

全国各类成人高等学校招生考试丛书

2003 版

数学

理工农医类

及解题指导

人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学及解题指导. 理工农医类/人民教育出版社中学数学室编著. —北京: 人民教育出版社, 2002
(全国各类成人高等学校招生考试丛书)

ISBN 7-107-15650-0

I. 数…

II. 人…

III. 数学—成人教育: 高等教育—入学考试—解题

IV. G723. 46

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 044250 号

人民教育出版社 出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京市房山印刷厂印装 全国新华书店经销

2002 年 6 月第 1 版 2002 年 7 月第 1 次印刷

开本: 787 毫米 × 1 092 毫米 1/16 印张: 23.25

字数: 507 千字 印数: 00 001 ~ 80 000 册

定价: 25.00 元

如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。

(联系地址: 北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编: 100078)

说 明

根据教育部 2002 年颁布的《全国各类成人高等学校招生考试大纲——高中起点升本、专科》，我们出版了新的《全国各类成人高等学校招生考试丛书》（以下简称《丛书》）。新版《丛书》紧扣新大纲，覆盖了新大纲规定的全部考试内容，学习起点低，重点突出，能够满足不同水平的各类成人考生复习备考的需要，适于自学。与原有的《丛书》相比，新版《丛书》实用性、针对性更强。

全套《丛书》包括语文、数学（分文科、理科两册）、英语、日语、物理化学综合科（分第一分册、第二分册两册）、历史地理综合科（分第一分册、第二分册两册）6 科，共计 9 册，供参加全国各类成人高校招生考试高中起点升专科（含高职）、本科的考生使用。

这套《丛书》除供各类成人高等学校考生复习备考用外，也可供成人高中、中等职业学校的学生、教师和教研人员学习、参考。

本册书是全国各类成人高等学校招生考试丛书《数学及解题指导（理工农医类用）》分册。内容按照新修订的全国各类成人高等学校招生《复习考试大纲》数学（理工农医类）复习考试范围分十五章。每一章包括“内容提要”、“复习要求”、“例题”、“习题”、“习题答案、提示”五项。内容提要概括地介绍了本章的基础知识。复习要求根据《复习考试大纲》规定的要求，结合具体内容详细地说明应达到的程度。例题为基础知识的运用作出了示范，并通过解题前的“分析”和解题后的“注意”，帮助读者掌握解题思路和解题中应注意的问题。习题供复习时选用。全书还附有两份测试卷（理工农医类）及其参考答案。各类题目较多地增加了选择题、填空题等题型，以适应当前标准化考试改革的需要。全书注意贯彻使用有关量和单位的国家标准。

本书经教育部学生司、考试中心组织部分大纲编写、审定专家和例题研究人员审定，并提出修改意见。

本书由我社中学数学室编写。由高存明任主编，参加编写的有金桂堂、蔡上鹤、颜其鹏、高存明、高尚华、薛彬、俞求是、章建跃。责任编辑是颜其鹏。

为了把本书写得更好，对本书存在的不足之处，欢迎读者批评指正。

人民教育出版社中学数学室

2002 年 6 月

前 言

下面是我们对新修订的《成人复习考试大纲》**数学科**的一些说明,作为这本书的前言,以指导考生复习。

二〇〇二年五月十七日教育部发布了[教学2002]8号文件《教育部关于从2003年起调整成人高校招生科目设置的通知》,通知规定高中起点升专科、高中起点升本科考试按文科、理科分别设置科目。其中高中起点升专科考试科目为语文、数学、外语三门,主要考查考生是否具备接受高等专科层次教育的基本要求。考虑到本科教育与专科教育培养目标和教学要求的不同,报考高中起点升本科的统考科目的理科类考生增加一门“物理学综合课”,文科类考生增加一门“历史地理综合课”。这样的科目设置无疑增加了数学科在高中起点考试,特别是高中起点升专科考试中的重要性。因为数学科考试的标准差近年来都比较大,这一方面说明考生的数学水平差异较大,另一方面说明数学科的考试能将考生的差异充分的展示和呈现出来,因此考生的数学成绩对其总分有很大的影响,从一定的意义上讲是整个考试成败的关键,因此搞好数学科的复习就显得尤为重要了。

