

散粒体结构力学

(第二版)

Г.К.克列因 著

陈万佳 译

中国铁道出版社

1983年·北京

译者的话

苏联Г.К.克列因1956年著 Строительная Механика Сыпучих Тел已于1960年翻译成中文出版,译名为《散体结构力学》,这次翻译出版的是该书1977年第二版,译名改为《散粒体结构力学》。

第二版和第一版比较,内容有了很大的充实,主要是补充了从第一版问世以来苏联的科研和试验成果,它反映了散粒体结构力学的新水平。

本书阐述适用于土、谷物、水泥等材料的以弹性理论和试验结果为基础的散粒体结构力学的基本问题,包括散粒体的性质及其应力状态,建筑物地基的强度和边坡稳定性的计算,作用在挡土墙、仓库墙壁和深埋建筑物上的散粒体压力的计算等。译者期望本书的出版将对我们的土压力研究和工程设计有所帮助。

本人在翻译过程中对一些有疑问的公式作了推导,原文错误之处,均在译文中作了改正。但本人水平有限,唯恐改的不合适,为了尊重原著和便于读者查对,在改正处注有▲符号,书末附有错误改正对照表。

译文承天津大学水利系陈环副教授和岳明伦讲师认真审校,提出很多宝贵意见,特致谢意。

一九八一年六月

目 录

绪 言

§ 1 散粒体结构力学的课题和任务	1
§ 2 散粒体结构力学发展的简述	4

第一章 散粒体的力学性质

§ 3 散粒体的粒径、颗粒形状、颗粒组成和均匀性	14
§ 4 散粒体的孔隙率、含水量和容质	16
§ 5 散粒体的变形	20
§ 6 散粒体的抗剪强度、内摩擦力和粘聚力	29
§ 7 自然坡度角、侧压力系数和泊松比	39
§ 8 散粒体的计算模型	46

第二章 散粒体应力理论

§ 9 平衡微分方程式	50
§ 10 斜平面上的应力	55
§ 11 散粒体的强度条件	60
§ 12 散粒体极限应力状态的微分方程式	67
§ 13 散粒体应力状态的图解	73

第三章 建筑物地基强度

§ 14 地基强度条件	78
§ 15 极限应力状态的理论解	82
§ 16 考虑形成密实土楔的地基强度计算	87
§ 17 试验资料	96

第四章 边坡稳定性

§ 18 边坡稳定条件	102
§ 19 极限应力状态理论解	103
§ 20 按圆柱滑动面法计算边坡	110
§ 21 滑动面用平面代替时的边坡计算	116

§ 22 试验和观测资料	120
第五章 挡墙上的散粒体压力	123
§ 23 挡墙的工作条件	123
§ 24 按B.B.索科洛夫斯基方法确定主动散粒体压力	127
§ 25 填料表面为水平的情况	131
§ 26 填土下面地基的影响	138
§ 27 被动散粒体压力	139
§ 28 某些对称问题解的主要结果	142
§ 29 确定挡墙上填料主动压力的图解法	144
§ 30 主动压力沿墙高的分布	149
第六章 滑动面用平面代替时挡墙上散粒体压力的确定	152
§ 31 基本原理和基本方程式	152
§ 32 确定挡墙上主动散粒体压力的图解法	156
§ 33 确定挡墙上主动散粒体压力的公式	160
§ 34 被动散粒体压力	166
§ 35 坦墙上的散粒体压力	167
§ 36 散粒体表面上荷载的作用	171
§ 37 散粒体粘聚力的考虑	188
§ 38 散粒体表面为折线形和墙背为折线形时的散粒体 压力	196
§ 39 带有卸荷平台和带有基础板的挡土墙上土压力	203
§ 40 用平面代替滑动面的方法的适用范围	208
第七章 确定挡墙上散粒体压力的特殊情况、试验和观测资料	212
§ 41 有限长挡墙上主动散粒体压力	212
§ 42 平面为曲线的挡墙上主动散粒体压力	216
§ 43 建筑物为有限长时的被动散粒体压力	219
§ 44 静止状态的散粒体压力	220
§ 45 根据墙的位移确定挡土墙上的散粒体压力	225
§ 46 观测和试验资料	234
第八章 散粒体与深埋墙的相互作用	249

