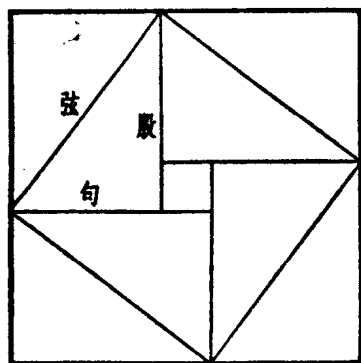


高級中學課本

平面几何



人民教育出版社

高級中學
課本 平面几何

書号：2878

編者：余元慶 奚今吾 管承仲 呂學禮
校訂者：劉 燕 字
繪圖者：于 金 陵

北京市書刊出版業營業
業許可証出字第 二 号

出版者：人 民 教 育 出 版 社
北 京 景 山 東 街

發行者：新 華 書 店

印刷者：（見 正 文 最 后 頁）

開本：787×1092 1/32	1955年3月第	一	版
印張：5	1956年1月第	二	版
字數：103千	1956年7月第二版北京第三次印刷		
定價：(2)二角六分	50,001—132,000 冊		

出版者的話

本書是根据中華人民共和國教育部編訂的中学数学教学大綱(修訂草案)編寫的,供高中平面几何教学之用。

本書取材於苏联 A. II. 吉西略夫所編的几何課本第一册、H. A. 格拉哥列夫所編的初等几何学(平面部分)和 H. 雷布金所編的几何習題彙編第一册。

得到北京师范大学附屬中学、前北京师范大学附屬女子中学、北京市第三女子中学三个学校的行政領導和数学教师的大力支持和贊助,本書的初稿曾經在这三个学校里試教过一遍。在試教过程中,担任試教的諸位教师對於本書提供了很多宝贵意見。此外,經過書面和座談会方式征求意见,全國各地的数学教师,特別是北京市的几位数学教师,也提供了許多宝贵意見。

根据各位教师所提的意見將初稿修改后,还請中國科学院数学研究所華罗庚所長和关肇直先生審讀。又在北京师范大学傅种孙副校長領導下,由北京师范大学数学系程廷熙、魏庚人、趙慈庚、鍾善基、梁紹鴻、白尙恕、傅若男、常鍾璋等先生集体審讀,提出許多宝贵意見。此外,又承中國科学院歷史研究所李儼先生指示一些有关的歷史材料。

虽然这样,書中仍然会存有缺点和問題。希望教师們和同學們在使用中,如果發現了什么缺点和問題,随时告訴我們,以便進一步的修正。

對於給本書提出意見的各位先生,在这里致以衷心的感謝。

人民教育出版社 一九五六年三月

目 錄

第一章 相似形	3
I 線段的度量	3
II 三角形的相似	16
III 多边形的相似	33
IV 關於比例線段的定理	49
第二章 銳角三角函数	61
第三章 三角形中及圓中各綫段間的相互关系	76
I 三角形中各綫段間的相互关系	76
II 圓中各綫段間的相互关系	93
III 用代数法解作圖題	98
第四章 多边形的面積	104
第五章 正多边形	133
第六章 圓的周長和面積	144
I 圓的周長	144
II 圓的面積	153

第一章 相似形

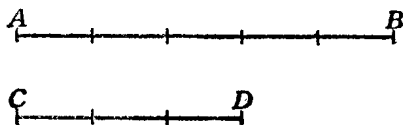
I 綫段的度量

1. 引言 我們已經知道怎样判定兩条綫段是不是相等和怎样比較它們的大小. 現在我們來研究怎样量綫段, 即用數來表示綫段的長度的問題.

綫段的度量根据的是下面的公理:

亞几歐得公理* 在長短不同的兩条綫段中, 無論較長的綫段怎样長, 較短的綫段怎样短, 我們總可以在較長的綫段上連續截取較短的綫段, 並且截取到某一次以後, 就得出下面兩種情形中的一種: 或者沒有剩余, 或者得到一條短於較短綫段的剩余綫段.

这个公理, 換一句話說就是: 如果 a 和 b 是兩条已知的綫段, 並且 $a > b$, 那末我們總可以求出一個整數 m , 使 $mb \leq a$, 並且 $(m+1)b > a$, 就是使 $mb \leq a < (m+1)b$.



