研究自然界中的机械运动的一門自然科学，而講授力学与學習力学的任务，是使力学中由理論研究得出的結果，能供我們作为研究周圍世界中各种运动的基礎，首先是作为現代工程的基礎。这种鮮明的唯物主义的、自然科学的及工程實踐的傾向，便是茹氏講义的特色。

这样就不难了解，为什么茹科夫斯基的講法非常清楚而且具体，为什么他喜欢用直觉的几何方法來說明，为什么他在推理和举例时这样的周到而且完整。

当然，在茹科夫斯基以后的这些年中，科学与科学的教学法都有了改变。特别是现时对于講解动力学基礎（本書第二篇第一章，及第二章

§ 1) 的观点已經完全改变。在这些地方本書已相当过时, 关于这一点, 編者已在有关的各頁中(138, 141, 144, 146 頁) 的脚注里指出。但是尽管如此, 即使在撰著將近五十年后的今天, 茹科夫斯基的講义不僅具有历史意义, 而且还可以作为極好的教学参考書, 用来补充苏維埃时代力学家所著的許多理論力学教学用書。

B. 戈魯別夫

1950 年于莫斯科

上册目錄

俄文編者序.....	viii
------------	------

理論力学

引言	1
----------	---

第一篇 运动学

第一章 点的运动、速度及加速度	4
-----------------------	---

§ 1. 运动規律	4
§ 2. 求軌迹的几个例子	5
§ 3. 匀速运动	9
§ 4. 变速运动及其速度	11
§ 5. 速度在任一軸上的投影	12
§ 6. 速度的数值与方向的極坐标表示法	16
§ 7. 直綫变速运动	21
§ 8. 全加速度	24
§ 9. 速端曲綫	30
§ 10. 加速度在軌迹的切綫与主法綫上的投影	34
§ 11. 偏离	40

第二章 点的运动的合成	42
-------------------	----

§ 1. 引言	42
§ 2. 速度的合成	43
§ 3. 用解析法求合成速度的数值与方向	47
§ 4. 諧振动的合成	50
§ 5. 罗佩華氏作切綫法	52
§ 6. 速度的分解	56
§ 7. 加速度的合成	58

第三章 不变体系的运动	65
-------------------	----

§ 1. 引言	65
§ 2. 平动	65

§ 3. 轉動	67
§ 4. 不變體系平行於某一固定平面的位移	70
§ 5. 平面圖形在其平面內運動時各點的加速度	75
§ 6. 瞬時轉動中心的位移	77
§ 7. 不變體系的定點轉動	87
§ 8. 體系運動的普遍情形	90
第四章 體系運動的合成	93
§ 1. 引言	93
§ 2. 平動的合成	93
§ 3. 轉動及與轉軸垂直的平動的合成	94
§ 4. 繞平行軸旋轉的兩個轉動的合成	97
§ 5. 繞着兩個相交軸的轉動的合成	103
§ 6. 當轉動及平動的速度為任意方向時，兩種運動的合成	106
§ 7. 當兩個轉動的軸不平行又不相交時，這兩個運動的合成	108
§ 8. 兩個螺旋運動的合成	111
§ 9. 若若干個平動及轉動的合成	114
§ 10. 運動的分解	115
第五章 用解析法研究剛性體系的運動	117
§ 1. 歐拉公式	117
§ 2. 達蘭貝爾定理	119
§ 3. 自由剛體的運動	122
§ 4. 當剛性體系具有一個定點時，體內各點的加速度	125
§ 5. 自由體系內各點的加速度	129
§ 6. 用解析法推導速度的平行四邊形定理	131
§ 7. 加速度中心	132
§ 8. 科賴奧利定理的數學證明	134
第二篇 幾何靜力學	
第一章 關於靜力學及動力學的一般引論	138
§ 1. 定義	138
§ 2. 力學基本定律	141
§ 3. 力對於質點的作用	144
第二章 力的合成	151
§ 1. 共綫力系的合成	151
§ 2. 力的平行四邊形定理	152