§ 47 无锚定薄墙	249
§ 48 深埋的大体积墙	259
§ 49 锚定薄墙	265
§ 50 试验资料	268
第九章 仓库底和壁上的散粒体压力	275
§ 51 问题的提出	275
§ 52 深仓底和壁上贮料压力的确定	277
§ 53 试验和观测资料	285
第十章 作用在埋入散粒体内的建筑物上的散粒体压力	293
§ 54 作用在距地面埋深不大的建筑物上的散粒体压力	293
§ 55 作用在用封闭法修建在距地面很深处的建筑物上的散粒体压力	296
§ 56 作用在用开敞法修建或安放在距地面很深处的建筑物上的散粒体压力	300
§ 57 试验和观测资料	304
参考文献	315
译文对原文所作的改正表	335

绪 言

§ 1 散粒体结构力学的课题和任务

许多由大量大致同样的单个颗粒所组成的物体（砂土、砾石土、碎煤、水泥及其它粒状和粉状的材料），按物理性质它们介于固体和液体之间的中间状态，被称为散粒体或简称散体。

散粒体与固体所不同的是：前者颗粒具有流动性；仅在一定的范围内能保持其形状；具有对挡护面产生压力的性质；不能或不大能抵抗拉力，抵抗剪切力的能力取决于作用的压力。液体与散粒体所不同的是：前者分子具有更大的流动性；没有固定的形状；抵抗剪切力的能力更小。

散粒体颗粒按照材料、大小和形状可以是同样的或不同的，所有三个尺度具有同阶或不同阶，表面为光滑的或粗糙的。颗粒可处于弹性状态或塑性状态，并具有一定的强度。散粒体颗粒的形状可以是极其不相同的。颗粒之间的间隙称为孔隙，其中可能由空气、水或某种胶结物质所充填。

散粒体力学的任务是研究散粒体与其它物体的相互作用，以及散粒体颗粒的相互作用和此时所产生的力及位移。

散粒体结构力学的任务是阐述确定散粒体压力和抗力的方法，这些力是由于建筑物和荷载对它的各种不同作用而产生的。

众所周知，在弹塑性固体力学中区分为两个主要研究方向。第一个方向是材料力学和结构力学中所采用的，其特点是引用某种简化的假定，使其能够用初等方法解决某种问

题，而不用复杂的数学手段。第二个方向是弹性理论和塑性理论中所采用的，其特点是把数学上最大可能的严格解放在首位，在大多数情况下它要求采用复杂而精确的数学方法。

在散粒体力学中也可以设想有两个方向。属于第一个方向的是假定滑动面为某种形状而建立的理论，它可以用初等方法求解许多重要的实际问题。第二个方向称为散粒介质理论，它的出发点是对所研究的散粒体空间内的每一点建立平衡微分方程式和状态的条件。散粒体力学的这两个方向之间的界限是无法明确划分的，并且是不稳定的。散粒体力学问题的某些解介于上述两个方向之间的中间情况，把它归于哪个方向均可。

随着散粒体力学的发展，被试验所证实的散粒介质理论的解，应该划归到散粒体结构力学领域，代替根据简单假定所建立的解。

然而，根据下列原因，如果完全抛弃这种做法也是不正确的。

第一，散粒介质理论的很多解，在实际中应用过于复杂，同时所得结果与用初等方法计算所得结果很少有什么不同。

第二，如果追求保持解具有数学严格性的目的，那么散粒介质理论就不会随时反映实际散粒体中所发生的物理现象的所有主要方面。如果要考虑所有这些现象，然后用严格的数学表达式把它们表达出来，那就太复杂了。所以，严格的散粒介质理论解在很多情况下不能回答工程所提出的或实际所发生的问题；在这种情况下不可避免地要利用简化的解，它们近似地考虑了许多重要因素，并在实践上证明这样做是正确的。