2. 兩条綫段的公度

兩条綫段如果各含有第三條綫段的整數倍而沒有剩

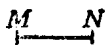


圖 1

余, 第三條綫段就叫做這兩條綫段的公度. 例如, 綫段 AB (圖 1)

* 亞几歐得(紀元前287年——紀元前212年)是希臘的數學家. 他是一個熱烈的愛國者. 當羅馬人圍攻希臘的塞拉庫薩城時, 他貢獻出自己所有的科學知識來領導防禦這個城市. 當這座城市陷落, 羅馬兵士闖進他家時, 他正在沙子上畫幾何圖形, 他恐怕兵士破壞他的圖形, 叫喊“不要動我的圖”. 但他終於被羅馬兵士殺死.

含有綫段 MN 的 5 倍, 綫段 CD 含有綫段 MN 的 3 倍, 綫段 MN 就是綫段 AB 和綫段 CD 的公度。

如果綫段 MN 是綫段 AB 和綫段 CD 的公度, 把 MN 分成 2、3、4 或者更多的等分的时候, 每一等分的綫段顯然也是 AB 和 CD 的公度。因此, 兩條綫段如果有某一个公度, 它們就一定有無數个公度。很容易看出, 在这無數个公度中, 沒有最小的一個, 但必定有最大的一個。

如果兩條綫段有公度, 那末最大的一個公度叫做這兩條綫段的最大公度。

3. 求兩條綫段最大公度的定理

定理 1 在兩條綫段中, 如果較長的綫段含有較短的綫段的整數倍而沒有剩余, 那末較短的綫段就是這兩條綫段的最大公度。

例如, 綫段 a (圖 2) 含有綫段 b 的 3 倍, 因為綫段 b 含有它本身的

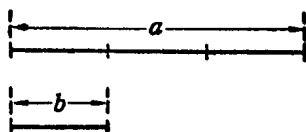


圖 2

1 倍, 所以綫段 b 是綫段 a 和綫段 b

的公度。其次, 綫段 b 不可能含有任何比它自己更長的綫段的整數倍, 所以綫段 b 就是綫段 a 和綫段 b 的最大公度。

定理 2 在兩條綫段中, 如果較長的綫段含有較短的綫段的整數倍而有剩余, 那末這兩條綫段的最大公度 (如果存在的話) 就是較短的綫段和剩余綫段的最大公度。

例如, 綫段 a 含有綫段 b 的 3 倍和剩余綫段 r (圖 3), 那末

$$a = b + b + b + r,$$

从这个等式我們可以得出:

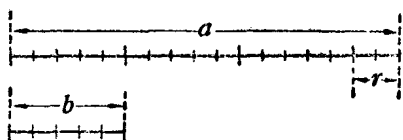


圖 3

(1) 如果綫段 b 和綫段 r 各含有某一條綫段的整數倍而沒有剩餘，那末綫段 a 也必定含有這一條綫段的整數倍而沒有剩餘。例如，綫段 b 含有某一條綫段的 5 倍，綫段 r 含有這條綫段的 2 倍，綫段 a 就含有這條綫段的 $(5+5+5+2)$ 倍，即 17 倍。

(2) 反過來，如果綫段 a 和綫段 b 各含有某一條綫段的整數倍而沒有剩餘，綫段 r 也就含有這條綫段的整數倍而沒有剩餘。例如，綫段 a 含有某一條綫段的 17 倍，綫段 b 含有這條綫段的 5 倍，那末綫段 a 中等於 $3b$ 的那一部分含有這條綫段的 15 倍，因此綫段 r 就含有這條綫段的 $(17-15)$ 倍，即 2 倍。

因此在兩組綫段

$$\overbrace{a \text{ 和 } b} \quad \overbrace{b \text{ 和 } r}$$

中，如果有公度存在，那末所有的公度必定都是相同的，所以它們的最大公度也必定是相同的。

4. 兩條綫段的最大公度的求法 例如要求兩條已知綫段 AB 和 CD (圖 4) 的最大公度。我們可以在較長的綫段 AB 上用圓規從一端 A 起連續截取等於 CD 的綫段，使截取的次數尽可能地多。這時根據亞几默得公理，可能發生下面兩種情形中的一種：

(1) 截取到某一次，正好截完而沒有剩餘，這時根據 §3 的定理 1 知道，綫段 CD 就是所求的最大公度。

(2) 截取到某一次, 得到比 CD 短的剩余綫段 EB (圖 4).

