# 微電子學

## 習題解答

劉玄達 編著

# Microelectronics

Jacob Millman & Arvin Grabel

第二版

# 微 電 子 學

第二版

# 習題解答

劉玄達 編著

儒林圖書公司 印行

微電子學習題解答

編　者：劉　玄　達
發行人：楊　鏡　秋
出版者：儒林圖書有限公司
地　址：台北市重慶南路一段 111 號
電　話：3118971-3　3144000
郵政劃撥：0106792-1號
吉豐印刷廠有限公司承印
板橋市三民路二段正隆巷 46 弄 7 號

行政院新聞局局版台業字第 1492 號
中華民國七十七年元月初版
定價新台幣　250　元正

# 目　錄

# 第一章

1-1 利用（1-9）式，其中加速電位 $V_a = -V$，而 $v_o = 0$，可得到

$$0 = 1/2\ mv^2 - qV$$

將各項數值代入上述，解 V

$$V = \frac{mv^2}{2q} = \frac{9.11 \times 10^{-31} \times (9.4 \times 10^6)^2}{2 \times 1.60 \times 10^{-19}} = 252\ V$$

1-2 電子的最初動能等於 $10^{-17}/(1.60 \times 10^{-19}) = 62.5$ eV。由於電子的末速爲零，所以減速電位能等於最初的動能。因此，可得 $qV_x = 62.5$ eV，$V_x = 62.5$ V。

1-3 (a)電子的初速爲零，由（1-9）式可得 $v_x$

$$v_x = \sqrt{\frac{2qV_a}{m}}$$

(b)電子進入 $P_1$ 與 $P_2$ 間的電場後，就會以一定的加速度 $a_y$ 向上加速。$a_y$ 計算如下：

$$ma_y = q\mathscr{E}_y = q(V_p/d) \quad 或 \quad a_y = qV_p/md$$

y 方向的速度 $v_y = a_y t_p$，$t_p$ 爲電子穿越 $P_1$-$P_2$ 板所需的時間，且 $t_p = l_d / v_x$；綜合這些關係式，可得

$$v_y = qV_p l_d / m d v_x$$

(c)令 $t_s$ 代表電子由離開 $P_1 - P_2$ 到撞擊螢幕所經過的時間，而且 $d_s = y_p + y_s$，$y_p$ 與 $y_s$ 分別是電子在 $t_p$ 及 $t_s$ 內所行進的 y 方向之距離。所以

$$y_p = 1/2\ a_y t_p^2 \qquad 且 \qquad y_s = v_y t_s$$

經由代換可得

$$d_s = \frac{1}{2}\left(\frac{qV_p}{md}\right)\left(\frac{l_d}{v_x}\right)^2 + \frac{qV_p l_d}{m d v_x} \cdot \frac{l_s - l_d/2}{v_x}$$

將(a)所得的 $v_x$ 代入，可整理出：

$$d_s = \frac{l_s l_d}{2d}\,\frac{V_p}{V_a}$$

(d)將各已知數值代入，可求得

$$v_x = \sqrt{\frac{2 \times 1.60 \times 10^{-19} \times 2000}{9.11 \times 10^{-31}}} = 2.65 \times 10^7 \text{ m/s} \qquad d_s = \frac{1.27 \times 20}{2 \times 0.5} \times \frac{100}{2000} = 1.27 \text{ cm}$$

$$v_y = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 100 \times 1.27 \times 10^{-2}}{9.11 \times 10^{-31} \times 0.5 \times 10^{-2} \times 2.65 \times 10^7} = 1.68 \times 10^6 \text{ m/s}$$

(e)由於 $d_s$ 與 $v_a$ 成反比，所以

$$\frac{1.27}{2000} = \frac{1.0}{V_a} \qquad 或 \qquad V_a = 1575 \text{ V}$$

1-4　利用(1-19)式可求得鋁條的電阻為

$$R = \frac{3.44 \times 10^{-8} \times 5 \times 10^{-3}}{(2 \times 10^{-4}) \times 10^{-6}} = 0.86\ \Omega$$

$$V = IR = 50 \times 10^{-3} \times 0.86 = 43 \text{ mV}$$

1-5　由習題1-4，$R = 0.86\ \Omega$ 且 $I = 30/0.86 = 34.9$ mA .