随着散粒介质理论的发展，散粒体结构力学的简化方法

也跟着发展了。同时，它们也不可能像目前所进行的那样仅局限于研究处于极限平衡状态的散粒体，还必须研究处于正常平衡状态下（即处于稳定状态或弹性平衡状态）以及处于运动状态下的散粒体。在这个方向上已经迈出了第一步，并且是具有很大实际意义的一步。

求解极限平衡的问题，实质上是研究散粒体的破坏阶段，所以在可变形固体的力学中，这类问题相当于极限平衡理论和塑性理论中所研究的问题。同时在大多数情况下，不研究散粒体的变形和位移就能求解。在计算公式中作为散粒体基本力学特性的有单位容积质量、内摩擦力和粘聚力。这类问题的一个典型问题，就是关于作用在位移不大的挡墙上压力的确定，这个压力是由于被挡墙所支持的散粒体运动而造成的。

散粒体弹性平衡理论问题的求解，一般地说，不研究它的变形和位移（即不采用某种弹性定律）是不可能的。在这类问题中包括处于弹性平衡状态下的散粒体对挡墙或对地下建筑物所产生的压力的确定。

正如其它力学一样，散粒体力学也是依赖于能够阐明散粒体内所发生的物理现象及过程和能够印证某些前提及假定的试验。应当指出，也只有从试验中才能够得到包含在计算公式中的物理力学特性的数据（各种不同散粒体的）。试验的意义在散粒体力学中比在其它力学中更大，因为发生在散粒中的现象和过程比发生在固体或液体中的更复杂并且很少加以研究。

散粒体结构力学是结构力学的一个分支，以前是杆件系统结构力学的一个组成部分。随着土力学的发展及其分化为一个独立学科，散粒体力学才作为对土中所发生的力学现象进行研究的一种方法而归入土力学。

在现代土力学中，除了散粒体的计算力学模型之外，也要用到许多其它模型，例如弹性体、塑性体、土体及其它模型。在土力学中没有一种单一的计算模型能够解释天然土的各种各样性质和使它们进入各种不同的状态（它与湿度、温度、荷载及其它因素有关）。采用哪种力学模型取决于土的种类和组成。

然而，虽然散粒体力学的作用比只用一种力学模型进行研究的土力学广得多，但土仍是适于用散粒体力学方法研究的重要对象。

散粒体结构力学的解，除土之外也适用于其它散粒体材料和农产品，例如计算仓库时所遇到的水泥或谷物。

§ 2 散粒体结构力学发展的简述

散粒体力学的产生和发展，也像其它力学那样，是与技术发展相联系的。

大家知道，结构力学作为一门独立的学科，是由达·芬奇（1452～1519年）及伽利略（1564～1642年）的著作奠定基础的。稍晚一些时候，在十七世纪，与建筑和城防问题有关的散粒体力学也开始萌芽了。

从十九世纪30年代开始，由于铁路运输的要求及修建桥墩和铁路路基的需要，对结构力学尤其是对散粒体力学提出了新的任务。在十九世纪后半期，建筑技术的继续完善，要求进一步大力发展散粒体力学（坝、大型桥梁、岸壁和房屋的建筑）。

在苏联，五年计划对建设者提出了许多工程任务，为了完成这些任务，要求解决一系列与土和其它散粒体有关的复杂问题，因此散粒体结构力学得到了很大的发展。

水利工程对散粒体力学的发展有巨大的影响，这些工程

是根据苏维埃第八次代表大会（1920年12月22日）按 В.И. 列宁的提议所通过的俄罗斯国家电气化（ГОЭЛРО）计划着手进行的。由于那个期间的大型水电站——沃尔霍夫水电站、杰姆—阿夫查尔水电站、两个斯维尔水电站、德涅泊水电站等的建设，白海—波罗的海运河、莫斯科运河、大型引水建筑物的建设，以及工业和运输建设的飞快发展，在挡土墙土压力和岸坡稳定条件及地基强度的研究方面，对散粒体力学提出了进一步探讨的必要性。专家们——建筑工作者和设计人员的试验丰富了散粒体理论，尤其是丰富了从20年代开始得到飞速发展并取得很大成绩的土力学。同时，散粒体力学的理论研究在苏联是和试验研究平行进行的。

