



大地坐标系的建立

DADIZUOBIAOXIDEJIANLI

朱华统

3211

2842



测绘出版社



责任编辑：叶银虎
封面设计：焦淑芳

科技新书目

[127—188]

统一书号

15039·新 432

定价：2.50元

大地坐标系的建立

朱 华 统

测绘出版社

本书较详细地讨论了地球椭球、地心坐标系、参心坐标系、天文坐标系、测站中心坐标系及高斯-克吕格平面坐标系的意义及相互关系,并对各主要坐标系的建立方法及其原理作了介绍。书中还列出了世界上主要地球椭球参数、参心坐标系参数以及参心与地心坐标系间的转换参数等。

本书可供高等学校测绘专业师生、研究生及国防科委、二炮系统、天文台站的有关工程技术人员参考。

大地坐标系的建立

朱华统

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本 787×1092 1/16·印张 12·字数 271 千字

1986 年 5 月第一版·1986 年 5 月第一次印刷

印数 0,001-3000 册·定价 2.50 元

统一书号: 15039·新 432

目 录

第一章 绪 言	(1)
第二章 地球椭球	(7)
§2-1 大地体和地球椭球	(7)
§2-2 椭球的元素及其关系	(15)
§2-3 坐标系基本概念	(19)
§2-4 旋转矩阵和反向矩阵	(22)
§2-5 椭球面上几种法截线曲率半径	(25)
§2-6 雅可比矩阵和度量矩阵	(29)
§2-7 子午线弧长公式	(33)
§2-8 底点纬度	(44)
§2-9 世界各国地球椭球几何参数汇集	(46)
第三章 天文坐标系	(53)
§3-1 极移和地极坐标原点	(53)
§3-2 起始天文子午线	(57)
§3-3 天文坐标系	(60)
第四章 参心坐标系	(62)
§4-1 欧勒角	(62)
§4-2 广义垂线偏差公式和广义拉伯拉斯方程式	(69)
§4-3 不同空间大地直角坐标系的换算	(75)
§4-4 不同大地坐标系的换算	(85)
§4-5 弧度测量方程式	(92)
§4-6 参考椭球的定位和定向	(95)
§4-7 大地原点和大地起算数据	(99)
§4-8 1954 年北京 坐 标 系	(102)
§4-9 1980 年国家大地 坐 标 系	(105)
§4-10 大地坐标系和空间大地直角坐标系的变换	(107)
§4-11 世界各国参心大地坐标系汇集	(117)
第五章 地心坐标系的建立	(125)
§5-1 地心空间大地直角坐标系和地心大地坐标系	(125)
§5-2 应用天文重力法和卫星大地测量动力法建立地心坐标系	(126)
§5-3 应用全球天文大地水准面差距建立地心坐标系	(134)
§5-4 应用天文大地水准面与重力大地水准面差距之差建立地心坐标系	(147)

§5-5 应用卫星多普勒建立地心坐标系·····	(148)
§5-6 地心一号(DX-1)地心坐标系·····	(151)
§5-7 参心坐标系与地心坐标系间的转换参数汇集·····	(152)
第六章 测站中心坐标系 ·····	(158)
§6-1 割平面空间直角坐标系·····	(158)
§6-2 法线测量坐标系和垂线测量坐标系·····	(159)
§6-3 导弹发射坐标系·····	(162)
第七章 高斯-克吕格平面直角坐标系 ·····	(164)
§7-1 高斯-克吕格投影的一般概念·····	(164)
§7-2 正形投影的一般条件·····	(166)
§7-3 高斯投影正算公式·····	(169)
§7-4 高斯投影反算公式·····	(173)
§7-5 适用于查表的高斯投影计算公式·····	(176)
§7-6 适用于电算的高斯投影计算公式·····	(179)
§7-7 不同参心坐标系间的高斯-克吕格平面直角坐标变换·····	(183)
附录 ·····	(184)
I 国际大地测量与地球物理联合会第16届大会大地测量常数推荐值·····	(184)
II 国际大地测量与地球物理联合会第17届大会大地测量常数推荐值·····	(184)
III 国际大地测量与地球物理联合会第18届大会大地测量常数推荐值·····	(185)
参考文献 ·····	(186)

第一章 绪 言

随着大地测量学、卫星大地测量学、摄影测量学的发展和电子计算机应用的普及,对于各种坐标系统的研究变得越来越重要了。精确地测量、计算和表示点的坐标,为各种比例尺地形测图和大型工程测量提供控制,为空间科学技术和军事需要提供点位,是大地测量学的重要任务之一。一般说来,也只有在广大区域,以至全球范围精确地测定了大量点的坐标,才有可能为研究地球形状、大小提供必要的资料。精确的点的坐标还是研究地壳变形及地震预报等科学问题的重要资料。