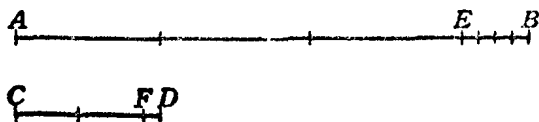


圖 4

这时根据 §3 的定理 2 知道, 問題可以变成求兩条較短的綫段的最大公度, 即求 CD 和第一回剩余綫段 EB 的最大公度. 要求它們的最大公度, 仍然可以依照上面的方法來進行, 在綫段 CD 上連續截取等於 EB 的綫段, 使截取的次数尽可能地多. 这时又可能發生两种情形中的一种: 或者 (1) 正好截完而沒有剩余, 那末 EB 就是所求的最大公度; 或者 (2) 得到比 EB 短的剩余綫段 FD , 那末問題又变成求另外兩条較短的綫段的最大公度, 即求 EB 和第二回剩余綫段 FD 的最大公度.

这样繼續輾轉相截, 我們会得到下面两种情形中的一种:

(1) 在輾轉相截若干回以后, 正好截完而沒有剩余;

(2) 輾轉相截的过程一直進行下去, 永远有剩余 (当然这只有在理論上是可能的, 在实际作圖时, 因为受到画圖儀器的限制, 我們不可能截取任意小的綫段).

在第一种情形, 最后一回的剩余綫段就是已知的兩条綫段的最大公度. 为了便於計算出在已知綫段中含有最大公度的多少倍, 我們可以順次寫出由每回相截所得到的等式, 例如由圖 4 我們可以得到下列等式:

$$\text{第一回相截} \cdots \cdots \cdots AB = 3CD + EB;$$

$$\text{第二回相截} \cdots \cdots \cdots CD = 2EB + FD;$$

第三回相截…………… $EB=4FD$.

在这些等式中,依次把下面的等式中的等量代入上面的等式,就得到

$$CD=2(4FD)+FD=9FD;$$

$$AB=3(9FD)+4FD=31FD.$$

在第二种情形,已知的兩条綫段不可能有公度,这点我們可以用反証法來証明. 假定已知的兩条綫段 AB 和 CD 有某一个公度,那末不但綫段 AB 和綫段 CD 含有这个公度的整数倍,而且剩余綫段 EB 也含有这个公度的整数倍,因而第二回的剩余綫段 FD 以及第三回、第四回等等的剩余綫段也含有这个公度的整数倍. 但是上面这些剩余綫段是逐次減小的,所以每一回的剩余綫段中所含的公度的倍数,都比它前面一回的剩余綫段所含的公度的倍数小. 因此如果把輾轉相截的过程繼續進行下去,一定有完結的时候(即不再得到任何的剩余). 但这和已知的条件相矛盾. 由此可知,已知的兩条綫段不能有任何的公度.

5. 有公度綫段和無公度綫段 如果兩条綫段有公度,那末这两条綫段叫做**有公度綫段**;如果兩条綫段沒有公度,那末这两条綫段叫做**無公度綫段**.

無公度綫段的存在,是不容易使人相信的,因为在繼續進行輾轉相截的过程中,好像总可以得到一个这样小的剩余綫段,由外表上看起来,上一回的剩余綫段正好含有它的整数倍. 实际上,这时还是可能得到某一条剩余綫段的,不过由於画圖儀器(圓規)精确度的限制和我們感覺器官(視覺)辨認力的限制,我

們觀察不到罷了。現在我們來證明無公度綫段是存在的。

6. 定理 正方形的對角綫和它的邊是無公度綫段。

因為正方形的對角綫把正方形分成兩個全等的等腰直角三角形，所以這個定理也可以用下面的說法來代替，即等腰直角三角形的斜邊和它的直角邊是無公度綫段。

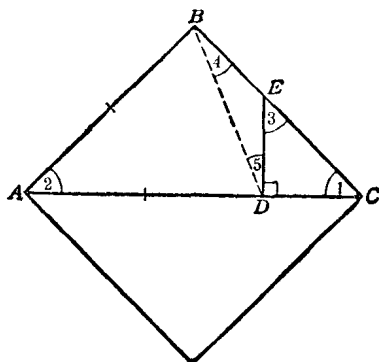


圖 5

要證明等腰直角三角形 ABC (圖 5) 的斜邊 AC 和直角邊 AB 是無公度綫段，我們先來證明等腰直角三角形的一個性質，即如果在等腰直角三角形 ABC 的斜邊 AC 上截取和一條直角邊相等的綫段 AD ，並且作 $DE \perp AC$ 交 BC 於 E ，那末所得到的直角三角形 EDC 也是等腰直角三角形，並且原三角形的直角邊 BC 上的綫段 BE 等於斜邊上的綫段 DC 。

為了證明這一個性質，我們連結 BD ，研究 $\triangle EDC$ 和 $\triangle BED$ 的各個角。因為 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，所以 $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$ 。因此在直角三角形 EDC 中， $\angle 3 = 45^\circ$ ，所以 $\angle 1 = \angle 3$ ，從而 $DC = DE$ 。由此可知 $\triangle EDC$ 是一個等腰直角

三角形.