§ 3. 拉普拉斯对于力平行四边形法則的証明	154
§ 4. 質点靜力学	159
§ 5. 剛体靜力学	162
§ 6. 相等力,合力,平衡力及等价力	162
§ 7. 共点力系的合成	164
§ 8. 把力分解成若干个共点的力	164
§ 9. 平行力的合成	166
§ 10. 一个力分解成两个平行力	169
§ 11. 多个平行力的合成, 平行力系中心的概念	171
§ 12. 在共点力系作用下剛体的平衡条件	172
第三章 力矩	173
§ 1. 定义	173
§ 2. 范里農定理	174
§ 3. 杠杆的平衡	178
§ 4. 用解析法表示力对于一点的矩	179
§ 5. 力对于軸的矩	180
§ 6. 具有定軸的剛体的平衡条件	184
§ 7. 用解析法求諸力对于坐标軸的力矩	185
§ 8. 用解析法求平行力系中心的坐标	188
第四章 重心	190
§ 1. 重心的坐标	190
§ 2. 三角形周边的重心	196
§ 3. 正多边形部分周边的重心	197
§ 4. 圓弧的重心	199
§ 5. 三角形面積的重心	200
§ 6. 梯形的重心	201
§ 7. 任意四边形面積的重心	203
§ 8. 扇形面積的重心	204
§ 9. 弓形的重心	205
§ 10. 正棱柱体側面積的重心	206
§ 11. 棱錐体側面積的重心	207
§ 12. 棱錐体全部表面積的重心	207
§ 13. 球截表面的重心	210
§ 14. 棱柱体積的重心	211
§ 15. 棱錐体積重心	212
§ 16. 上下底面平行的棱錐台的体積重心	213

§ 17. 用布恩索法求三角棱錐体的重心位置	217
§ 18. 球錐体的体積重心	218
§ 19. 球截体積的重心	219
§ 20. 古尔丁定理	221
第五章 力偶論	224
§ 1. 力偶的合力及矩	224
§ 2. 等价力偶	229
§ 3. 力偶的合成	232
§ 4. 关于力的合成的一般定理	236
第六章 平衡	241
§ 1. 自由物体在平面力系作用下的平衡条件	241
§ 2. 非自由物体在平面力系作用下的平衡条件	244
§ 3. 在空間任意力系作用下, 剛体的平衡問題	255
§ 4. 非自由物体的平衡条件	258

第三篇 質点动力学

第一章 自由質点	269
§ 1. 自由質点的运动微分方程	269
§ 2. 慣性力	270
§ 3. 向心力及离心力	271
§ 4. 力学中各种量的因次及其量法	272
§ 5. 自由質点的直綫运动	275
§ 6. 物体自極高处下落时的情形	281
§ 7. 物体在阻滯媒質中的下落	286
§ 8. 上抛物体的运动	290
§ 9. 自由質点的曲綫运动	293
§ 10. 質点在中心引力作用下的运动, 假定引力与質点至力心的距离成正比	294
§ 11. 斜向拋射体的运动	296
§ 12. 当 ω 为常数时, 求所有拋物綫軌迹的包絡	301
第二章 自由質点动力学的基本定理	303
§ 1. 引言	303
§ 2. 动能定理	303
§ 3. 自然界中力的保守性	305
§ 4. 面積定理	313
§ 5. 質点在有心力作用下的运动規律 皮涅公式	320

§ 6. 行星的运动	323
§ 7. 質点在按照牛頓定律的有心斥力作用下的运动	333
§ 8. 在粘滯媒質中, 物体与水平綫成一角度抛射后的运动	338
第三章 非自由質点	346
§ 1. 質点在曲面上的平衡	346
§ 2. 質点在曲綫上的平衡	350
§ 3. 非自由質点的运动	353
§ 4. 应用于非自由質点的动能定理	354
§ 5. 質点在曲面上运动时对于曲面的压力	361
§ 6. 質点在曲綫上运动时对曲綫所施的压力	367
§ 7. 質点依慣性在曲面上的运动	369
§ 8. 数学擺的运动	370
§ 9. 亞培尔問題	378
§ 10. 擺在粘滯媒質中的运动	382
§ 11. 質点的相对运动	386
§ 12. 安培問題	388
§ 13. 地球的自轉对于落体的影响	391
§ 14. 傅科問題	394
§ 15. 牛頓問題	399