十七世纪末，发表了第一批关于散粒体力学方面的研究成果。这些研究的目的是确定填料对挡墙产生的压力。M. 彪尔列（1691年）的著作是这方面的第一批著作之一。其中采用了这样的假定：当墙发生滑动时，某一部分散粒体是沿着通过墙后下缘的自然边坡面滑动的。虽然这种假定有明显的错误，但方法本身却包含了合理的想法——关于墙的滑动，关于某一部分散粒体的滑动和关于滑动平面。毫无疑问，这些都有助于LII. 库伦在1773年十分精确地解决这个问题。LII. 库伦除了以这些假定为基础外，还利用了Г. 伽里略在1638年为了确定梁的受弯承载能力而采用的极限平衡原理，以及A. 阿蒙顿在1699年用试验方法所确立的静摩擦定律。

对于填料表面为水平面而墙背为垂直的和绝对光滑的特殊情况，LII. 库伦提出了根据沿某平面滑动的棱体的极限平衡来确定墙上土压力，滑动面的倾斜度根据使墙反力最大的条件来选取。同时，与其说LII. 库伦企图找到真实的滑动面，不如说他更关心的是使墙上的计算压力不小于实际的压力。

III. 库伦的工作乃是对Г. 伽里略、M. 彪列和A. 阿蒙顿的建议的综合，并向前迈出了一大步，到目前为止还没有失去其意义。

III. 库伦理论后来被M. 彭斯雷尔 (1840年), K. 库尔曼 (1866年), Г. 列布汉 (1871年) 和M. 列维 (1883年) 所发展，他们把库伦理论推广到填料表面为任意形状的、墙背为倾斜面和折线面的粗糙墙的情况。他们在研究中主要采用的是图解法。这个理论在A. И. 普利列亚耶夫 (1908年)、B. П. 斯克雷尔尼科夫 (1927年)、И. П. 普罗科菲耶夫 (1928年)、H. И. 别朱霍夫 (1934年)、B. B. 西涅尔尼科夫 (1946年)、И. А. 西姆夫里迪 (1934年)、Г. А. 杜布罗娃 (1947年)、M. Г. 别斯金 (1954年) 等人的著作中得到了完善。

Б. Н. 热莫奇金 (1951年)、Г. И. 格卢什科夫 (1951年)、B. И. 吉托娃 (1951年)、B. B. 鲍布利科夫 (1952年)、П. B. 捷尔加契夫 (1959年) 等人解决了与挡墙土压力有关的各种空间问题。

除了对以库伦—彭斯雷尔假定为基础的散粒体压力理论进行全面探讨外，也对确定挡墙上压力的其它方法进行了探讨。其中特别值得注意的是E. A. 伽夫拉申科 (1937年)、Φ. M. 希里耶夫 (1955年) 和M. E. 卡岗 (1960年) 的建议，他们研究了挡墙后散粒体单元层的极限平衡条件，得出了曲线形的挡墙压力图。З. B. 查嘎列尔 (1962年) 在这方面作了进一步的肯定，采用了曲面作为包围棱体的滑动面，在最大程度上使计算的压力图接近试验的压力图。