根据[教学2002]8号文件的要求,教育部考试中心在五月份对《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》进行了修订。本次修订大纲的基本思想是着重体现重视考试过程,促进素质教育,提高全民族的文化素质。充分考虑到成人考生的特点与成人教育的规律,并注意到大纲是考试命题的依据以及对考生备考的导向作用,因此修订后的大纲既要突出近现代数学知识与思想,又要保持知识的系统性、宽泛性。鼓励考生使用计算器进行数值计算,并加强应用数学知识分析与解决实际问题的能力考查,以利于教学改革与形势发展相适应。本次修订中增加了导数内容的要求,同时删除了数、式、方程和方程组内容,可以说是继2000年大纲修订以来又一次重大的修订。

一、更新知识基础

在保证为继续学习提供必要的基础知识的前提下,本次修订删除了初中数学的部分知识,以实现基础知识的不断更新。删除的内容主要包括代数部分的数、式、方程和方程组、指数与对数两部分内容。

必须说明的是,数、式、方程和方程组是代数中最基本的、最重要的内容,中学数学知识是建立在数、式、方程和方程组的基础之上的,考试中解题也是以此为工具和基础的,因此考生对这部分知识应予以足够的重视,但考试命题仍以大纲规定的内容为主。将指数与对数的概念以及有关运算放在函数内容中,作为研究指数函数与对数函数的必要预

备知识，考试中以指数函数、对数函数的概念、性质、图象为考查重点。

二、增加近现代内容

在删除部分初中数学内容的同时，增加了导数等一些近现代的数学知识。

1. 增加了导数初步内容，包括导数的概念及其几何意义，一些基本初等函数的导数，函数的极大值、极小值、最大值、最小值的概念，会求曲线的切线方程，会用导数求简单实际问题的最大值和最小值等。

2. 对知识结构作了必要的调整，概率与统计初步部分作为独立知识的部分。将原大纲中的排列、组合与二项式原理内容移至此部分，将原来的概率和统计初步分为概率初步和统计初步，并在统计初步中增加了线性回归的方法及其简单应用，以加强考生对现实世界中随机现象的统计规律性的认识。

这是在 2000 年增加了概率和统计初步、平面向量和空间向量内容后，又一次增加应用性和工具性内容。进一步增加内容是基于下面的考虑：首先这些内容都是现代数学的重要的基础知识。在生产和科学技术飞速发展的当今社会，概率统计的应用已渗透到整个社会的方方面面，从而使概率统计的基础知识成为一个普通公民的必备常识。在日常生活中，每天的天气预报都要预报降水概率，而我们的高中生还没有接触概率统计，不能不说是个缺憾。其次，这些内容是一些重要的处理问题的方法和重要的数学工具。概率统计在研究对象和方法上与以前学习的确定数学有所不同，是一种处理或然的或随机事件的方法。对过去的必然的因果关系的处理方法是一种完善和补充。向量由于具有几何形式和代数形式的“双重身份”，使它成为中学数学知识的一个交汇点，成为联系多项内容的媒介。由于平面向量作为一种有向线段本身就是直线上的一段，其向量的坐标可用其起点、终点的坐标表示，因此向量与平面解析几何，特别是其中直线部分保持着天然的联系。而空间向量是处理空间问题的重要方法，通过将空间元素间的位置关系转化为数量关系，将过去的形式逻辑证明转化为数值计算，化繁难为简易，化复杂为简单。

在本次修订中增加了导数内容。导数、变化率是数学历史上一个重要的转折，由此数学发展到了变量数学的新阶段，开辟了数学研究的崭新天地，是具有划时代意义的里程碑。增加这部分内容，可以加强对考生由有限到无限的辩证思想的教育，使考生能以导数为工具研究函数的变化率，为解决函数极值问题提供更为有效的途径、更简便的手段，加强对函数的深刻理解和直观认识。事实上，考生复习备考的过程是一个再学习的过程，也应是一个有意义学习的过程，如何有效利用考生有限的复习备考时间，学习掌握更为有用的数学知识，不但对能上大学继续学习的考生至关重要，对那些没能上大学的考生更有实际意义。这也是增加新的数学考试内容的一个重要考量因素。增加现代数学内容也是顺应中等职业教育和普通中等教育的改革方向，配合有关课程的改革。同时有利于降低试题的难度，符合成人高考的特点。

