

偏振光学

◎ 廖延彪 著

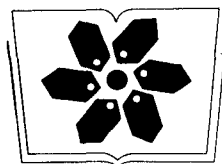


科学出版社

www.sciencep.com

0436.3

L561



中国科学院科学出版基金资助出版

偏 振 光 学

廖延彪 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书从光的电磁理论出发,全面论述了光的偏振特性、处理偏振光学问题的主要方法以及偏振光的典型应用。具体内容包括:光在各向同性和各向异性介质中的传播规律,处理偏振光学问题的矩阵计算法和图示法,各种偏振器件(偏振器、波片和补偿器、隔离器、光纤偏振器、偏振控制器以及消偏器等)的性能及其测试方法,晶体中的偏振效应及其在多重效应下的传输特性,光纤中的偏振效应以及偏振光的典型应用(磁光效应、电光效应、弹光效应以及旋光效应等的应用)举例等。

本书可供从事光电子技术、光学测试、光学器件和光电无损检测方面工作的科研人员和工程技术人员阅读,也可供光电子、光纤、光学仪器、光电检测等相关专业的研究生和本科生参考。

图书在版编目(CIP)数据

偏振光学/廖延彪著. —北京:科学出版社,2003

ISBN 7-03-011159-1

I. 偏… II. 廖… III. 偏振光—基本知识 IV. O436.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 009087 号

责任编辑:林 鹏 巴建芬 / 责任校对:刘小梅

责任印制:刘秀平 / 封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年8月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2003年8月第一次印刷 印张: 22 1/4

印数: 1—2 500 字数: 433 000

定价: 45.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

随着激光器的出现和激光技术的发展, 古老的光学获得新的生命, 其应用范围日益扩大, 有的已发展成高科技产业, 有的则形成新型检测技术, 例如: 光纤通信、光大气通信、光盘存储、光全息技术、光弹技术、光散射技术、激光加工技术、光调制技术以及光传感技术等. 为了进一步发展和应用这些技术, 经常需要处理光的偏振问题, 因而已开始形成光学技术中新的分支: 光偏振技术. 为了适应这一方面的需要, 国外近几年已有偏振光学方面的专著出版, 但国内尚未见这方面的专著出版, 而一般的物理教程及光学专著中均无对偏振光学的深入讨论, 尤其是随着光纤技术、光调制技术、光检测技术以及光传感技术的发展和应用的日益广泛, 迫切需要一本论述偏振光学基本概念及其处理方法的专著. 例如: 在晶体中如何处理多参量同时作用下的偏振光传输问题; 晶体中线偏振光和圆偏振光、自然旋光和磁旋光的分离问题; 如何处理单模光纤中圆偏振光和线偏振光的去耦合; 如何处理光纤器件中偏振传输、控制和检测; 如何处理光散射的偏振; 以及高速光通信中偏振模色散的检测和补偿等等一系列有关偏振的传输、分离、检测、控制和补偿问题, 都是光调制、光弹技术、光传感、光散射等技术中急需解决的基本问题. 针对这一现状, 本书对作者多年在偏振光学方面工作的经验加以总结提高, 对于偏振光学的基本特性、处理问题的方法等作全面的论述.

本书的特点是系统、全面、实用、先进. 它系统全面地给出了处理偏振光学问题的主要方法, 其中包括理论分析的解析方法、图示的几何方法以及偏振器件和偏振光特性检测的实验方法. 本书对晶体中偏振光的传输问题, 特别是多参量作用下的传输问题, 进行了系统而详细的分析; 对光纤中偏振光的传输、光纤偏振特性的测试以及偏振模色散等问题也给予了相应的介绍; 最后, 书中通过一些典型应用举例, 阐述了分析光学系统中偏振问题的基本方法以及应考虑的主要因素.