在 $\triangle BED$ 中, $\angle 4$ 等於直角 ABC 減去 $\angle ABD$, $\angle 5$ 等於直角 ADE 減去 $\angle ADB$; 因為 $\angle ABD = \angle ADB$ (由於 $AD = AB$), 所以 $\angle 4 = \angle 5$. 由此可知 $BE = DE$. 但 $DC = DE$, 所以 $BE = DC$.

証明了這一個性質, 我們就開始來求綫段 AC 和綫段 AB 的公度. 因為 $AC > AB$, 並且 $AC < AB + BC$, 即 $AC < 2AB$, 所以在斜邊 AC 上截取等於直角邊 AB 的綫段, 截取一次后就得到一條比 AB 短的剩餘綫段 DC . 現在我們再在 AB 上截取等於 DC 的綫段. 由於 $AB = BC$, 所以我們也可以在 BC 上截取等於 DC 的綫段. 因為 $BE = DC$, 所以在 BC 上截取了一次之後, 就要在 EC 上截取等於 DC 的綫段. 但 EC 是等腰直角三角形 EDC 的斜邊, 而 DC 是它的直角邊; 所以現在又是要在等腰直角三角形的斜邊上截取它的直角邊, 結果當然要得到一條比直角邊短的剩餘綫段. 照這樣順次做下去, 就變成順次在新的較小的等腰直角三角形的斜邊上截取它的直角邊, 顯然這種過程是不会有完結的時候的. 輾轉相截的過程既沒有完結的時候, 那末綫段 AC 和綫段 AB 的公度就不存在, 即它們是無公度綫段.

7. 關於綫段的度量的概念 為了要量一條綫段, 我們取定一條已知綫段做標準, 並且用它在被量的綫段上尽可能地來截取. 這條取定做標準的已知綫段叫做長度單位. 從上面可以知道, 被量的綫段和長度單位可能有公度, 也可能沒有公度. 我們分別來討論這兩種情形.

(1) 設被量的綫段 a 和長度單位 l 有公度. 这时, 我們首先求出它們的最大公度, 並且判明綫段 l 和綫段 a 各含有这个最大公度的多少倍. 如果最大公度就是綫段 l , 度量的結果就是整

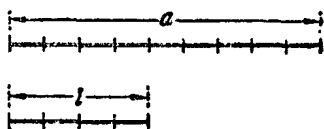


圖 6

數. 例如, 綫段 a 含有綫段 l 的 3 倍, 綫段 a 的長度就等於 3 個長度單位. 如果最大公度是綫段 l 的若干分之一, 度量的結果就是分數. 例如, 最大公度是綫段 l 的 $\frac{1}{4}$, 而綫段 a 含有这个最大公度的 9 倍(圖 6), 綫段 a 的長度就等於 $\frac{9}{4}$ 個長度單位.

量一條綫段所得的數, 叫做這條綫段的量數. 从上面的說明可以知道, 如果一條綫段和長度單位有公度, 用这个長度單位來量這條綫段所得的量數必定是一個整數或一個分數, 就是一個有理數.

(2) 設被量的綫段 a 和長度單位 l 沒有公度. 这时, 我們可以求出和長度單位 l 有公度的另外兩條綫段, 其中的一條略短於 a , 而另一條略長於 a , 並且這兩條綫段和 a 的差都可以任意小. 为了求出这样的兩條綫段, 我們可以用下面的方法來進行: 例如, 要求出和長度單位 l 有公度並且和綫段 a 的差小於 $\frac{1}{10}$ 長度單位的綫段, 就把長度單位 l 分成 10 個等分(圖 7) 並且