在新增加的内容部分也体现了文理科的差异，文科只要求会求多项式函数的导数，理科则增加了以 e 为底的对数函数和指数函数的导数的要求。相应地，理科还增加了函数的

极限、函数极限的四则运算、函数的连续等内容。因为导数内容是初次进入成人高考，所以在复习和考试中应本着简化概念，注重运算，落实应用的原则，掌握好这部分内容的要求尺度。

三、注重数学应用，考查应用意识

加强应用意识的培养与考查是时代的需要，是数学教育改革的方向，同时也是由数学学科的特点所决定的。注重数学知识在实际问题中的应用，加强对运用数学知识分析问题和解决问题能力的考查，是近年成人高考改革的一项重要内容。从九十年代末，数学科逐步加强了对数学应用的考查。

应用问题的主要特点是，密切结合数学知识内容，考查数学的重点知识。要求考生从实际问题出发，分析其中的数量关系，综合得到相应的数字模型的数学表达式，应用函数、数列、不等式、三角函数等基本知识，及基本的数学思想和方法解决实际问题。应用问题设计的应用背景有较强的现实气息，密切联系国家政治、经济和人民生活的实际，同时题材又很朴实，易为考生所理解和接受，使绝大多数考生能够较快读懂题意，明确所求解的实际目标及相对应的数字未知量，因此可以根据题意建立数字模型，把实际问题转化成数字问题。应用图象、表格、文字等多种形式表述问题，可以简明表示数学模型，贴近考生的知识水平和生活现实。解答数学应用问题是分析问题和解决问题的能力的高层次表现，反映出考生的创新意识和实践能力。

2000年在增加向量、概率等新内容后，使应用问题的考查更加富有新意，反映出新增加的数学内容在解决实际问题中的重要作用。使应用问题有较丰富的数学内涵，能较深刻地考查出考生的数学思维层次，提高区分度。

应用题是对考生“综合实力”的考查，是考查能力与素质的良好题型。近几年应用题的编拟更加注重语言的简洁、准确，选用的背景清新、真实，抽象出的数学模型具体、简明，解决问题所使用的方法常规、简便，具有普遍意义；所涉及的都是数学基本内容、思想和方法，摒弃了繁琐的数学运算，突出了对数学思想、方法和综合分析问题能力的考查。特别是借助计算器，更好地发挥了应用题的考查功能。

四、使用计算器简化数值计算

计算器进入成人高考已有两年，发挥了良好的作用。

首先，由于计算器可以迅速准确地进行计算，可以完成较为繁琐复杂的计算，减轻了考生的计算负担，将考生从烦琐的数字计算中解脱出来，减少计算所用的时间。其次，考生使用计算器还可以促进应用问题的考查，因为实际问题中的数据一般不是整数，而且还需要一些复杂的运算，考生处理时比较困难。计算器的使用正好轻而易举地克服这一困难，使应用问题更加真实，切合实际。所以高考试题的取材可以较过去更广泛、更贴近实际，应用题人为技术处理的因素将减少，题目更加真实、贴切。最后，有利于加强对思维能力的考查。在考试中使用计算器，可使考生从计算中赢得时间，用于思考和推理，减少考生由于计算造成的错误；利用计算器的一些特有功能，方便了考生在考试中进行复查，

减轻了考生记忆的负担,使试题更注重观察、分析和推理能力的考查.

在两年的全国成人高考数学试题中,充分体现了计算器辅助考试有助于能力考查的优越性,试卷中可以借助计算器的题目约占总分的50%.其中,不用计算器就难以做出的题目约占总分的7%;不用计算器虽可做出,但用计算器则较方便的题目约占总分的15%;不用计算器虽可做出,但用计算器则有一定帮助的题目约占总分的7%;虽可用计算器但其辅助作用不大的题目占总分的20%.

使用不同功能的计算器,对考试的辅助作用也不尽相同.在不超过考试限定功能的条件下,无函数功能的简单计算器对考试基本无帮助;而在函数计算器中,有双行显示(一行显示运算过程,一行显示结果)、四向光标(水平两向用于编辑修改,竖直两向用于调出复查)、分数表示、输入顺序和手写顺序一致、角度和弧度的互换、概率等功能的机型,无论在运算上还是在操作上,都给考试带来极大的方便.在2001年计算器初次进入考场时,多数考生由于平时没有使用计算器的习惯,以致于在考试中不善于使用计算器,甚至有的考生干脆放弃使用计算器的宝贵权力.也有的考生由于基础太差,便对计算器的使用没有引起足够的重视.这种情况在2002年的考试中有所改观.相信,教师 and 考生在今后的教学中,一定会逐步形成使用计算器的良好习惯,考试题也会越来越以考查能力为主,特别是应用题将有条件更加贴近实际、突出能力,同时现代技术的运用也将成为高校选拔合格人才的一个条件.