本书共分八章. 第一章是光波的基本性质, 作为讨论偏振问题的基础, 介绍了各向同性介质中光的电磁理论, 包括光波在各向同性介质界面、金属表面上的反射和折射. 第二章全面讨论偏振光的分析方法, 包括偏振光的描述、偏振光的分解、琼斯矩阵与穆勒矩阵、邦加球等. 第三章为晶体中的偏振效应, 从麦克斯韦方程组出发, 利用张量运算, 讨论了单色平面波在晶体表面的反射和折射; 对晶体的电光效应、旋光性、磁光效应、弹光效应作了详细的讨论. 第四章讨论晶

体的多重效应，主要讨论了单轴晶体在多重效应下的光传输特性及多重效应下晶体的光传输矩阵。第五章为光纤中的偏振光，内容有：单模光纤的偏振特性，光纤中偏振的表示法，光纤中的磁光效应，电光效应，偏振模的色散及其检测等。第六章为偏振器件，介绍了典型的反射型偏振器、双折射型偏振器、散射型和二向色型偏振器、波片和补偿器、隔离器、光纤起偏器、耦合器、偏振控制器、消偏器等性能及其光学特性。第七章为偏振光的检测，包括偏振光偏振特性的检测和偏振器件的检测。最后一章，即第八章为偏振光应用的几个典型实例，其中包括磁光效应、电光效应、弹光效应等的应用，应用中应考虑的一些问题及其可能的解决方法。

本书以下章节由郑小平副教授撰写：第二章的 2.3 和 2.4 节，第四章，第五章的 5.3~5.7 节。其余部分均由作者本人执笔。

本书由中国科学院科学出版基金资助出版。在本书的编写过程中，得到简水生院士、王启明院士、叶声华教授等的支持和鼓励，特在此表示感谢；此外，赖淑蓉高工也给予了许多帮助。

由于作者水平有限，书中难免存在错误和缺点，欢迎读者批评指正。

廖廷彪

2003 年 2 月于清华园

目 录

第一章 光波在各向同性介质中的传输特性	1
1.1 光波的特性	1
1.1.1 光波与电磁波 麦克斯韦电磁场方程	1
1.1.2 平面波 球面波 柱面波 高斯光束	3
1.1.3 相速度和群速度	9
1.1.4 空间频率与空间频率谱	12
1.1.5 光的横波性	18
1.2 光波在各向同性介质界面上的反射和折射	19
1.2.1 反射定律和折射定律	19
1.2.2 菲涅耳公式	21
1.2.3 反射率和透射率	23
1.2.4 反射和折射时的偏振特性	28
1.2.5 反射和折射的相位特性	30
1.2.6 全反射	32
1.3 光波在金属表面上的反射和折射	38
1.3.1 导体中的电磁波	38
1.3.2 金属对光的反射和折射	40
参考文献	44
第二章 光波的偏振态及其分析方法	45
2.1 光波的偏振态	45
2.1.1 椭圆偏振	45
2.1.2 线偏振和圆偏振	46
2.2 偏振光的描述	47
2.2.1 三角函数表示法	47
2.2.2 琼斯矢量法	49
2.2.3 斯托克斯矢量法	51
2.2.4 图示法	52
2.2.5 琼斯矢量与斯托克斯矢量的关系	55
2.3 偏振光的分解	56
2.4 琼斯矩阵与穆勒矩阵	57