1-6　(a)電子的漂移速度爲 $v_d$ ，則其動能爲 $W = mv_d^2/2$ ，故解得

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2W}{m\mu_n^2}}$$

式中W的單位爲焦耳（J），m的單位爲kg，$\mu_n$ 的單位爲 $m^2/V \cdot s$ 。將表1-1的 $\mu_n$ 值及各項數值（單位需一致）代入，可得

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2 \times 1.1 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.11 \times 10^{-31}\ (1500 \times 10^{-4})^2}} = 4.14 \times 10^6\ V/m$$

$$= 41.4\ kV/cm$$

(b)打斷一個共價鍵需要1.1 eV的能量，相當於41.4 kV/cm 的電場強度。因此，將電壓加到矽條上以產生載子的方法並不實用（如果矽晶片厚度爲1毫米，則所加上的電壓至少爲414 V）。

1-7　由表1-1可得知 $\rho$ 值。矽條的電阻爲

$$R = \frac{2.3 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-1}}{2 \times 10^{-4} \times 10^{-2}} = 5.75 \times 10^{10}\ \Omega$$

所以 $I = V/R = (30 \times 10^{-3})/(5.75 \times 10^{10}) = 5.22 \times 10^{-13}\ A = 0.522\ pA$。

1-8　$n = 6.02 \times 10^{23} \dfrac{原子}{莫耳} \times \dfrac{1莫耳}{26.98\ kg} \times \dfrac{3個電子}{原子} \times 2.7 \dfrac{kg}{cm^3}$

$= 1.81 \times 10^{23}$ 電子/$cm^3$

利用（1-17）式，得

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{3.44 \times 10^{-6}} = 1.6 \times 10^{-19}\ \mu \times 1.81 \times 10^{23}$$ 所以

$$\mu = 10.0\ cm^2/V \cdot s$$

1-9　(a)利用（1-24）及（1-25）式，得

$$np = n_i^2 = (1.45 \times 10^{10})^2$$

$$N_D + p = N_A + n \quad 或 \quad 2 \times 10^{14} + p = 3 \times 10^{14} + n$$

將 $n = n_i^2/p$ 代入（1-25）式，整理得

$$p^2 + (N_D - N_A)p - n_i^2 = 0$$ 於是 (1)

$$p^2 + (2 \times 10^{14} - 3 \times 10^{14})p - (1.45 \times 10^{10})^2 = 0$$

解得

$$p = 1.00 \times 10^{14}\ \text{cm}^{-3}$$ 而

$$n = (1.45 \times 10^{10})^2/10^{14} = 2.10 \times 10^6\ \text{cm}^{-3}$$

(b)由於 $p > n$，此矽塊爲 p 型。

1-10 (a)我們可以利用習題 1-9 的(1)式得知，當 $N_A = N_D$ 時，$p^2 - n_i^2 = 0$，也就是 $p = n_i$。所以 $n = n_i$ 且 $p = n = 1.45 \times 10^{10}\ \text{cm}^{-3}$。

(b)此矽塊爲本質矽。

1-11 (a)利用習題 1-9 的(1)式，得

$$p^2 + (10^{16} - 10^{14})p - (1.45 \times 10^{10})^2 = 0$$ 解得

$$p = 2.12 \times 10^4\ \text{cm}^{-3}$$

因此，

$$n = \frac{(1.45 \times 10^{10})^2}{2.12 \times 10^4} = 9.92 \times 10^{15}\ \text{cm}^{-3}$$

(b)由於 $n \gg p$，此矽塊爲 n 型。

1-12 (a)假設在 p 型矽中 $p \gg n$，則 $\mu_n n \ll \mu_p p$。於是 ( 1-22 ) 式可寫成

$$\sigma = q\mu_p p$$ 而 $$p = \sigma/q\mu_p = 1/\rho q\mu_p$$ 代入數值得

$$p = 1/(0.02 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 475) = 6.58 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$$

$$n = n_i^2/p = (1.45 \times 10^{10})^2/(6.58 \times 10^{17}) = 3.20 \times 10^2\ \text{cm}^{-3}$$

(b)同理，在 n 型矽中，

$$n = 1/\rho q\mu_n$$ 代入數值後可得

$$n = 1/(0.02 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1500) = 2.08 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$$

$$p = n_i^2/n = (1.45 \times 10^{10})^2/(2.08 \times 10^{17}) = 1.01 \times 10^3\ \text{cm}^{-3}$$

註：另一種計算方法則可由 $\sigma_p = q\mu_p p_p$、$\sigma_n = q\mu_n n_n$ 以及 $\sigma_p = \sigma_n$ 得知

$$\frac{n_n}{p_p} = \frac{\mu_p}{\mu_n}$$

1-13　(a) 依據習題 1-12 所使用的計算方法，可得

$$p = \frac{1}{5 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 475} = 2.63 \times 10^{15}\ cm^{-3}$$

$$n = (1.45 \times 10^{10})^2/(2.63 \times 10^{15}) = 800 \times 10^2$$
$$= 8 \times 10^4\ cm^{-3}$$

(b) $$n = p\mu_p/\mu_n = 2.63 \times 10^{15} \times 475/1500 = 8.33 \times 10^{14}\ cm^{-3}$$

$$p = (1.45 \times 10^{10})^2/(8.33 \times 10^{14}) = 2.52 \times 10^5\ cm^{-3}$$