同是一个点的位置,由于测量手段、计算方法和使用目的不同,可以采用不同的坐标系,得出不同的表示方法。在测绘范畴内,坐标系有几十种之多。例如:卫星大地测量中的轨道坐标系;天文测量中的黄道坐标系、时角坐标系和各种赤经坐标系;大地测量中的天文坐标系、参心坐标系、大地极坐标系、地心坐标系;高斯(C.F.Gauss)-克吕格(J.Krüger)平面直角坐标系;航空摄影测量中的象平面坐标系、象空间坐标系和摄影测量坐标系;工程测量中的独立坐标系;数学制图中的各种投影平面坐标系;以及靶场测量系统中的各种测量坐标系等等。这些种类繁多的坐标系,在各自的学科中都具有一定的理论意义和使用价值。然而,有一些坐标系则通用于各测量分支学科。研究这些坐标系的精确定义、建立方法和建立过程以及相互间的换算,无论从理论上还是从实际上更具有普遍的意义。

本书将讨论这些更具有普遍意义的坐标系,它们是:天文坐标系、参心坐标系、地心坐标系、测站中心坐标系和高斯-克吕格平面直角坐标系。这里的参心坐标系、地心坐标系和测站中心坐标系均属地球坐标系,用于确定和研究地球表面上点的坐标。它们的共同特点是和地球相固连,并与地球一起自转和公转。

天文坐标系中,一般用天文经度 λ , 天文纬度 φ 表示点的坐标。严格地说,地面一点的天文坐标还应包括该点的正高 $H_{\text{正}}$ 。天文坐标系是以客观存在的自然特性为基础的。这些特性是:地球自转的旋转轴;地面点的铅垂线方向;地面点的天文子午面和大地水准面。天体测量学分支之一的大地天文学,就是以球面天文学为基础,通过观测合适的天体以测定地面上点的天文经度、天文纬度和至任一方向的天文方位角的。在我国,当今采用全能经纬仪,以双星等高测时法测定时间,并同时收录无线电时号测定天文经度;采用太尔各特法测定天文纬度;采用北极星任意时角法测定天文方位角。本书讨论天文坐标系,目的不是研究其观测纲要和测量结果的计算等,而是从使用的角度着眼,着重说明该坐标系的性质、作用以及与大地坐标系的重要关系。

天文经、纬度和大地经、纬度间构成垂线偏差方程式。垂线偏差是研究地球形状和大地水准面起伏所必需的参数。有了各点的垂线偏差,才能采用投影法归算观测值,将天文大地网归算至参考椭球面。天文方位角和大地方位角间构成拉普拉斯(P.S.Laplace)方程式。利用拉普拉斯方程可以得到拉普拉斯方位角,以控制大地网中横向误差的传播。

另外，大地原点上的天文经、纬度和至某一方向天文方位角的测定，对于大地测量起算数据的确定，实现地球椭球的定位具有重要的意义。因此，在第三章将介绍天文坐标系的精确定义，以及极移、瞬时北极、固定平极(CIO)、历元平极(1968.0 JYD)和起始天文子午线等概念。

第四章将讨论参心坐标系。该坐标系最大特点是它和参考椭球的中心有密切的关系。可以细分为参心大地坐标系和参心空间大地直角坐标系两种。“参心”两字意指参考椭球的中心。由于参考椭球的中心一般和地球质心不一致，故参心坐标系又称非地心坐标系、局部坐标系或相对坐标系。

地面一点的参心大地坐标用大地经度 L ，大地纬度 B 和大地高 H 表示。这种坐标系是经典大地测量的一种通用坐标系。根据地图投影的理论，参心大地坐标系可通过某种投影转化为某投影平面上的平面坐标系，为测制地形图和工程测量提供控制。另外，它还是研究地球形状和大小的一种有用的坐标系。当该参心坐标系所对应的参考椭球和某一局部区域的大地水准面最为密合时，地面观测值归算至参考椭球的各项改正数最小。尤其是当采用展开法而不采用投影法归算时，它的优点就更为明显。过去，英国、美国等一些国家在大地测量中均采用“展开法”归算地面测量结果。根据梅里(C.L.Merry)和瓦尼塞克(P.Vanicek)对加拿大的一等水平控制网的分析，对于采用克拉克(Clarke) 1866年椭球的1927年北美坐标系(NAD-27)而言，采用展开法归算带来的区域性变形只有百万分之几。因此，参心大地坐标系至今对大地测量仍有重要意义。目前，世界上不少国家虽然建立了地心坐标系，但仍采用各自的参心大地坐标系作为测制各种比例尺地形图的控制。由于所采用的参考椭球的不同，在全世界有很多种类的参心大地坐标系。

参心空间大地直角坐标系中，一般用 X, Y, Z 表示点的坐标，它可由参心大地坐标按一定的数学公式计算得到。现今利用卫星大地测量手段，尤其是采用多普勒定位的方法，可以迅速地测定点的地心空间大地直角坐标，经过数学变换，从另一渠道求得参心空间大地直角坐标，再通过逆变换以求出参心大地坐标，这样就可以用来加强和扩展地面大地网，进行远离陆地的岛屿联测等，使传统的建立大地测量控制网的方法发生了新的变化。国外，如美国在秘鲁、委内瑞拉等国就先后进行过这样的试验。所以，参心空间大地直角坐标系作为一种过渡换算的坐标系，用处就比过去大多了。