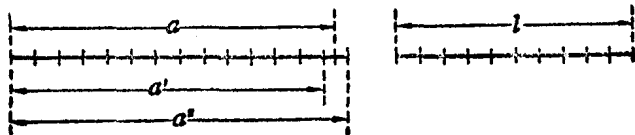


圖 7

用其中的一個等分在綫段 a 上連續截取, 使截取的次數尽可能

地多。設截取 13 次后得到一個小於 $\frac{1}{10}l$ 的剩余綫段，這時我們就得出了一條和長度單位有公度並且略小於 a 的綫段 a' 。再用 $\frac{1}{10}l$ 截取一次，可得出另一條和長度單位有公度並且略大於 a 的綫段 a'' 。這兩條綫段和綫段 a 的差都小於 $\frac{1}{10}l$ ，它們的長度分別等於 $\frac{13}{10}$ 長度單位和 $\frac{14}{10}$ 長度單位。 $\frac{13}{10}$ 和 $\frac{14}{10}$ 都可以認為是綫段 a 的長度的量數的近似值：第一個是不足近似值，第二個是过剩近似值。因為綫段 a 與綫段 a' 或 a'' 的差都小於長度單位的 $\frac{1}{10}$ ，所以通常說，這兩個近似值的每一個都表示綫段 a 的長度的量數精確到 $\frac{1}{10}$ 。

一般地說，為了求出綫段 a 的長度的量數的近似值精確到長度單位的 $\frac{1}{10^n}$ ，可以把長度單位 l 分成 10^n 個等分，並且求出綫段 a 含有 $\frac{1}{10^n}l$ 的多少倍，如果 a 含有 $\frac{1}{10^n}l$ 的 m 倍和一個小於 $\frac{1}{10^n}l$ 的剩余綫段，那末 $\frac{m}{10^n}$ 和 $\frac{m+1}{10^n}$ 就是綫段 a 的長度的量數的近似值，並且精確到 $\frac{1}{10^n}$ ，第一個是不足近似值，第二個是过剩近似值。

用上面的方法，我們可以求出一個有理數來表示綫段 a 的長度的量數的不足近似值或过剩近似值。

當綫段 a 和長度單位 l 沒有公度時，要求出一個數來表示綫段 a 的長度的量數的正確值，可以用下面的方法：

順次求得綫段 a 的長度的量數的不足近似值，首先精確到 0.1，然後精確到 0.01，再精確到 0.001，並且無限地繼續下去，每次的精確度都提高 10 倍。由這種過程就順次得出一列小數，首先是一位小數，然後是兩位小數、三位小數等等，越到後面小數

的位数越多。这样無限地繼續下去，就得到一个無限不循环小数（这个小数不可能是循环小数，因为如果是循环小数，就可以化成分数，綫段 a 和長度單位 l 就要有公度）。

从代数上可以知道，無限不循环小数叫做無理数。从上面的說明可以知道，如果一条綫段和長度單位沒有公度，用这个長度單位來量这条綫段所得的量数是一个無理数。

注意 順次求得綫段 a 的長度的量数的过剩近似值精确到 0.1 、 0.01 、 0.001 、……，也可以得到同一个無理数。事实上，具有相同精确度的不足近似值和过剩近似值，它們之間的差別僅在最后的某些小数位上。当順次提高精确度时，这些最后的小数位將离小数点向右方越來越远，兩個小数中数字相同的位数就越来越多。如果無限地繼續这种过程，由兩種情形所得出來的，必定是同一个無限不循环小数，即同一个無理数。

8. 兩条綫段的比 以后我們說到綫段的長度，在長度單位已經确定的时候，应当理解为就是这綫段的量数。

兩条綫段的比就是用同一个長度單位來量它們所得的量数的比。

兩条綫段的比和所取的長度單位無關。例如，取原來長度單位的 $\frac{1}{3}$ 为新的長度單位，那末每条綫段所含新單位的数目都是所含原單位的数目的 3 倍，所以，在表示兩条綫段的比的分数中，分子和分母都擴大 3 倍，而分数的值並不發生变化。

从上面所說的可以知道：

一条綫段的量数就是这条綫段和長度單位的比。

兩条綫段 a 和 b 的比也就是用 b 做長度單位去量 a 所得的量数。

如果兩条綫段有公度，那末它們的比是一个有理数；如果兩

条綫段沒有公度，那末它們的比是一個無理數。

9. 比例綫段 如果綫段 a 和 b 的比等於綫段 c 和 d 的比，即 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，我們就說这四条綫段 a, b, c, d 成比例。这时，綫段 a 和 d 叫做比例的外項，綫段 b 和 c 叫做比例的內項，綫段 d 叫做綫段 a, b, c 的第四比例項。