引 言

力学是研究物体运动与平衡的科学。按照力学中研究这些问题时所取的观点，我们可以把力学分作三部分：运动学，静力学及动力学。在运动学中，我们从几何观点来考察物体的运动，而不去注意产生运动的原因——力。在静力学中，我们考察运动的特殊情形——平衡，并且要研究怎样把一些力换成跟它们作用相等的另外一些力（等价力）的问题。在动力学中，我们考察物体的运动，同时注意到产生运动的力以及所论物体的质量对于运动的影响。动力学里要解决两个问题：

- 1) 什么样的力会产生所给运动，以及
- 2) 所给的一些力会产生什么样的运动。

力学有时也分成两部分：运动学及广义动力学，而广义动力学则包括静力学与动力学。运动学可以依据几何公理来讲，不需要任何新的原理；它是衔接力学与几何学的桥梁。要讲解广义动力学，就必须采用几个不加证明的基本原理——力学定律。

在力学中，物体（固体，液体及气体）的性质是被理想化了的。例如，力学中的固体是看作刚体的，也就是，物体内部任何两点间的距离是看作不能改变的；液滴是看作绝对不可压缩的物体，等等。把所研究的对象加以理想化，这是科学研究中常用的办法；这是因为我们不可能一下子就掌握研究对象的全部性质，所以只能把注意力仅仅集中到最主要的性质上。

除了这种理想化的物体之外，力学中还要引入质点的概念，认为它是直径无限小而具有有限质量或无限小质量的物体。

在一种情形下，即假定质量为无限小时，质点可以看作是物体分成无限多个无限小块后所得的结果；但须注意，这种想法跟那说明物质构

造的原子理論毫不相干：在力学中，我們并不关心物質的構造，而在想像中把物体分成許多無限小塊，只不过是一种論証方式。

在另一种情形下，即假定具有有限的質量时，質点可以看作是物体無限压縮后的結果。这好比是个充滿了物質的小球，其半徑無限縮小而質量保持不变。虽然这种想法是純屬虛構的（因为把物質無限压縮的想法違背物質的不可入性），但就力学意义來說，却是有这种点存在的；这种点跟具有有限質量的質点，意义完全相同。例如，剛体的重心就是这样的点。事实上，剛体在通过重心的若干力的作用下進行运动，而我們所注意的又只是重心的运动，那末，就可以看出，这运动毫不决定于物体內物質的分布密度，也不决定于物体的外形，而只决定于物体所含質量的多寡。重心的运动，就好像整个物体的質量都集中在重心上似的；这样，我們就从重心看到这一种質点的现实意义。

在力学中，任何物体都看作是按照某些条件而結合在一起的質点群，这种質点群称做体系或系統。剛体是各点間距离不变的一种体系，因此剛体也叫做不变体系。

第一篇 运动学

在引論中已經提到，理論力學中，單從幾何觀點去研究各種運動的一般性質，而不去注意運動起因的這一部分，叫做運動學。因此，在運動學中只研究有關空間與時間的問題，並建立運動的這兩個因素之間的关系。

從這個觀點來說，運動學是幾何學過渡到力學的橋梁；換句話說，運動學是四維的幾何學，因為除了幾何學所用的空間三維之外，還引用了第四維——時間。

運動學的獨立發展，是在十九世紀初才由安培開始的；如今我們對運動學中的問題已經研究到這種地步，甚至動力學和機構學上極為複雜的問題，也常常可以用運動學來解決。

如果物體隨着時間而改變它在空間的位置或形狀，也就是說，如果物體內各點的坐標隨着時間而改變，那末物體就在運動。

如果物體既不改變它的位置又不改變它的形狀，我們就說這物體是靜止的。觀察某物體對於其他各物體的相對位置，我們可以判定這物體在空間改變位置的情形；如果沒有其他的物體，我們就不可能觀察到這個物體的運動。當觀察運動時，如果作為參考的物體是靜止的，我們就得到絕對運動的概念；如果那些作為參考的物體是在運動着的，就得到相對運動的概念。雖然自然界中的一切都是在運動着的，因而我們所觀察到的運動都是相對運動，但我們總可以設想有絕對運動。如果知道了物體內每個點的運動，那末整個物體的運動就完全確定；所以在考察物體的運動問題以前，我們先考察點的運動，也就是，先來研究點的運動學。

第一章 点的运动、速度^①及加速度

§ 1. 运动规律 力学中的“点”这个字，通常了解为质点；但在运动学中，我们用不着谈到物质；运动着的东西是什么，我们不必关心，重要的只是它们怎样运动；例如，运动学中可以考察阴影和波峰等等的运动。

点在空间的位置，要用三个坐标来定出。点的运动，乃是点随着时间的推移而依次连续地通过空间一些点的过程，在这过程中，点的坐标发生变化。点在空间的运动路线，叫做它的轨迹。

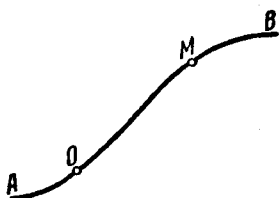


圖 1.