随着建筑技术的发展，由建筑物传给土的压力增大了。在许多情况下需要把建筑物修建在软土上，这就给散粒体力学方面的专家们提出了一个新的任务——根据地基强度条件

确定基础的埋深。

这个问题的近似解是Г.Е.帕乌开尔在上一世纪七十年代提出的。В.И.库尔刁莫夫是关于这个问题的试验研究的创始人，他在1889年第一次进行了负载基础模型下面及其两侧的砂颗粒运动的试验研究。在В.И.库尔刁莫夫及其追随者的试验中，首先必须指出的是Н.П.普则列夫斯基（1929年）和И.В.雅罗波尔斯基（1933年）的试验，这些试验证明了Г.Е.帕乌开尔公式将得出不正确的结果，因为帕乌开尔没有考虑像基础宽度这样重要的因素。关于基础下面土的强度问题还需要进一步的探讨，并且Г.Е.帕乌开尔公式已逐渐地被П.К.杨考夫斯基、Н.П.普则列夫斯基、С.И.别尔蔡兹基、Н.М.格尔谢万诺夫等人提出的更加完善的公式所代替。

地基强度理论在В.В.索科洛夫斯基（1939年）、В.Г.别列赞采夫（1952年）、М.И.郭尔布诺夫一波萨道夫（1939年）、М.В.马雷雪夫（1951年）、П.Д.耶夫道吉莫夫（1956年）、В.С.赫利斯托佛罗夫（1951年）、А.С.斯特洛嘎诺夫（1968年）、Н.Н.马斯洛夫等人的著作中得到了进一步的发展。

对于水利工程、铁路工程、公路工程和采矿中很重要的岸坡稳定问题，Г.克列依和В.费尔列纽斯在1930年已进行了研究，特别是他们提出了采用圆柱形滑动面。然而对于寻找最“危险滑动面”，他们只给出了试算法。М.М.索科尔斯基在1937年编制了表和曲线，使计算得到了根本的简化。在М.Н.高尔得什琴（1938年）、Г.М.沙胡年兹（1948年）、В.М.劳米杰（1954年）和Н.Н.马斯洛夫的著作中，对这个问题给予了进一步的发展。

苏联学者对水利工程和公路工程中的另一个重要问题

——关于埋深薄墙和大体积墙的计算也进行了详细的研究，最早研究这个问题的是Г.克列依。应该指出的是И.П.普罗科菲耶夫的著作以及在1928年奠定了深埋墙在水平力作用下的计算理论基础的А.А.康申和Н.И.布达诺夫的著作。这个理论后来被С.С.达维道夫（1937年）、И.В.乌尔班（1939年）、Д.В.安格尔斯基（1937年）、С.М.库得林（1936年）、Б.Н.热莫奇金（1948年）、Л.М.耶梅良诺夫（1948年）、Г.И.格卢什科夫（1951年）、В.Б.古列维奇（1961年）、В.С.基利尔洛夫（1963年）、В.С.赫利斯托佛罗夫（1948年）、Г.С.什皮罗（1962年）等人所发展和补充。

Н.И.别朱霍夫（自1934年起）在深埋的薄壁墙和重力墙的计算理论方面作出了很大贡献。他在一系列著作中给出了这些墙的稳定性、强度和刚度的通解。这些通解对于墙体具有各种断面、各种平面形状以及土质基床在不同深度情况下的不同系数时，都是适宜的。

在这些著作中已很明确地包含了关于研究建筑物三种不同极限状态和把安全系数分为几个组成部分的现代极限状态方法的基本概念。很有趣的是这个卓越思想恰恰起源于散粒体结构力学。

关于确定圆筒形或棱柱形散粒体仓底上和壁上的压力问题是X.杨森在1895年首次解决的，他是以在各水平面内的垂直压力为均匀分布的假定为根据的。更精确的解是Л.М.耶梅良诺夫（1940年）、Е.М.古卡尔（1935年）、Л.Б.李温（1957年）、Н.П.普拉托诺夫（1959年）等人给出的。

散粒体从孔口流出时所发生的动力现象是С.Г.塔赫塔美雪夫在1940年首先发现的。

确定作用在地下建筑物上的荷载问题是与散粒体力学有密切关系的。首次企图根据直接从承受上面土体压力的土层中产生卸荷拱的假设来确定地下建筑物上荷载的是 B. 利特杰尔 (1879年)。这个假设在 Φ . 安格斯塞尔、O. 考姆梅列尔特别是 M. M. 普罗托恰科诺夫 (1908年) 的著作中得到了进一步发展, 后者把散粒体力学的方法应用于岩层。