鉴于参心坐标系的重要，本书将深入地进行讨论和研究。为了使研究问题更具有一般性，首先从讨论欧勒(L.Euler)角入手，进而推导广义垂线偏差公式和广义拉普拉斯方程式、弧度测量方程式，系统地阐述参考椭球定位和定向、大地原点和起始大地子午线。在讨论了参心大地坐标系和参心空间大地直角坐标系的建立后，还将详细地研究其相互换算的方法。这些换算方法是：不同空间大地直角坐标系换算的三参数法，七参数法(布尔莎(M.Bursa)公式，莫洛琴斯基(M.S.Molodensky)公式，范士(G.Veis)公式)，多项式拟合法等；不同大地坐标系换算的七参数法(布尔莎公式和莫洛琴斯基公式)，多项式拟合法等；空间大地直角坐标系和大地坐标系间换算的直接解法和迭代解法。对我国先后采用的两种参心坐标系，即1954年北京坐标系和1980年国家大地坐标系，也将作必要的介绍。

近年来,国内外习惯上所说的地心坐标系,可以分为地心空间大地直角坐标系和地心大地坐标系等。地心空间大地直角坐标系又可分为地心空间大地平直角坐标系和地心空间大地瞬时直角坐标系。地心空间大地平直角坐标系中,常用 X_c, Y_c, Z_c 表示点的坐标,地心大地坐标系中用 L_c, B_c, H_c 表示。地心空间大地平直角坐标系是卫星大地测量中的一个常用的基本坐标系。因为利用卫星大地测量轨道法等手段,可以直接获得三维的地心空间大地平直角坐标,并不涉及椭球的大小及定位。但地心大地坐标系,则要涉及椭球的大小和定位。椭球的大小应用全球的资料算出,并和整个地球的大地水准面最为密合,即满足 $\iint N^2 d\sigma = \text{最小}$ (式中 N 为大地水准面差距), 椭球定位也应满足一定的要求。

建立地心坐标系是近三十年才引起人们注意的一项新技术。如上所述,对测绘地形图来说,地心坐标系并不十分必要,因为参考椭球和测区范围的大地水准面最为密合。按参心坐标系成图使用比较方便。但从全球范围讲,建立地心坐标系却有十分重要的意义。我们知道,人造地球卫星以及其他各种宇宙飞行器围绕着地球运转时,其轨道平面随时通过地球质心。对它们的跟踪观测也以地球质心为坐标系的原点。观测站(台)所属坐标系的原点如果不在地球质心,就不能精确地确定飞行器坐标,从而无法精确地推算它们的轨道以及实施对它们的追踪。所以,建立地心坐标系对于空间技术、宇宙航行、远程武器的发射、各国大地坐标系的联接、全球导航和地球动态研究等,均具有重要的意义,是当今大地测量学一个必须解决的重要课题。

随着航测定位精度的不断提高,用航测方法加密大地控制网已成为可能,而地心坐标系也是大面积区域网解析法空中三角测量加密较为理想的坐标系统之一。

当然,非常精确地确定地球质心的位置是困难的。这是因为表示地球质心的位置,须依赖很多地面点的地心坐标值。然而,地球的形状是不断变化的,海洋潮汐、固体潮汐、大气潮汐、两极冰雪的移动和大陆的板块运动等等都会影响地心的位置。所以说,对于地心的位置,目前只能通过在一一定的精度范围内建立地心坐标系来标定它。

地心坐标的概念早在物理大地测量中就提出过。在位理论中,由于坐标原点在地球质心上,所以地球位函数的球谐函数展开式一阶项为零。应用司托克斯(G.G.Stokes)积分式和维宁·曼尼兹(F.A.Vening.Meinesz)根据这个积分式导出的垂线偏差公式,按重力资料从理论上讲完全可以建立地心坐标系。但是这种方法需要全球均匀分布的重力点,这在当前还是难以办到的。因为在广阔的海洋上重力资料严重不足,即使在大陆也有很多地区如两极和某些交通不便地区未施测重力。据一些资料研究表明,单纯用重力方法建立的地心坐标系,在最好的情况下只有 $\pm 10\text{m}$ 的精度。

地心坐标系的建立利用传统的天文大地测量方法更是难以完成。这首先是因为全世界的大陆约只占整个地球表面的百分之三十,即使将大陆上的天文大地网全部连接起来,利用经典的弧度测量方法算得的椭球也不能完全代表整个地球。更严重的是椭球的中心很难做到和地球的质心重合。建立地心坐标系最理想的方法是卫星大地测量轨道法和多普勒法等。美国范士早在六十年代就采用轨道法,利用美国斯密松天文台在世界各地设立的十二个贝克-纳恩摄影仪观测站,对十三颗人造地球卫星的 46535 个观测值进行分析计算,将

北美、欧洲、澳洲、日本、阿根廷、夏威夷和印度等大地坐标系换算成统一的地心坐标系,即所谓的1965年世界坐标系。后来斯密松天文台等单位,根据每年所得的各种资料,采用各种不同方法逐步改进和完善,使所求得的地心坐标不断精化。