2.4.1 偏振器件	57
2.4.2 光在分界面上的反射和折射	59
2.4.3 一般情况下的传输矩阵	61
2.4.4 琼斯矩阵与穆勒矩阵的关系	62
参考文献	63
第三章 光波在各向异性介质中的传播特性	64
3.1 晶体的光学各向异性	64
3.1.1 张量的基础知识	64
3.1.2 晶体的介电张量	70
3.2 理想单色平面电磁波在晶体中的传播	71
3.2.1 光在晶体中的传播的解析法描述	71
3.2.2 光在晶体中的传播几何法描述	80
3.3 平面光波在晶体表面上的反射和折射	94
3.3.1 光在晶体界面上的双反射和双折射	94
3.3.2 单轴晶体中的光路	96
3.4 晶体的偏光干涉	100
3.4.1 平行光的偏光干涉	101
3.4.2 会聚光的偏光干涉	104
3.5 电光效应	110
3.5.1 线性电光效应	110
3.5.2 晶体的线性电光系数	112
3.5.3 晶体对称性对电光系数矩阵的影响	114
3.5.4 几种晶体的线性电光效应	118
3.5.5 晶体的二次电光效应	127
3.6 声光效应	130
3.6.1 弹光效应和弹光系数	130
3.6.2 声光衍射	131
3.7 法拉第效应	133
3.7.1 晶体的旋光效应	133
3.7.2 晶体的法拉第效应	135
参考文献	136
第四章 晶体的多重效应	137
4.1 引言	137
4.2 多重效应下单轴晶体的光传输特性	138
4.2.1 多重效应下单轴晶体的介电张量	139

4.3 多重效应下晶体的光传输矩阵	153
参考文献	155
第五章 光纤中的偏振光	156
5.1 引言	156
5.2 单模光纤双折射的基本特性	157
5.2.1 单模光纤偏振特性的描述	157
5.2.2 单模光纤的分类	158
5.2.3 单模光纤中偏振态不稳定的原因	158
5.3 弱导光纤的线偏振模近似以及微扰耦合模理论	160
5.3.1 微扰耦合模方程	160
5.3.2 微扰光纤中的本征模	161
5.4 光纤中双折射的微扰耦合模理论分析	162
5.4.1 理想圆单模光纤中的克尔效应	162
5.4.2 理想圆单模光纤中的法拉第效应	163
5.4.3 理想圆单模光纤中椭圆双折射	164
5.5 单模光纤偏振特性的邦加球描述	165
5.5.1 光纤偏振特性的邦加球描述	165
5.5.2 纯线双折射 (如克尔效应)	167
5.5.3 纯圆双折射 (如法拉第效应)	168
5.5.4 椭圆双折射	168
5.6 扭光纤以及旋光纤的偏振特性	169
5.6.1 扭光纤的偏振特性	169
5.6.2 扭光纤偏振特性的邦加球描述	170
5.6.3 旋光纤的偏振特性	172
5.7 光纤中的偏振模色散	172
5.7.1 引言	172
5.7.2 偏振模色散的定义	173
5.7.3 偏振主态与偏振模色散	174
5.7.4 偏振模色散测试技术的比较	176
5.7.5 偏振模色散的补偿技术	181
参考文献	183
第六章 偏振器件	184
6.1 反射型偏振器	184
6.1.1 反射型偏振器的结构	184
6.1.2 反射型偏振器的理论分析	185

6.2 双折射型偏振器	190
6.2.1 引言	190
6.2.2 格兰-汤普森棱镜	193
6.3 散射型和二向色型偏振器	199
6.3.1 散射型偏振片	199
6.3.2 二向色型偏振片	200
6.4 线栅偏振器	202
6.5 偏振分束器	205
6.5.1 概述	205
6.5.2 沃拉斯顿棱镜	206
6.5.3 罗雄棱镜	207
6.5.4 微角偏振分束棱镜和平行偏振分束镜	207
6.5.5 可调分束角棱镜	207
6.5.6 双反射偏振分束镜	208
6.5.7 薄膜干涉型偏振分束镜	209
6.6 波片和补偿器	211
6.6.1 引言	211
6.6.2 波片	212
6.6.3 补偿器	216
6.7 隔离器	217
6.8 光纤偏振器件	219
6.8.1 引言	219
6.8.2 光纤偏振控制器	221
6.8.3 保偏光纤偏振器	223
6.8.4 光纤隔离器	225
6.8.5 光纤调制器	225
6.9 退偏器	226
6.9.1 引言	226
6.9.2 单波长退偏器	227
6.9.3 宽光谱(白光)退偏器	229
参考文献	230
第七章 偏振光的检测	231
7.1 引言	231
7.2 偏振光的粗测	231
7.2.1 偏振态的检测	231