散粒体力学中的另一个方向, 即我们所称的散粒介质理论, 是由 B. 朗金于 1857 年首先奠定的。他研究了占据半空间的有重量散粒体的极限应力状态, 所谓半空间是指顶面为有限的而其它三个方向为无限的空间体。B. 朗金还毫无根据地提出把对于匀质散粒体所得的结果应用到这种匀质性被建筑挡墙所破坏的情况中。在 M. 列威 (1883年)、E. 文克尔、O. 莫尔和 A. 菲里木 (1937年) 的著作中对 B. 朗金理论作了若干补充。

这个理论在 Φ . 奎特杰尔 (1909年) 的著作中和在 Л. 普兰得特 (1920年)、Г. 雷斯涅尔 (1925年) 和 A. 卡科 (1934年) 等人的著作中得到了进一步的发展, 其中 Φ . 奎特杰尔是把关于寻找真实滑动面形状的问题归结为变分问题。H. П. 普则列夫斯基 (1929年) 的原来工作也归属于散粒体力学的这个方向, 他把弹性理论平面问题的微分平衡方程式作为基础。同时他采用关于该点切应力为某一极角函数的假定来代替变形的连续条件, 这个极角是决定这点对坐标原点的位置的。

这样, 在 H. П. 普则列夫斯基的工作中早就包含了土中应力单纯径向分布的思想, 这种思想后来被 H. H. 伊万诺夫、Ж. 格利夫菲斯、O. 弗列里赫等人所发展。

在首先发表了关于土压力具有随时间变化的动力性质的想法之后, H. П. 普则列夫斯基导出了确定最松散状态下和

稳定状态下土压力的简单计算公式。这些公式给出与试验和观测资料非常符合的结果。И. В. 雅罗波尔斯基继承了Н. П. 普则列夫斯基的工作，他在1933年用试验方法查明了散粒体对挡墙产生的压力与墙的位移有关。对试验资料进行整理之后，他建立了这些值之间的数学关系式。К. 太沙基广泛地进行了类似的研究。

到了本世纪30年代末期，几乎所有对实际方面有重要意义的散粒体极限平衡问题都是用结构力学方法，即根据对滑动面形状作的各种假定求解的。虽然如此，可是由В. 朗金奠定了基础的散粒体极限应力状态理论问题的一般严格求解方法，在这个时期还没有人研究过。К. В. 萨姆索诺夫和В. И. 诺沃托尔采夫在1936~1941年在这条道路上迈出了下一步，他没有采用复杂的数学手段就得到了许多重要问题的解。尤其是，В. И. 诺沃托尔采夫制定了建筑物在垂直力和水平力作用下和在建筑物两侧地面上有压载时地基稳定的计算方法，即在更广阔的前提下解决了Л. 普兰得特尔在1920年所解决的问题。被П. Д. 耶夫道吉莫夫发展了的В. И. 诺沃托尔采夫的方法，为СНиП II-Б.3-62（水工建筑物地基）所推荐的建筑物地基稳定的计算方法奠定了基础。

В. В. 索科洛夫斯基综合他在1939年出版的许多文章，在1942年发表了《散粒介质静力学》专题论文[115]。在В. В. 索科洛夫斯基的著作中包含了对处于极限应力状态下散粒介质静力学问题一般求解方法的研究。在指出挡土墙土压力和地基及边坡的稳定性问题乃是一个问题的特殊情况之后，В. В. 索科洛夫斯基把问题的求解归结为对微分方程组的积分。为了求解这个方程组，В. В. 索科洛夫斯基利用了С. А. 赫利斯恰诺维奇所创立的特征法。