在参心空间大地直角坐标系和与其相对应的参心大地坐标系中,椭球的中心不可能完全与地球的质心重合,即存在有中心平移参数(在三个坐标轴上的分量,通常用 X_0, Y_0, Z_0 表示);椭球的短轴和起始大地子午面也不可能完全与地球的地轴和起始天文子午面相一致(由于前者中心平移参数的存在,因此一般只能要求做到平行),即存在有轴系定向参数(通常用大地坐标系中的欧勒角 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 表示);此外,两种系统还存在有尺度变化参数 K 。在某一个参心大地坐标系的基础上建立地心坐标系,若采用 t 参数转换法,则需求取该坐标系的 $X_0, Y_0, Z_0, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 和 K 等七个转换参数。从现今世界上由各个参心大地坐标系所建立的地心坐标系来看,中心平移参数一般达到几十米至几百米,最大的达七百余米;轴系定向参数一般可以达到零点几秒至几秒,极个别的参心大地坐标系,由于大地网的精度甚差等原因,以至于达到一、二十秒之多。如利用卫星多普勒资料,求得泰国大地坐标系和WGS-72(World Geodetic System-72)地心坐标系之间的欧勒角 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 值分别为 $7.32'' \pm 1.28''$, $12.34'' \pm 1.23''$, $16.01'' \pm 2.37''$ 。由此可见,主要的是中心平移参数的差异。这么大的差值存在,显然是当今远程武器和航天技术的发展所不能允许的。

近十年来,我国有关部门在建立地心坐标系的工作中,取得了一定的成果。一方面是利用卫星大地测量的各种手段,直接测定一些点的地心坐标值,例如,用卫星多普勒技术建立了全国三十七点的多普勒网等;另一方面是根据我国天文大地网精度较高且又进行了天文大地网整体平差这一有利条件,通过参心和地心两种坐标系间一定的数学模型,利用一定的转换参数,按间接的方法建立了地心坐标系。1978年,综合利用国内外天文、大地、重力和卫星资料,产生了我国地心坐标系一号转换参数(DX-1),满足了有关部门的需求。随着国防和经济建设的发展,对建立地心坐标系的精度要求越来越高,更为精密和完善的地心坐标系正在建立之中。

本书第五章将阐述地心坐标系的确切定义,讨论各种建立地心坐标系的原理和方法,并分析其精度。介绍DX-1的建立过程及存在的问题。提出精化地心坐标系的一些初步试算结果。

割平面空间直角坐标系、法线测量坐标系、垂线测量坐标系和导弹发射坐标系是四种专业性质的空间直角坐标系。坐标系的中心设在某测站的中心。在本书中分别用 $X_{割}, Y_{割}, Z_{割}$; $X_{法}, Y_{法}, Z_{法}$; $X_{垂}, Y_{垂}, Z_{垂}$ 和 $X_{发}, Y_{发}, Z_{发}$ 表示相应坐标系中点的坐标。割平面空间直角坐标系在国外有关文献中名称和定义不一,如有称局部大地坐标系统(X, Y, Z 间构成左手坐标系),有称局部大地直角坐标系统(X, Y, Z 间构成右手坐标系)或割平面坐标系统(Y 轴指向北点, X, Y, Z 间构成左手坐标系)等。类似于割平面空间直角坐标系,还有切平面空间直角坐标系。该坐标系在使用时被限制在一个特定的区域内,因此坐标值的有效数位较少,这一点对于电算来说是一个较大的优点,这个系统广泛地使用在解析空中三角测量中,以消除整个航空相片中心地球曲率的影响。本书将讨论这四种坐标系的定

义, 以及和有关坐标系间的变换。

椭球面上的参心大地坐标, 运用一定的数学法则可以变换成平面上的平面直角坐标, 其目的在于建立地形图的经纬线控制网。我国从 1952 年开始正式采用高斯-克吕格平面直角坐标系, 该坐标系用 x 表示纵轴, y 表示横轴。点的高斯-克吕格平面直角坐标是通过高斯-克吕格投影计算得到的。

高斯-克吕格投影简称为高斯投影。该投影由德国数学家、物理学家、天文学家高斯在 1822 年提出, 1912 年经德国大地测量学家克吕格详细研究和补充完善, 使公式发展成适合数字计算机计算的形式, 故而得名。该投影是一种等角横切圆柱投影, 按等角投影的条件(柯西(A.L.Cauchy)-黎曼(B.Riemann)微分方程)和高斯-克吕格投影本身的特定条件(在一定经差范围的投影带中, 中央子午线投影后为直线, 且长度值不变)按一定的解析式计算而得。无论是从椭球面到平面或是从球面(将椭球面视作球面)到平面, 这种投影都不能用几何的方法严格表示, 因此不要误认为是一种透视投影。

顺便指出, 这种投影和横墨卡托(G.Mercator)投影基本思想是一致的。墨卡托投影是 1550 年由德国(生于今比利时)制图学家提出的, 它是一种等角正圆柱投影。当时曾广泛用于绘制海图, 以利导航。高斯投影是一种等角横切圆柱投影, 至今一些西方国家均称此投影为横墨卡托投影, 还有人称之为兰勃特(J.H.Lambert)圆柱投影。