五、全面考查基础知识,适当控制试题难度

初等数学的基础知识,是考生进入高等学校继续学习的基础,也是参加社会实践的必备知识,考查考生对基础知识的掌握程度,是数学高考的重要目标之一.对数学基础知识的考查,要求全面,但不刻意追求知识点的百分比,对支撑数学科知识体系的主干知识,考查时保证较高的比例并保持必要的深度.即重点知识重点考查,如函数关系及性质,坐标方法的运用等内容的考查都保持较高的比例,并达到必要的深度.

数学科高考反对死记硬背,但并不排除对所学知识的识记.强调能力考核,并不意味着要削弱对基础知识和基本理论的要求.不能借口能力考核或理论联系实际而弱化、淡化基础知识、基本理论.相反,学生是否具有较为扎实的基础知识和基本理论,是数学命题贯彻理论和实际相结合的原则的前提,也是教学中培养、提高学生分析问题和解决问题的能力的基础.近几年来,相当一部分考生在答题中的一些失误,并不是因缺乏灵活的思维和敏锐的感觉,而恰恰是因为对教学大纲中规定的基础知识、基本理论的掌握还存在某些欠缺,甚至有所偏废所致.考生对所学知识的掌握缺乏整体性、条理性是较为普遍的现象.

在近年的成人高考中,对传统的计算题降低了试题难度要求,同时降低了对解题技巧的要求,加强了对中学数学的通性通法的考查.对新增加的知识点,一般都控制要求层次,命题时以基本题为主.对一些传统内容,如立体几何,由于引入了空间向量,试题的难度有所降低,今后应进一步控制试题难度,使多数考生都能入手做题.同时考生也应当

克服畏难或侥幸心理。一方面,新增加的内容的要求一般都在了解和识记的层次,考生只要对所考查的内容有初步的了解就能够动手做题,而且都能得到开头部分的基本分数。另一方面,新增加的内容为大纲修订和考试改革的亮点,考试时一定会有所涉及;而立体几何等传统内容在大纲里是独立的一个部分,在试卷中应占有15%的比例,一定要出题考查。因此考生不要存在任何的侥幸心理,一定要全面复习基础知识,形成科学、合理的知识结构,这样不但在考试中能取得良好的成绩,对今后的个人发展也将有重大的意义。

六、调整试卷内容比例

代数部分减少十个百分点,在文、理两份试卷中,概率与统计初步部分都分别占10%。因为在代数部分删除了“数、式、方程和方程组”的要求,而将其作为解题的基础和工具,因此减少了代数部分的比例。而在2000年大纲修订时,概率与统计初步部分只是作为代数的一部分内容,考试中其要求一般是控制在基础层面上,经过两年的考试实践,考生已经逐步熟悉和掌握了这部分内容,并且逐渐适应了考试的要求,在此基础上,这部分内容的考试要求应不局限于了解和识记层次,可以有进一步的拓展和发挥,因此将这部分知识内容单列,意在适当强化对这部分内容的要求。同时由于“排列、组合与二项式原理”移至这部分,增加其比例也是适当的。

七、调整题型分值比例

在这次修订中,保持了三种题型和其比例的基本试卷结构,但在试题示例中将填空题由每小题5分、共20分,调整为每小题4分、共16分。解答题由55分调整到59分,解答题数量不变,但分值增加了。减少填空题每小题的分值和总分值有利于减少考生随机失分现象,同时解答题分值的增加有利于注重考查思维过程,可以更客观地反映考生真实水平。

目 录

第一部分 代 数

第 0 章	数、式、方程和方程组	2
第一章	函数	34
第二章	不等式和不等式组	82
第三章	数列	103
第四章	复数	120
第五章	导数	142

第二部分 三 角

第六章	三角函数及其有关概念	158
第七章	三角函数式的变换	167
第八章	三角函数的图象和性质	187
第九章	解三角形	203

第三部分 平面解析几何

第十章	平面向量	219
第十一章	直线	233
第十二章	圆锥曲线	252

第四部分 立体几何

第十三章	立体几何	280
------	------	-----

第五部分 概率与统计初步

第十四章	排列、组合与二项式定理	308
第十五章	概率与统计初步	334
测试卷 I (理工农医类)		350
测试卷 I 参考答案及评分标准		353
测试卷 II (理工农医类)		356
测试卷 II 参考答案及评分标准		359