如果綫段 a, b, c 之間有 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 的關係，那末綫段 b 叫做綫段 a 和 c 的比例中項。

因為我們把綫段的長度理解為就是它的量數，所以綫段的比和由綫段組成的比例分別具有數的比和由數組成的比例的性質。下面一些性質是我們以後常常要應用到的。

(1) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那末 $ad = bc$ 。

(2) 如果 $ad = bc$ ，那末 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 。

(3) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那末 $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (反比定理)。

(4) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那末 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ， $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ (更比定理)。

(5) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那末 $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (合比定理)。

(6) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，並且 $a > b$ ，那末 $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (分比定理)。

(7) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，並且 $a > b$ ，那末 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (合分比定理)。

(8) 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ ，那末

$$\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots \quad (\text{等比定理}).$$

習 題 一

1. 如果 l 是一条已知綫段, 在下列各种情况下, 求綫段 a 和 b 的最大公度各是綫段 l 的多少倍:

- (1) a 含有 l 的 6 倍, b 含有 l 的 4 倍;
- (2) a 含有 l 的 7 倍, b 含有 l 的 4 倍;
- (3) a 含有 l 的 8 倍, b 含有 l 的 4 倍;
- (4) l 含有 a 的 2 倍, l 含有 b 的 3 倍.

2. 如果綫段 a 含有綫段 l 的 54 倍, 綫段 b 含有綫段 l 的 15 倍; 那末在綫段 a 上連續截取等於 b 的綫段后所得的比 b 短的剩余綫段 r 含有 l 的几倍?

3. 在上題中, 綫段 a 和 b 的最大公度是綫段 l 的多少倍? 綫段 b 和 r 的最大公度是綫段 l 的多少倍?

4. 如果綫段 a 和 b 分別含有綫段 l 的 207 倍和 93 倍, 在 a 上連續截取 b 后所得的比 b 短的剩余綫段是 r_1 , 在 b 上連續截取 r_1 后所得的比 r_1 短的剩余綫段是 r_2 , …….

- (1) 求 $r_1, r_2, \dots$ 各含有 l 的多少倍;
- (2) 求綫段 a 和 b 的最大公度含有 l 的多少倍.

5. 綫段 a 和 b 輻轉相截, 各圓的剩余綫段分別為 r_1, r_2, r_3 , 並且

$$a = 3b + r_1,$$

$$b = 2r_1 + r_2,$$

$$r_1 = 4r_2 + r_3,$$

$$r_2 = 5r_3.$$

- (1) 求 a 和 b 的最大公度;
- (2) a 和 b 各含有这个最大公度的多少倍?

6. 如果等腰三角形的一個底角等於 36° , 那末它的底邊和腰是無公度綫段.

7. 用 §7 的方法求:

(1) 以一個正方形的邊為長度單位, 量它的對角綫所得的量數(精確到 0.1).

(2) 以一个等边三角形的边为长度单位, 量它的高所得的数(精确到 0.1).

8. (1) 点 K 分线段 AB 的比为 $5:3$ (即 $AK:KB=5:3$), 求 $AB:AK$ 和 $AB:KB$.

(2) 点 K 分线段 AB 的比为 $m:n$, 求 $AB:AK$ 和 $AB:KB$.

9. 延长线段 AB 到 K , 使 $AK:KB=5:3$, 求 $AK:AB$.

10. 已知 C 是线段 AB 上的一点, D 是 AB 的延长线上的一点, 并且 $AD:DB=AC:CB$. 如果 $AB=6\text{cm}$, $AC=3.6\text{cm}$; 求 AD 和 DB 的长.

11. 已知线段 DE 分别交 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 于 D 和 E , 并且 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$; 求证:

$$(1) \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{EC};$$

$$(2) \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}.$$

12. 已知线段 DE 分别交 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 于 D 和 E , 并且 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$; 求证:

$$(1) \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE};$$

$$(2) \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$$

13. 在第 12 题中, 如果 $AB > AC$, 求证 $\frac{AB+AC}{AB-AC} = \frac{AD+AE}{AD-AE}$.

14. 在第 12 题中, 如果 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{5}{3}$, 并且 $\triangle ABC$ 的周长为 6cm , 求 $\triangle ADE$ 的周长.

15. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{e}$; 那末 $d=e$.

16. 已知线段 x 是线段 a 和 b 的比例中项, 求证 $x = \sqrt{ab}$.