7.2.2 方位角的检测	232
7.3 偏光器件主透射比和消光比的测量	233
7.3.1 双镜测试法	233
7.3.2 高消光比的测量	236
7.4 波片相位延迟量的测量	238
7.4.1 补偿法	238
7.4.2 光电调制法	238
7.4.3 光谱法	239
7.5 斯托克斯参量的测量	240
7.5.1 偏光调制法	241
7.5.2 分振幅法	243
7.6 偏振光测量仪器	245
7.6.1 线偏光仪	245
7.6.2 圆偏光仪	247
7.6.3 塞纳蒙特补偿方法	250
7.7 单模光纤双折射的测量	252
7.7.1 低双折射单模光纤的测量	252
7.7.2 高双折射光纤拍长的测量	254
参考文献	262
第八章 偏振光的应用	263
8.1 引言	263
8.2 法拉第效应的应用	264
8.2.1 法拉第效应测电流 (磁场)	264
8.2.2 全光纤型光学电流传感器	266
8.2.3 玻璃块型光学电流传感器	273
8.2.4 混合型光学电流传感器	284
8.3 克尔效应的应用	286
8.3.1 克尔效应原理	286
8.3.2 克尔效应的测量	288
8.3.3 磁光记录	292
8.3.4 磁光偏频激光陀螺	294
8.4 电光效应的应用	296
8.4.1 光学电压传感器典型结构	296
8.4.2 光学电压传感器工作原理	298
8.4.3 泡克耳斯效应传感材料的选择	300

8.4.4	线性响应	300
8.4.5	电光晶体的光学特性	302
8.4.6	双光路补偿原理	306
8.4.7	空间光调制器	307
8.5	电光晶体乘法器	310
8.6	光学电功率传感系统	312
8.6.1	引言	312
8.6.2	双晶体式光学电功率传感系统	312
8.6.3	单晶体式光学电功率传感系统	314
8.6.4	单光纤电功率传感系统	317
8.7	光弹性	317
8.7.1	引言	317
8.7.2	光弹性定律	317
8.7.3	平面受力模型在线偏振光中的光弹效应——等色线、等倾线的形成	321
8.7.4	平面受力模型在圆偏振光中的光弹效应——用 1/4 波片消除等倾线	322
8.8	椭偏仪在薄膜测量中的应用	322
8.8.1	引言	322
8.8.2	用椭圆偏振法测定光记录介质的光学常数	323
8.8.3	椭偏仪的其他应用举例	327
8.9	圆二色性	328
8.9.1	引言	328
8.9.2	圆二色性的测量	328
8.9.3	圆二色性的应用	331
8.10	矿物结构的鉴定	331
8.10.1	引言	331
8.10.2	单偏振器分析法	333
8.10.3	矿物薄片在平行偏光中的干涉现象	334
8.10.4	矿物薄片在锥光镜中的干涉现象	335
8.11	光纤中偏振效应的应用	335
8.11.1	引言	335
8.11.2	马赫-曾德尔光纤干涉仪和迈克耳孙光纤干涉仪	335
8.11.3	压力和应力的测量	337
8.11.4	温度的测量	341

8.11.5 光纤偏振干涉仪	343
参考文献	343

第一章 光波在各向同性介质中的传输特性

本章主要介绍光的电磁理论.首先给出麦克斯韦(Maxwell)的场方程及其在透明介质中所得的波动方程;然后介绍标量波,给出波的表达式(矢量波在第二、三章讨论),由此出发依次导出光波在均匀介质的分界面上所必须遵守的几个基本规律:确定光波传播方向的反射和折射定律,给出入射光波与反射、折射光波振幅比以及相位变化关系的菲涅耳(Fresnel)公式等;最后,讨论光波在金属界面上的反射和折射.