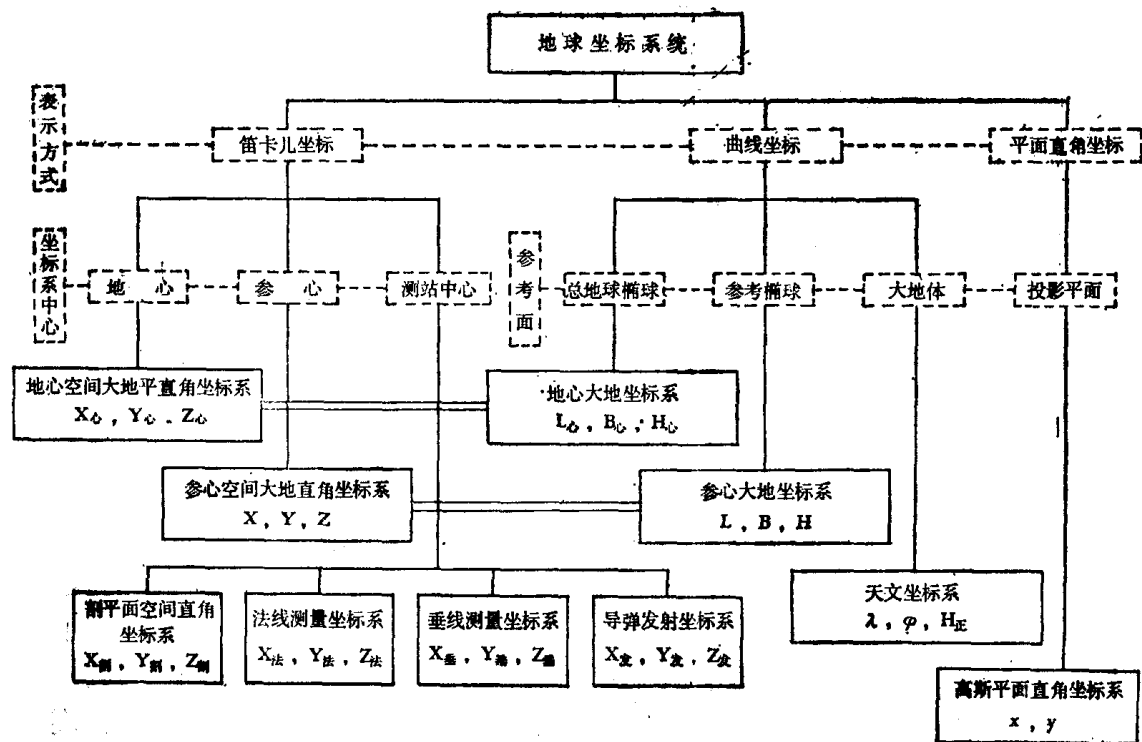
我国将高斯投影作为国家大地测量和地形图的基本投影, 曾用来将椭球面上二等以下的三角锁网化算到高斯投影平面上进行平差, 使计算大为简化。我国五十万分之一及更大比例尺的国家基本地形图也采用高斯投影, 有关部门提供的三角点成果表, 一般是用高斯平面直角坐标表示的。

鉴于高斯平面直角坐标使用的广泛, 我们将简要讨论高斯投影的原理, 并研究适合查表和电算的计算公式。

综合上述各种常用坐标系, 可列表如下。表中的双线表示坐标系间的对应联系。

考虑到本书的系统性和完整性, 特别是为了照顾使用这些坐标系而又不是专门从事大地测量工作的读者, 特增加地球椭球一章。该章的内容是根据以后各章的需要来编写的, 并不涉及地球椭球所包含的全部内容。除了较系统地讨论大地体、地球椭球、参考椭球、正常椭球、水准椭球、三轴椭球和总地球椭球、点的曲率半径、弧长和底点纬度外, 还将介绍雅可比矩阵、度量矩阵、旋转矩阵和反向矩阵等知识。应用这些矩阵及其相互关系式, 就能比较方便地导出有关坐标系的转换公式。

本书还尽可能地汇集各种地球椭球元素, 三轴椭球元素, 世界上主要的参心大地坐标系参数, 以及主要参心坐标系与地心坐标系间的转换参数等, 以供读者参考。



第二章 地球 椭 球

§ 2-1 大地体和地球椭球

一、大地水准面和大地体

水处于静止时的表面称为水准面。在地球重力场中，水准面上各点处处与点的重力方向正交。同一水准面上各点的重力位相等，故水准面又称为重力等位面。测量中仪器的整置均以水准气泡为依据，所以水准面是测量的基准面。显然，无穷多个观测测站将产生无穷多个水准面。大地测量学所要研究的是在整体上非常接近于地球自然表面的水准面。众所周知，海洋占全球面积的71%，故设想当海洋处于静止平衡状态时（即没有波浪、潮汐、水流和大气压变化等引起的扰动），将它延伸到大陆内部的水准面来表示地球的形状是最为理想的，这个面叫大地水准面。这是一个没有皱纹和棱角的、连续的封闭曲面。大地水准面是水准面之一，也是一个等位面。在大地水准面上的重力位处处相等，并与其上的重力方向处处正交。由于地球表面起伏不平 and 地球内部物质分布不均匀，大地水准面的形状（几何性质）和重力场（物理性质）都是不规则的。它不能用一个简单的几何形状和数学公式来表达。由大地水准面所包围的整个形体叫大地体。大地测量中研究地球的形状就是研究大地水准面的形状，或者说是研究大地体的形状。