点的运动可以用两种方法来定出。确定运动规律的第一种方法需要先知道轨迹。这个方法是：在已知的轨迹 AB (圖 1) 上取任意一点 O ，称作原点，然后，把从原点 O 量至动点的弧段 OM 的长度看作时间的函数，定出这函数，并按照点 M 是在点 O

的 B 侧或 A 侧，来给弧 OM 以正号或负号。如果找出了这样的一个函数，也就是，如果得出方程

$$s = f(t), \quad (1)$$

其中 $s = \overline{OM}$ ，那末点的运动规律就完全确定，因为有了这个方程，我们就可以指出在任一瞬时，点在轨迹上的位置。方程(1)叫做运动方程。

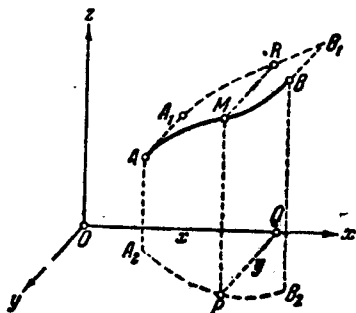


圖 2.

用第二种方法来定出运动规律时，我们不需要先知道轨迹。这个

① 本书中速度与速度的数值(速率)是不加区别的，如果单单提到速度，我们应了解为速率——译者注。

方法是：取直角坐标轴，然后定出动点 M 在每一瞬时的坐标（圖 2），也就是，把 $OQ=x$, $QP=y$, $PM=z$ 三者表示为时间的函数；这样通常就可以得到：

$$x=f(t), \quad y=f_1(t), \quad z=f_2(t). \quad (2)$$

找出了上列各方程，我們就可以指出动点在任何瞬时的位置，因而就能完全定出点的运动规律。这几个方程叫做点的运动方程。由点的已知运动方程，不难求出它的轨迹；为此，只須从方程组(2)中消去 t ；而要消去 t ，只須从(2)的第一个方程解出 t ，然后把所得的式子代入其他两个方程，于是就得到如下的方程：

$$t=\varphi(x), \quad (3)$$

$$y=F_1(x), \quad z=F_2(x). \quad (4)$$

方程(4)就代表轨迹在 Oxy 与 Ozx 平面上的投影（圖 2）；至于轨迹 AB 本身則由两个柱面的交线来表示，这两个柱面的母线各平行于轴 Oz 与 Oy ，而其导线 A_2B_2 与 A_1B_1 則各为轨迹在 Oxy 与 Ozx 平面上的投影。

运动方程不僅可以用直角坐标给出，也可以用球极坐标给出：

$$r=f_1(t), \quad \varphi=f_2(t), \quad \theta=f_3(t),$$

其中 φ 是緯标， θ 是經标。

点在平面内的运动，可以由它的極坐标或两个直角坐标的式子决定。

§ 2. 求轨迹的几个例子 [例 1] 点的直角坐标运动方程已知为：

$$x=a+bf(t), \quad y=a_1+b_1f(t), \quad z=a_2+b_2f(t),$$

試求动点的轨迹及动点于某一瞬时在轨迹上的位置。

从已知各方程中消去 $f(t)$ ，得：

$$\frac{x-a}{b} = \frac{y-a_1}{b_1} = \frac{z-a_2}{b_2};$$

所得结果是空間直线的方程，該直线与各坐标轴夾角的余弦是

$$\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{b^2 + b_1^2 + b_2^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{b_1}{\sqrt{b^2 + b_1^2 + b_2^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{b_2}{\sqrt{b^2 + b_1^2 + b_2^2}}.$$