1.1 光波的特性

1.1.1 光波与电磁波 麦克斯韦电磁场方程

一、光波与电磁波

从波动光学的观点看,光是极高频的电磁波.通常所说的光扰动或光振动是指光波的电场强度与磁感强度.由于光的许多方面的效应(例如使感光材料感光,光电效应等)主要通过其电场的作用表现出来,所以常把光波的电场强度(矢量)称为光矢量.本书讨论的光振动即可理解为随时间和空间变化的光矢量.

有光波存在的区域就是光场,光场中同时有光能量在传播.光场中各点的光振动,在不同的地方,一般来说,其振幅大小不同,相位也不同.例如,离光源远处的光振动其相位较之近处要落后些,光矢量值也小些,这种情况说明光场中光振动有一定分布.光振动在空间的分布按波面形状可分为平面波、球面波、柱面波等.光振动按频率则可分为单色光、准单色光和多色光.若无特别说明,本书讨论的对象都是单色光.

光波是横波,光矢量与光波传播方向垂直,因此要完全描述光波还必须指明光场中任一点、任一时刻光矢量的方向,即光波是一种矢量波.光的偏振现象就是光的矢量性质的表现.然而研究表明,在光的干涉、衍射等许多现象中,特别是当光波为非偏振光(或称自然光,这时光矢量迅速地且随机地不断改变方向)时,在理论分析中不计光矢量的方向性而用一个标量表示光振动,或者说只考虑光矢量的任一个直角坐标分量,所得结果相当精确地与实际情况相符.因此,在这些现象中,可以把光波近似地当作标量波处理.

二、麦克斯韦电磁场方程

真空中的电磁场由电场强度 $\mathbf{E}$ 和磁感强度 $\mathbf{B}$ 两矢量描述. 而为描述场对物质的作用, 例如光波在透明介质中传播的情况, 则需再引进电感强度 $\mathbf{D}$ 和磁场强度 $\mathbf{H}$ 以及电流密度 $\mathbf{j}$ 三个矢量. 在场中每一点, 这五个矢量随时间和空间的变化关系则由下述麦克斯韦方程组给出:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \dot{\mathbf{D}} \quad (1.1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (1.1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1.4)$$

式中 $\dot{\mathbf{D}}, \dot{\mathbf{B}}$ 分别为 $\mathbf{D}, \mathbf{B}$ 对时间的偏导数, 即

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \dot{\mathbf{B}} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

ρ 为场中自由电荷密度, ∇ 为哈密顿算符:

$$\nabla = l_x \frac{\partial}{\partial x} + l_y \frac{\partial}{\partial y} + l_z \frac{\partial}{\partial z}$$

式中 l_x, l_y, l_z 是沿 x, y, z 的单位矢量. 式(1.1.1)说明, 传导电流或随时间变化的电场要产生磁场; 或者说, 磁场的场源是 $\mathbf{j}$ 和 $\dot{\mathbf{D}}$. 这是全电流定律或安培环路定律的微分形式. 式(1.1.2)说明, 随时间变化的磁场在周围空间要产生电场. 这是电磁感应定律的微分形式. 式(1.1.3)则说明: 空间无磁荷存在, 即磁通是连续的, 磁力线是无头无尾的. 式(1.1.4)则是高斯定律的微分形式. 若能求出场中空间每一点 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$ 随时间的变化关系, 则光波的性质也就可以知道了.

为了能从上述四个微分方程中求出 $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$ 等几个基本矢量, 尚需补充以下几个方程:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.1.5)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.1.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.1.7)$$

式中 σ 是介质的电导率; $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$, 是介质的介电常量, 其中 ϵ_r 是相对介电常量, ϵ_0 是真空的介电常量; $\mu = \mu_r \mu_0$, 是介质的磁导率, 其中 μ_r 是介质的相对磁导率, μ_0 是真空的磁导率.