大地水准面的概念最初是由德国物理学家里士廷 (J. Listing) 于 1872 年提出的。关于它的更确切的定义目前尚在研究中。当我们还不能唯一地确定它的时候，在历史上各个国家或地区均选择一个平均海（水）面来替代它。例如，我国采用黄海平均海水面。所以有大地水准面在海洋上等于平均海（水）面的习惯说法。严格来说，平均海（水）面不是一个等位面，它相对一个等位面来说，是起伏不平的，犹如地面上地形起伏一样，这在海洋学中称为海面地形，它的测定已是当前海洋大地测量学的主要内容之一。实践也已表明，各个国家或地区的平均海（水）面间有一定的差异。通过精密水准测量等手段发现各平均海（水）面间可能有 1~2m 或更多的差异。

因此，有人提出应该把平均海（水）面称为地区性大地水准面，以便和唯一的全球性大地水准面相区别。

对渤海、黄海、东海和南海，用精密水准测量与青岛、黄河口、吴淞口、坎门等各验潮站联测后，可计算出各平均海（水）面的起伏情况。假定青岛的平均海（水）面为 0，则其结果如表 2-1 和图 2-1 所示。

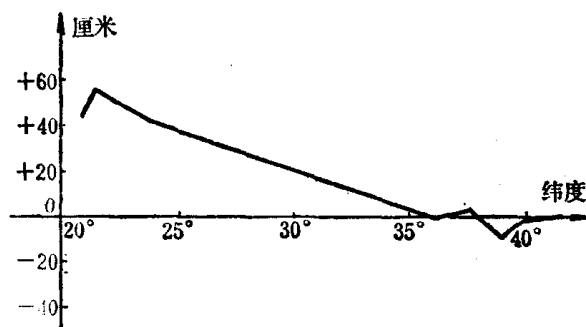


图 2-1 我国沿海各海洋平均海（水）面的起伏

由精密水准得到的各验潮站平均海(水)面高度值 表 2-1

验潮站	纬 度	高度(cm)
1	39°	-10
2	41	0
3	40	-1
4	37.5	+2
5	36	0
6	27	+30
7	24	+41
8	21.5	+57
9	21	+45

由此可见,我国海域在南北方向上,呈现出南高北低的倾斜,其大小约为 0.6m 左右。在测量的实际工作中,人们也曾发现在福建沿海地区地图上等高线为正的地段,有被海水淹没的现象。

平均海(水)面间存在着差异,就是说它们不是属于一个水准面,因而在确定大地水准面时,将产生不定性。过去,当我们研究地球形状不可能获得非常精确的结果时,这种差异是无关重要的。但是,随着大地测量学的发展,以及地球物理学的需要,研究大地水准面这一不定性,就具有重大的意义。

顺便指出,我国规定采用青岛验潮站求得的 1956 年黄海平均海(水)面,作为我国的统一高程基准面。凡由该基准面起算的高程在工程和地形测量中均属于 1956 年黄海高程系统。

现在世界各国采用的高程基准面不相一致,如北欧有赫尔辛基平均海(水)面、曼达耳平均海(水)面、纳尔维克平均海(水)面等,西欧有阿姆斯特丹平均海(水)面、奥斯坦德平均海(水)面、利物浦平均海(水)面、贝尔法斯特平均海(水)面等,南欧有亚德里亚海平均海(水)面、热那亚地中海平均海(水)面等,近东有海法平均海(水)面等,南亚有印度洋平均海(水)面等,东南亚有暹罗湾平均海(水)面等,远东各国有关东京湾平均海(水)面等,东北非有亚历山大平均海(水)面等,西北非有阿克拉平均海(水)面、塔科拉迪平均海(水)面等,非洲南部有蒙巴萨平均海(水)面、坦噶平均海(水)面等,拉丁美洲有太平洋平均海(水)面、马德普拉塔平均海(水)面等。高程基准面不统一,给大地测量带来一些问题。预计,随着海洋学和海洋大地测量学的发展,将可提供更精确的海面地形图,从而使这个问题得到解决。

二、地球椭球和参考椭球

由上知,大地体表面存在着不规则的起伏,但这种起伏从全局来看并不很大。因为这种起伏主要是由地壳层的物质分布不均匀所引起的,而地壳的质量约占地球总质量的 1/65。

所以,若从整体上看,大地体却相当接近于一个规则的形体,即具有微小扁率的旋转椭球。

旋转椭球是一个规则的数学曲面,用两个参数即可确定之。这两个参数通常为长半径 a 和扁率 α 。一百多年来,世界上各个国家在大地测量中,均采用某一旋转椭球来代表地球,故称其为地球椭球。

选定某一个地球椭球后,仅仅解决了椭球的形状和大小问题。要把地面大地网归算到它上面,仅仅知道它的形状和大小是不够的,还必须确定它同大地体的相关位置,这就是所谓椭球的定位和定向问题。关于定位和定向的方法,将在第四章讨论。一个形状、大小和定位、定向都已确定的地球椭球叫做参考椭球。参考椭球面是我们处理几何大地测量结果的基准面,也是我们研究地球几何形状的参考面。参考椭球一旦确定,则标志着大地坐标系已经建成。