第一部分

代 数

第0章 数、式、方程和方程组

【内容提要】

一、数

1. 实数系

(1) 有理数

整数和分数统称为有理数. 有理数可以用既约分数 $\frac{m}{n}$ (m, n 是整数, $n \neq 0$ 且 m, n 互质) 表示, 整数可以看作分母是 1 的分数.

任何有限小数和无限循环小数都是有理数. 反之, 任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数的形式.

(2) 无理数

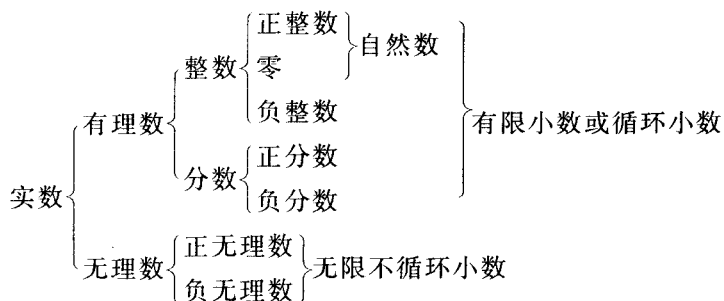
无限不循环小数称为无理数.

例如, $\sqrt{2}=1.41421356\cdots$; $\pi=3.14159265\cdots$; $e=2.71828182\cdots$.

(3) 实数

有理数和无理数统称为实数.

实数系表如下:



注意 实数系可以进一步扩展, 成为复数系. 参见本书第四章.

2. 有关实数的基本概念

(1) 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴. 如图 0-1 所示:

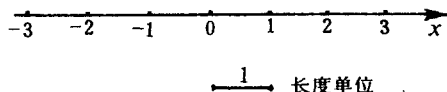


图 0-1

实数与数轴上的点是一一对应的。即数轴上的每一个点都表示惟一的实数；反之，每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示。

(2) 相反数

只有符号不同的两个数，叫做互为相反数。零的相反数是零。

在数轴上，互为相反数的两个点分别在原点的两侧，且到原点的距离相等。

(3) 倒数

1 除以某数的商叫做这个数的倒数。零没有倒数。若数 $a \neq 0$ ，则 a 与 $\frac{1}{a}$ 互为倒数，且有 $a \times \frac{1}{a} = 1$ 。

(4) 绝对值

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离。

(5) 实数的大小比较

数轴上任一点所对应的数总大于该点左边任一点所对应的数。

正数大于零，零大于负数，正数大于负数。两个正数相比较，绝对值较大的数就大；两个负数相比较，绝对值较大的数反而小。

3. 实数的运算

(1) 基本运算：实数可进行加、减、乘、除、乘方等运算，对非负实数还可进行开方运算。实数加、减、乘、除（除数不为零）、乘方的结果仍是实数。任何实数都可以开奇次方，结果仍是实数，只有非负实数，才能开偶次方，其结果仍是实数。

(2) 运算法则

加法：同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加。异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。任何数与零相加等于原数。互为相反数的两数相加等于零。

减法：减去一个数，等于加上这个数的相反数。

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。零乘以任何数都得零。任何数乘以 1 都等于原数。

除法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。零除以任何一个不为零的数等于零。任何数除以一个不为零的数，等于乘以这个数的倒数。零不能作除数。

乘方：几个相同的因数相乘的运算叫做乘方，乘方运算的结果叫做幂。如

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdots \cdot a}_{n \text{ 个}} = a^n$$

其中 a 叫做底数, n 叫做指数, a^n 表示 n 个 a 相乘所得的积, 叫做 a 的 n 次幂. n 是正整数时, a^n 也叫做 a 的正整数次幂.

正数的任何次幂是正数; 负数的偶次幂是正数, 奇次幂是负数; 零的正数次幂等于 0.

开方: 如果 $x^n = a$ (n 是大于 1 的整数), 那么 x 叫做 a 的 n 次方根. 求 a 的 n 次方根的运算, 叫做把 a 开 n 次方, 简称开方. 其中 a 叫做被开方数, n 叫做根指数.