式(1.1.5)是欧姆定律的微分形式. 若介质的 $\sigma \neq 0$ (即 σ 不能忽略不计), 则此介质具有导电性, 其中包括金属、电解液、半导体等导电材料. 电磁波在这种介质中传播时要衰减, 因电磁波的一部分能量会转化成焦耳热而被消耗. 本书主要讨论光在透明介质 (例如: 水、玻璃、石英晶体等) 中的传播问题. 在理想情况下, 这类介质对光没有吸收 (因是透明介质), 是绝缘体, 即 $\sigma = 0$ (因介质中无焦耳热损耗). 因此

讨论光在无吸收的透明介质中的传播问题时,不必考虑式(1.1.5),矢量 $\mathbf{j}$ 处处为零.

式(1.1.6)、式(1.1.7)两式说明 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$ 是相互联系的,它们之间的联系完全由介质的 ϵ_r 和 μ_r 决定.对于大多数介质,其中包括对光波透明的电介质,其 μ_r 值实际等于 1,即 $\mu = \mu_0$.因此,对于光在透明介质中传播的问题,均有 $\mu = \mu_0$ 的关系.

由此可见上述三个关系式反映了在电磁场作用下的介质的特性.因此,这一组关系式一般称为物质方程.注意:这三个关系式只对各向同性的(即介质的物理性质与方向无关)介质成立.对于各向异性的介质, $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 之间有更复杂的关系存在(参看第三章).

最后,矢量 $\mathbf{j}$ 和电荷密度 ρ 之间尚需满足电荷守恒定律(又称电流连续性原理):

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.1.8)$$

即场中某一点电流密度矢量 $\mathbf{j}$ 的散度,等于该点单位时间内电荷密度的减少.

上面给出了 $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ 四个基本量所应满足的基本关系式.但是对于光学问题,这几个量只有辅助的意义.因为在光学中它们都是无法直接测量的量,在光学中能够测量且又必需知道的一个量是光强度.一般设

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.1.9)$$

$\mathbf{S}$ 称为坡印亭矢量.它表示单位时间内通过单位面积的能量流,即能流密度. $\mathbf{S}$ 对某一观察时间内求平均,就是常说的光的强度,亦称为波的强度.

1.1.2 平面波 球面波 柱面波 高斯光束

一、平面波

平面波是指波面(任时刻振动状态相同的各点所组成的面)为一平面的波.如图 1.1.1(a)所示,若 P 为 t 时刻的波面,则 P 上任一点 A 的振动状态与 B 的振动状态相同.图中 OB 与平面 P 垂直,是波面 P 的法线方向.

凡可以用

$$f = f(\mathbf{r} \cdot \mathbf{l}, t) \quad (1.1.10)$$

这一类函数表示的波方程

$$\nabla^2 f - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.11)$$

的解就代表一个平面波,因为它符合平面波的定义:在各个时刻,在与单位矢量 $\mathbf{l}$ 垂直的各个平面($\mathbf{r} \cdot \mathbf{l} = \text{常数}$)上, f 是一常数.式中 $\mathbf{r}$ 是平面上任一点 A 的位置矢

量, l 是沿波面法线方向的单位矢量.