推算地球椭球参数历来是研究地球科学的一项重要任务。十七世纪以来,大地测量学者一直在精化最能代表地球真正形状和大小的地球椭球参数。依据大量的实际资料,从弧度测量早期的弧线法与面积法一直发展到综合利用天文、大地、重力和卫星测量资料的现代弧度测量,算出了各种不同的地球椭球参数。从近十几年来看,所求椭球参数已日趋稳定。有关全世界各种地球椭球的几何参数见 §2-9 表 2-8。

表 2-8 中列出的这些参数值,是由不同国家(地区)、不同年代的测量资料、按不同的处理方法得出的。概括说来,可以分成三个阶段。

第一个阶段,从十八世纪四十年代起至十九世纪末止。椭球参数是利用沿子午圈或平行圈布设的弧长,按弧度测量中的弧线法求得的。显然,弧线法弧度测量只能求得某些测量弧段上的大地水准面断面,它只能反映大地体局部特征而不能反映全部特征。在计算时,完全按几何原理进行,只用了天文、大地等资料,没有估计到地球的物理性质,没有使用重力测量资料。

在十九世纪近一百年里,先后算出三十余个椭球的参数。其中比较著名的是德兰勃、埃弗瑞斯特、艾黎、白塞尔、克拉克(1866)和克拉克(1880)椭球参数。德兰勃椭球曾被用来规定 1m 的长度(即 1m 等于该椭球一象限子午线弧长的一千万分之一)。一些比较著名的坐标系,例如印度坐标系、泰国坐标系、马来亚(马来西亚联邦)坐标系、东京坐标系、1927 北美坐标系、夏威夷坐标系和印度支那坐标系等就是分别采用上述埃弗瑞斯特、艾黎、白塞尔和克拉克等地球椭球参数的。这些参数和现代结果相比误差较大,但是经典大地测量主要是在某一定范围内推求各点的相对位置,虽然椭球参数不甚精确,影响也不很大。另一方面,一个国家或地区参考椭球的确定具有一定的延续性和稳定性,轻易改变将给大地、制图等工作增加很大的工作量,因此,这些椭球参数有的至今还被一些国家沿用。

第二个阶段,从二十世纪初起至二十世纪五十年代中后期止。这段时期的弧度测量有两个特点:一是许多国家先后完成了大量的天文大地测量工作。如美国从 1911 年至 1935 年共布设了 70000 km 左右的一等三角测量网,其结果组成了一等网。大面积的天文大地测量资料为面积法弧度测量提供了前提。而且在有些弧度测量计算中,按普拉特(J.H.Pra-

tt)、艾黎 (G.B. Airy) 等假说, 采用了地壳均衡补偿理论; 二是利用重力测量资料推求地球椭球的扁率。其中比较著称的是赫尔默特、海福特和克拉索夫斯基等椭球。

赫尔默特椭球就是利用重力测量的方法推出其椭球的扁率的, 其长半径则是按美国和欧洲弧度测量资料得出的。此椭球参数曾被埃及采用过。

海福特椭球的特点是采用了地壳均衡补偿理论。由于海福特所用的资料仅仅分布在美国一个国家内, 而且他所采用的地壳均衡补偿的深度过大, 所以其扁率和长半径和现代资料相比都显得过大。该椭球在 1924 年西班牙马德里召开的国际大地测量与地球物理联合会第二届大会上, 被确定为国际地球椭球, 是该组织推荐的第一个国际椭球。西欧各国、北美和南部非洲一些国家, 如比利时、保加利亚、丹麦、意大利、葡萄牙、罗马尼亚、土耳其、芬兰、巴西、利比亚和阿根廷等国均采用该椭球, 旧中国 (1932 年后) 也采用过该椭球, 著名的 1950 年欧洲坐标系也是采用这个椭球的。

克拉索夫斯基椭球在推算时除使用了苏联 1936 年前完成的大量的弧度测量资料外, 还利用了西欧、美用的资料, 并广泛地使用了确定地球扁率的重力测量资料。在计算时还考虑到地球的三轴性。所以, 从当时来说, 该椭球比其他的已知地球椭球更为科学。采用这个椭球的国家是苏联、保加利亚、匈牙利、民主德国、波兰、罗马尼亚、捷克斯洛伐克、越南和北朝鲜。我国自 1952 年开始也采用了这个椭球。1942 年普尔科夫坐标系采用该椭球。

第三个阶段, 从二十世纪六十年代起至今止。这个时期所推求的椭球参数不仅仅利用了地面测量的天文、大地和重力等资料, 而且广泛采用了卫星测量的各种资料, 包括有卫星光学摄影测量、多普勒定位、卫星激光测距和卫星激光测高等。所得参数的精度, 对于 a 和 α 已分别达到 0.3×10^{-6} 和 1×10^{-6} 左右, 而且相互间的结果值比较稳定, 长半径 a 值在 6378135m 至 6378145m 左右, 扁率 α 值在 1:298.255 至 1:298.257 左右。