正数的奇次方根是一个正数, 正数的偶次方根有两个, 这两个方根互为相反数, 零的 n 次方根都是零. 负数的奇次方根是一个负数, 在实数范围内, 负数没有偶次方根.

(3) 运算律: 设 a 、 b 、 c 为任意实数, 则有:

运 算 律	加 法	乘 法
交 换 律	$a+b=b+a$	$a \cdot b=b \cdot a$
结 合 律	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$
分 配 律	$a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c$	

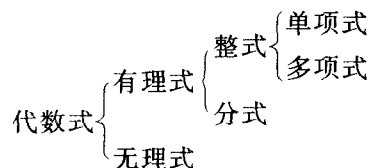
(4) 运算顺序: 在同一个式子里, 先乘方、开方, 然后乘、除, 最后加、减. 有括号时, 由最里层的括号算起, 逐层去掉括号. 有时根据运算律可改变上述顺序.

二、式

1. 代数式及其分类

代数式是由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子. 单独的一个数或者一个字母也是代数式. 用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值.

代数式分类如下:



2. 整式

(1) 整式的有关概念

单项式: 由数与字母相乘形式的代数式, 叫做单项式. 如 $3x^2y$, $-\frac{1}{2}x$, $\dots$. 单独一个数或字母也是单项式, 如 $\frac{2}{3}$, $-a$, $\dots$.

多项式: 几个单项式的代数和叫做多项式. 如 $3x^2-2x+8$, $2a+3b$, $\dots$. 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的项, 包括符号在内; 不含字母的项, 叫做常数项; 次数最高的项的次数, 叫做多项式的次数.

整式: 单项式和多项式统称整式. 整式是不用字母做除数的有理式.

(2) 整式的运算: 整式能进行加、减、乘的运算. 整式加、减、乘的结果仍是整式. 整式可以进行带余除法的运算. 整式的运算符合交换律、结合律、分配律.

(i) 整式的加减法

合并同类项: 在多项式中, 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项, 叫做同类项. 合并同类项的方法是: 把同类项的系数相加, 所得的结果作为和的系数, 字母和字母的指数不变.

去括号法则: 如果括号前面是Ⓔ号, 则去掉括号, 括号内的各项不变号; 如果括号前面是减号, 则去掉括号, 括号内的各项都变号.

整式的加减法: 实际上就是合并同类项. 如有括号时, 先根据去括号法则, 去掉括号, 再合并同类项.

(ii) 整式的乘法

幂的运算法则:

$$\begin{aligned}a^m \cdot a^n &= a^{m+n}, \\a^m \div a^n &= a^{m-n} (a \neq 0, m > n), \\(a^m)^n &= a^{mn}, \\(ab)^n &= a^n b^n.\end{aligned}$$

单项式乘单项式: 把系数的乘积作为积的系数, 并把同底数的幂相乘, 对于只在一个单项式里有的字母, 连同其指数作为积中的一个因式.

单项式乘多项式: 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加, 即

$$a(b + c - d) = ab + ac - ad$$

多项式乘多项式: 用一个多项式的每一项去乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加, 即

$$(a + b)(m + n) = am + an + bm + bn$$

常用的乘法公式:

$$\begin{aligned}(a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2, \\(a + b)(a - b) &= a^2 - b^2, \\(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) &= a^3 \pm b^3, \\(a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.\end{aligned}$$

(iii) 整式的除法

单项式除以单项式: 把被除式的系数、幂分别除以除式的系数、同底数幂, 作为商的因式, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式.

多项式除以单项式: 先把多项式的每一项除以单项式, 再把所得的商相加.

多项式除以多项式:先把两个多项式都按同一个字母降幂排列,若被除式有缺项,则需空位补0,然后用竖式演算.

(iv) 多项式的因式分解:

把一个多项式化为几个整式的积的形式,叫做多项式的因式分解.常用的方法有:提公因式法;公式法;分组分解法;十字相乘法;求根公式法等.

3. 分式

设 A 、 B 表示两个整式,如果 B 中含有字母,式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式(注意分母 B 的值不能为零,否则分式没有意义).分子与分母没有公因式的分式,叫做最简分式.

(1) 分式的基本性质

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \text{ 为不等于零的整式}).$$

(2) 分式的符号法则 分式的分子、分母与分式本身的符号,改变其中的任何两个,分式的值不变.