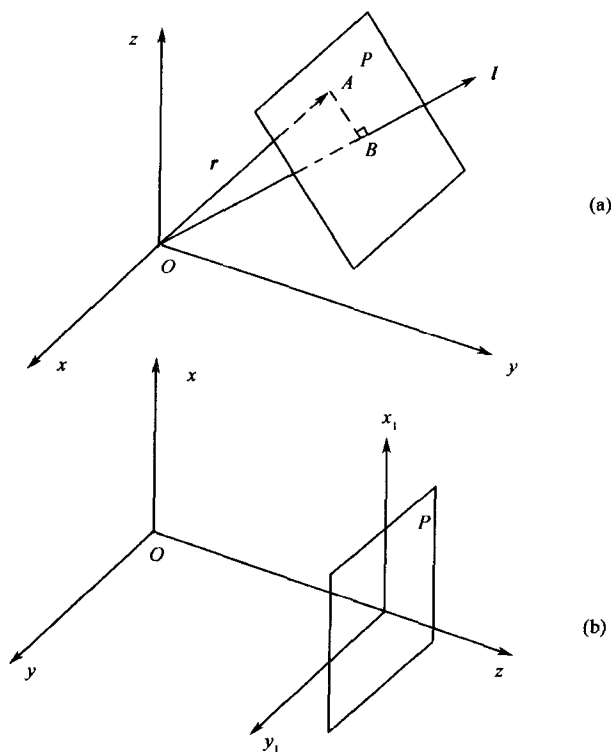


图 1.1.1 平面波的图示

对于平面波,一般都选 l 为直角坐标的 z 方向,这样可使以后的计算简化,于是

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{l} = z \quad (1.1.12)$$

见图 1.1.1(b), 而式(1.1.11)则变成

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1.13)$$

$$f = f_1(z - vt) + f_2(z + vt) \quad (1.1.14)$$

这就是波动方程(1.1.13)的一般解. $f_1(z - vt)$ 确实代表了一列沿 z 轴正方向传播的平面波. 而 OB (即 l) 就是波的传播方向. 同样容易判断, $f_2(z + vt)$ 是沿相反方向, 即沿 z 轴的负方向前进的平面波. 所以式(1.1.14)是平面波情况下波方程的一般解.

二、球面波

现在再给出波动方程的另一个简单解:球面波的解.球面波是指波面为一球面的波.一般从点光源发出的光波就是球面波.(当观察点到光源的距离比光源线度大 10 倍以上时,这光源就可看作是点光源.)由于球面波的波面是球面,因此其相应表达式中的空间项就是 $r = r(x, y, z)$, 而波方程(1.1.11)的解的形式则为

$$f = f(r, t) \quad (1.1.15)$$

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

因此有关系式

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf) \quad (1.1.16)$$

于是波方程(1.1.11)变成

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(rf) = 0 \quad (1.1.17)$$

这时直接利用平面波的解可得

$$f = \frac{f_1(r - vt)}{r} + \frac{f_2(r + vt)}{r} \quad (1.1.18)$$

式中 f_1 和 f_2 仍为任意函数.这个结果说明球面波振幅随 r 成反比变化.已经知道:平面波的振幅是一常数,不随距离 r 而变.与平面波情况相似, f_1 代表从原点(一般原点即为波源)向外发散的球面波,即沿 $\mathbf{r}$ 正方向传播的波.而 f_2 则代表向原点传播的会聚的球面波,即沿 $\mathbf{r}$ 负方向传播的波.

最后我们给出前两种解的一个最简单,但又是最基本、最常用的数学形式:谐波(亦称为正弦波或余弦波)的数学表达式.所谓谐波是指空间每点的振动是时间变量的谐函数的波.其数学表达式为

$$f(x, y, z, t) = a(x, y, z) \cos[\omega t + \phi(x, y, z)]$$

这是单色波.式中 $\omega = 2\pi\nu$ 表示圆频率, ν 表示频率,为常量; a 表示振幅; $\omega t + \phi$ 称为相位,它的每一个值标志谐振动的一种状态; ϕ 表示初相位.在光场中的不同点, a 和 ϕ 一般有不同的值,所以 a 和 ϕ 应表示为光场中任一点的坐标 (x, y, z) 的函数.因为在光场中任一点,振幅 $a(x, y, z)$ 可代表光振动的大小, $\phi(x, y, z)$ 则说明任一光振动状态发生的先后,所以 $a(x, y, z)$ 和 $\phi(x, y, z)$ 就表达了光振动在光场中的分布.

对于平面谐波,按式(1.1.14)有

$$f = A \cos[\omega(t - \mathbf{r} \cdot \mathbf{l}/v)] \quad (1.1.19)$$

其特点是振幅 A 为常量.波的时间周期是 T , $T = 2\pi/\omega$; 空间周期是 λ .在真空中则为