从理论上讲, 为满足地球动力学的需要, 应力求使参数精度达到 10^{-7} 和 10^{-8} 。为此, 需要研究更新的观测手段, 如激光测月、卫星跟踪卫星、重力梯度测量和甚长基线干涉等; 在数量上则需要遍及全球的更多的各种观测资料。

我国 1978 年全国天文大地网平差会议决定, 选用国际上推荐的 1975 年大地坐标系地球椭球参数, 建立我国 1980 年国家大地坐标系, 该值和国际上推荐的 1980 年、1983 年大地坐标系地球椭球参数基本相同。

最后必须指出, 椭球的形状和大小仅仅反映地球的基本几何特性。照顾到历史的习惯和几何大地测量学中研究问题的方便, 对于旋转椭球而言, 一般用长半径 a 和扁率 α 两个参数表示。但是, 从几何和物理两个方面来研究地球, 仅有两个参数是不够的。自 1967 年开始, 国际上明确了采用四个参数表示, 它们是: 椭球长半径 a , 引力常数与地球质量的乘积 fM , 地球重力场二阶带球谐系数 J_2 和地球自转角速度 ω 。利用这四个参数, 可以导出一系列其他常数, 如椭球扁率 α 和赤道重力值等。这四个参数包含了地球的物理特性, 涉及到物理大地测量学中的正常椭球、水准椭球和正常重力公式等内容, 这些将在下节讨论。

三、正常椭球和水准椭球

如上所述,几何大地测量是利用一个经过定位和定向了的地球椭球即参考椭球作为研究地球形状的参考表面。同样,在物理大地测量中研究地球重力场时,需要引进一个正常椭球所产生的正常重力场,作为实际地球重力场的近似值。正常椭球是用于代表地球的理想质体,正常椭球面是大地水准面的规则形状。由于正常椭球的引入,真正的地球重力位被分成正常重力位和扰动位两个部分,实际的重力被分成正常重力和重力异常两个部分。由司托克斯定理可知,如果已知一个水准面的形状 S 和它内部所包含物质的总质量 M ,以及整个物体绕着某一固定轴旋转的角速度 ω ,则这个水准面上所有点和其外部空间任一点的重力位与重力都可以唯一地确定。因此,当我们选定一个正常椭球时,除了确定其 M 和 ω 值外,正常椭球面这一规则形状可以是任意的(当然,它必须是一个水准面)。例如,可以选择一个旋转椭球面或其他扁球面。所以,从原理上说,正常椭球可以任意选择。但为了实际使用方便,应当使正常重力场尽量地接近于实际重力场,并且有一定的规律性,以便能够精确算出正常重力场中的有关量。又考虑到几何大地测量中采用旋转椭球的实际情况,为此,目前都采用水准椭球作为正常椭球。

正常重力位的球函数展开式为

$$U = \frac{fM}{\rho} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{\rho} \right)^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \right] + \frac{\omega^2}{2} \rho^2 \sin^2 \theta \quad (2-1)$$

式中 ρ 为向径, θ 为余纬,同是点的球坐标; $P_{2n}(\cos \theta)$ 为勒让德多项式; a , J_2 , fM 和 ω 为正常椭球四个参数,式中其他的偶阶带谐系数 J_4 , J_6 , ……等可根据这四个参数按一定的公式算得。国际大地测量与地球物理联合会在 1967 年鲁塞仑第十四届大会上,协调了各方面的情况,开始采用这样四个参数全面地描述地球的几何特性和物理特性。

历史上曾采用过另一组椭球参数,如 1924 年在西班牙马德里召开的国际大地测量与地球物理联合会第二届大会决定采用海福特 (F. Hayford) 地球椭球,1930 年在瑞典斯德哥尔摩召开的国际大地测量与地球物理联合会第四届大会,将卡西尼 (G. Cassinis) 正常重力公式作为国际正常重力公式,其正常椭球的参数是 a , α , v 。(赤道上的正常重力)和 ω 。无论是采用 a , J_2 , fM 和 ω 还是采用 a , α , v 和 ω ,均可以按一定的公式导出其他有关参数,有关公式在物理大地测量或大地重力学等教材中均可找到。陈俊勇在《椭球参数的精密计算公式》一文中导出了形式更为简洁的换算公式。国际上先后推荐的几个正常椭球参数值如表 2-2 所示。

鉴于国际上已经明确用水准椭球作为正常椭球,因此,在一般情况下,这两个名词就不加以区别。在一些文献中还将其称为等位椭球。严格说来,水准椭球可作为正常椭球,反之则不一定。如历史上曾有赫尔默特 (R. Helmert) 1901-1909 正常重力公式,它所对应的正常椭球是赫尔默特扁球(一般文献上称赫尔默特椭球,该正常椭球的表面不是一个旋转椭圆体面,为了突出其区别,用扁球一词),但不是—个水准椭球。

在选择几何大地测量的参考椭球时,除了确定它的基本几何参数 a 和 α 外,还要进行定位和定向。同样,对于正常椭球,除了确定它的四个基本参数 a , J_2 , fM 和 ω 外,