(3) 分式的运算

$$\text{分式的加减法: } \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd};$$

$$\text{分式的乘法: } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\text{分式的除法: } \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc};$$

$$\text{分式的乘方: } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

4. 二次根式

(1) 二次根式的有关概念

正数 a 的正的平方根,叫做 a 的算术平方根.零的平方根是零.式子 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 叫做二次根式.

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0);$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

被开方数的每一个因式的指数都小于根指数2,被开方数不含分母的二次根式,叫做最简二次根式;几个二次根式化成最简二次根式以后,如果被开方数相同,这几个二次根式就叫做同类二次根式.

(2) 二次根式的运算

二次根式的加减:先把各根式化为最简根式,再合并同类根式;

二次根式的乘除:按下列性质进行

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0),$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

(3) 分母有理化

如果被开方数是一个分式（或分数），用一个适当的代数式同乘分子与分母，使分母成为完全平方式，再开方，移到根号外从而化去根号内的分母的过程，叫做分母有理化。

其中适当的代数式是指分母的有理化因式。在二次根式中，常见的互为有理化因式的有： $\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a}$ ； $a \pm \sqrt{b}$ 与 $a \mp \sqrt{b}$ ； $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a} \mp \sqrt{b}$ 等。

三、方程

1. 方程的有关概念

(1) 方程：含有未知数的等式叫做方程。

(2) 方程的解：能使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。

(3) 解方程：求方程的解或说明方程无解的过程，叫做解方程。

(4) 同解方程：如果两个方程的解完全相同，则这两个方程叫做同解方程。

(5) 同解原理：

(i) 方程的两边都加上（或都减去）同一个数或同一个整式，所得方程与原方程是同解方程。

(ii) 方程的两边都乘以（或都除以）不等于零的同一个数，所得方程与原方程是同解方程。

2. 一元一次方程

形如 $ax + b = 0 (a \neq 0)$ 的方程，叫做一元一次方程。它的解为 $x = -\frac{b}{a}$ 。

注意 当 $a = 0$ 时， $ax + b = 0$ 不是一元一次方程。这时，如果 $b \neq 0$ ，方程无解，如果 $b = 0$ ，则方程有无穷多个解。

3. 一元二次方程

形如 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的方程叫做一元二次方程。

(1) 解法

(i) 因式分解法；

(ii) 配方法；

(iii) 公式法

$$\text{求根公式 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(2) 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 。

当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；

当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；

当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实数根.

(3) 根与系数的关系

如果 α, β 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个根, 则有 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$. 反过来, 如果有 $\alpha + \beta = p$, $\alpha\beta = q$, 则

$x^2 - px + q = 0$ 是以 α, β 为根的一元二次方程.

四、方程组

1. 方程组的有关概念

由几个方程联立起来组成的一组方程, 叫做方程组; 方程组里各个方程的公共解, 叫做方程组的解; 求方程组的全部解或判断方程组没有解的过程叫做解方程组.

2. 一次方程组

由几个一次方程组成并含有两 (三) 个未知数的方程组, 叫做二 (三) 元一次方程组.

二元一次方程组的解法有: 代入消元法; 加减消元法等.

三元一次方程组的解法是用代入消元法或加减消元法, 通过“消元”使其转化为二元一次方程组来解.

3. 简单的二元二次方程组

形如 $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ 的方程叫做二元二次方程.

由一个二元二次方程和一个二元一次方程, 或由两个二元二次方程组成的方程组, 叫做二元二次方程组.

由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的二元二次方程组, 可用代入法来解; 由两个二元二次方程组成的方程组只限于解几种特殊的类型的方程组 (主要指以下几种类型: 用加减消元法可消去某一个未知数的, 可消去二次项的, 以及至少有一个方程可以分解成两个一次方程的).

【复习要求】

一、理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念, 会进行有关计算.

1. 理解什么叫有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、算术平方根. 知道有理数、实数之间的关系; 会进行实数大小的比较; 会求一个数的相反数; 会求一个数的绝对值. 知道算术平方根一定是非负数.

2. 会熟练地进行实数的加、减、乘、除、乘方的运算, 会进行非负实数的开方的运算.

二、理解有关整式、分式、二次根式的概念, 掌握它们的一些性质和运算法则.

1. 理解什么叫单项式、多项式、整式、分式. 对给定的有理式会判断它是整式还是分式.