在1945~1948年С. С. 高卢什开维奇创立了以微分方程

式的图解积分为基础的求解散粒介质极限平衡基本问题的图解法。可以把C.C.高卢什开维奇方法看作是散粒介质极限应力状态理论方法和散粒体结构力学图解法的综合。

B.B.索科洛夫斯基理论在B.Г.别列赞采夫[3]、Г.А.格尼耶夫[24]、M.B.马雷雪夫[84]、K.B.鲁普培奈特[104]、C.A.斯特洛嘎诺夫[117]和许多外国学者——E.杰姆比茨基、Ю.克拉夫琴科、P.聂格列、P.西比尔、B.蒙切尔、П.斯奇特兹、Ж.白列兹、Ж.日鲁等人的著作中得到很好的继承和发展。

C.C.高卢什开维奇所提出的图解法和作图法在Φ.М.希黑耶夫和П.И.雅科夫列夫的一系列著作中得到很大的发展，并被推广到许多重要的和复杂的特殊情况中，此外，从这些作图中得到了更加简便和精确的解析解。

散粒介质的极限平衡理论，即使在严格的方案中，也只反映问题的一个静定方面，而不能研究变形和位移。这种理论对接位移和抗裂稳定计算建筑物是不大适用的。

散粒体变形理论的一些问题是Ж.布斯西涅斯克在1876年首次提出的，他试图考虑墙的变形来确定散粒体对处于弹性平衡状态下的挡墙产生的压力。

П.А.米奈耶夫在1916年首次根据试验资料证明，弹性理论可以用于散粒体应力和变形的确定。他所提出的一些问题在K.太沙基、H.M.格尔谢万诺夫、Г.И.波克罗夫斯基、H.A.崔托维奇[137]、B.A.弗洛林[127]、Д.Е.波尔兴[26]、И.И.切尔卡索夫[138]、Φ.М.希黑耶夫[141]等人的著作中得到了解决(从20年代初)。他们用自己的试验和理论研究阐明了一系列与土变形有关的土的物理和力学的中心问题。

为了确定静止状态下的土压力和由于土面上活荷载产生

的土压力, E. A. 嘎夫拉申科(1937年)、B. E. 高洛文奇兹(1940年)、Г. И. 格卢什科夫(1954年)、И. П. 阿尔古诺夫、O. Я. 塞赫杰尔和T. A. 马利科夫等人利用了半空间、半平面和四分之一平面的弹性理论解。

对于根据挡墙的位移确定填料压力, H. H. 达维金科夫(1933年)、Г. И. 波克罗夫斯基(1937年)、B. H. 贝科夫斯基(1958年)、Г. A. 杜布罗娃(1963年)、P. B. 卢别诺夫和И. И. 雅科夫列夫(1964年)、B. Ф. 拉尤克等人提出了各种不同的方法。

最早考虑并研究墙、墙的地基和填土共同位移的是H. K. 斯尼特科(1959年), 他的根据是在弹性平衡状态下填土内产生符合III. 库伦理论的滑动面的假定。另一种不利用上述假定的求解是作者在1963年提出并在1967年被И. M. 别斯普罗兹汪娜娅所发展的。

1972年B. T. 布嘎耶夫在Ф. M. 希黑耶夫领导下所完成的论文中, 对同时作用的所有因素作了最全面的考虑。

然而, 在散粒体动力学理论中, 也如同在极限平衡理论中那样, 也是把散粒体看作为整体, 以便在计算中正确地利用应力概念、平衡微分方程式和变形连续条件。

另一个途径是研究散粒体各个颗粒的结构及静力学方法对这项研究的应用。在这个基础上, Г. И. 波克罗夫斯基(1937年)创立了所谓的《接触理论》, 用以确立对散粒体产生的压力和散粒体变形之间的关系。M. H. 特罗依茨卡娅在1947年发展了这个理论。

M. C. 别尔恩什琴和A. Г. 依姆梅尔曼[6]、P. A. 木尔列尔[88]、И. И. 康道罗夫[60]和H. T. 谢尔格耶夫[105]的著作都是根据试验、单向联系系统理论和静力学方法对散粒体力学性质进行研究的。他们研究了在散粒体结构单元接触