要定出在瞬时 t 点在轨迹上的位置 M , 可取一点 A 作为原点 (圖 3), 使对应于该点的瞬时 t , 满足 $f(t)=0$ 。于是点 A 的坐标是

$$x_1 = a, \quad y_1 = a_1, \quad z_1 = a_2.$$

这时, s 可用点 M 离原点 A 的距离来表示, 即

$$s = \sqrt{(x-a)^2 + (y-a_1)^2 + (z-a_2)^2}.$$

用 $bf(t)$, $b_1f(t)$ 与 $b_2f(t)$ 分别代替 $(x-a)$, $(y-a_1)$ 与 $(z-a_2)$, 得:

$$s = f(t) \sqrt{b^2 + b_1^2 + b_2^2}.$$

[例 2] 直角坐标的运动方程已知为:

$$x = a \cos \omega t, \quad y = b \sin \omega t, \quad z = 0;$$

求轨迹。

由条件 $z=0$, 可见运动是在 Oxy 平面内进行的。从所给方程求得:

$$\frac{x}{a} = \cos \omega t, \quad \frac{y}{b} = \sin \omega t;$$

两式平方后相加, 得:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$$

所以轨迹是椭圆。

按这种规律进行的运动, 叫做諧和运动。点在椭圆上繞完一圈所需的周期是 $\frac{2\pi}{\omega}$ 。当 $a=b$ 时, 轨迹是一个圆周。

[例 3] 给出极坐标运动方程:

$$r = at, \quad \varphi = bt;$$

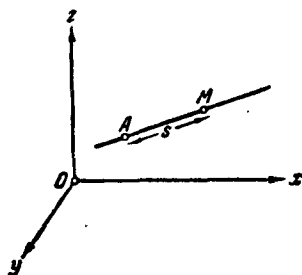


圖 3.

求軌迹。

消去 t , 得方程

$$r = \frac{a}{b} \varphi, \quad (\alpha)$$

这个方程所代表的曲线, 叫做阿基米德螺线。从矢径与角成正比的关系, 就可以得出这曲线的简单作法如下: 以极点 O 为中心, 画出半径等于 $\frac{a}{b}$ 的圆(圖 4), 把圆周分成几个等分, 每分段的长度等于 h , 然后从极点 O 到各分点作连线, 并从 O 起, 在各连线上沿矢径方向, 分别截取长度等于 $h, 2h, 3h$ 等等各线段的端点。用这种方法得到的各点都满足方程 (α) , 所以这些点都在我们所要作的曲线上。其次, 当 $r=0$ 时, $\varphi=0$; 而当 $\varphi=\infty$ 时, $r=\infty$ 。所以这阿基米德螺线是从极点开始, 绕着极点而向无限远处离

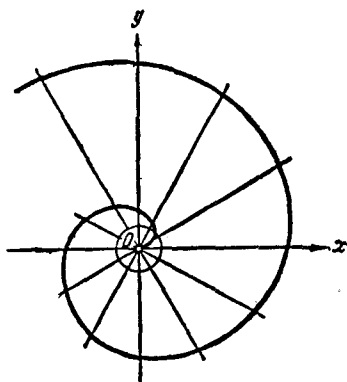


圖 4.

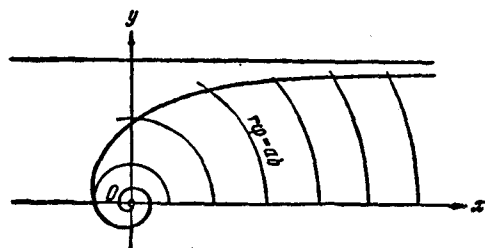


圖 5.

去。

[例 4] 給出極坐标运动方程

$$r = at, \quad \varphi = \frac{b}{t};$$

求軌迹。

消去 t , 得方程

$$r\varphi = ab, \quad \text{即 } r = \frac{ab}{\varphi},$$

这个方程所代表的曲线, 叫做双曲螺线。曲线方程本身就指出这曲线的作法。乘积 $r\varphi$ 是个常量, 但这乘积就是半径为 r 时圆心角 φ 所对的圆弧长。故若以极点 O 为中心作几个圆周(圖 5), 并从 Ox 轴起, 在各圆周上标出长度等于 $r\varphi = ab$ 的一些圆弧, 则所得各弧段端点的坐标,