1-14　假設本質矽摻入施體雜質後，$n \gg p$ 而且 $n = N_D$。根據這些條件，解得

$$n = N_D = \frac{\sigma}{q\mu_n} = \frac{1}{\rho q\mu_n} = \frac{1}{1.0 \times 1.60 \times 10^{-19} \times 1500}$$
$$= 4.17 \times 10^{15}\ cm^{-3}$$

由表 1-1 可知單位體積內所含有的矽原子數為 $5.0 \times 10^{22}$ 個／厘米$^3$，所以

$$\frac{N_D}{S_1} = \frac{4.17 \times 10^{15}}{5.0 \times 10^{22}} = 0.833 \times 10^{-7}$$

也就是相當於每 $1.2 \times 10^7$ 個矽原子含有 1 個雜質原子。

1-15　由表 1-1 可求本質矽導電率為，

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2.3 \times 10^5} = 4.35 \times 10^{-6}\ (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

若矽為一種單價金屬，則每個矽原子將可提供一個自由電子，所以 $n = 5.0 \times 10^{22}\ cm^{-3}$。因此可求得

$$\sigma_m = q\mu_n n = 1.6 \times 10^{-19} \times 1500 \times 5.0 \times 10^{22}$$
$$= 1.2 \times 10^7\ (\Omega\text{-cm})^{-1}$$　而

$$\frac{\sigma_m}{\sigma} = \frac{1.2 \times 10^7}{4.35 \times 10^{-6}} = 2.76 \times 10^{12}$$

1-16 根據圖上的曲線，n ( x ) 可表示如下：

$$n(x) = \frac{n_o - n(0)}{W} x + n(0) = kx + n(0) \qquad 0 < x < W$$
$$= n(0) \qquad x > W$$

其中 $k = [\,n_o - n(0)\,]/W < 0$。

(a)將 $E = 0$ 代入 ( 1-35 ) 式，得

$$J_n(x) = -qD_n \frac{dn}{dx}$$

而且由於 n ( x ) 爲線性函數，所以 $J_n$ 爲定值，即

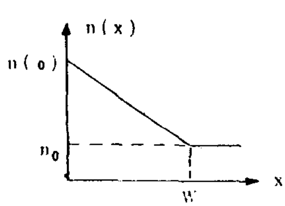
$$J_o = -qD_n k \qquad 0 < x < W$$
$$= 0 \qquad x > W$$

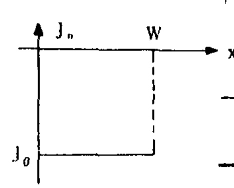
(b)將 $J_n(x) = 0$ 代入 ( 1-35 ) 式，得

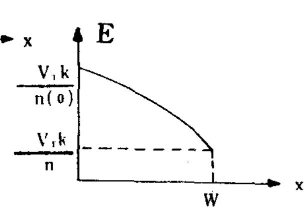
$$J_n = 0 = q\mu_n n E + qD_n \frac{dn}{dx} \qquad \text{所以}$$
$$E = -\frac{D_n}{n\mu_n}\frac{dn}{dx}$$

將 $V_T = D_n/\mu_n$ 及 $n(x) = kx + n(0)$ 代入，得

$$E = \frac{-V_T k}{kx + n(0)} \qquad 0 < x < W$$
$$= 0 \qquad x > 0$$



(c) $$V = -\int_0^W E\,dx = -\int_0^W \frac{-V_T k}{kx + n(0)}\,dx = V_T \ln[kx + n(0)]\Big|_0^W$$

$$= V_T\,[\ln n_o - \ln n(0)] = V_T \ln \frac{n_o}{n(0)}$$

$$= V_T \ln 10^{-3} = -3\,V_T \ln 10$$

$$= -3 \times 25\text{ mV} \ln 10 = -173\text{ mV}$$

1-17 因為淨電子流為零，由（1-35）式得到

$$J_n = q\mu_n n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad 而 \quad E = \frac{-D_n}{n\mu_n}\frac{dn}{dx} = -\frac{V_T}{n}\frac{dn}{dx}$$

在上式中，我們使用了愛因斯坦公式 $V_T = D_n/\mu_n$。從 $E = -dV/dx$ 可以得到 $dV = V_T\dfrac{dn}{n}$，再從 $x_1$ 到 $x_2$ 做積分，得

$$V_{21} = V_2 - V_1 = V_T \ln\frac{n_2}{n_1} = -V_T \ln\frac{n_1}{n_2} \quad 也可以寫成$$

$$n_1 = n_2 e^{-V_{21}/V_T}$$

1-18 對階形坡接面而言，$n_2 = n_n \approx N_D$ 且 $n_1 = n_p = n_i^2/N_A$，再利用習題 1-17 所得的結果可得

$$V_{21} = V_2 - V_1 = V_o = V_T \ln\frac{n_2}{n_1} = V_T \ln\frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

1-19 由表 1-1 可知 $N = 5.0\times 10^{28}$ 個原子／米$^3$，所以 $N_A = N_D = 5\times 10^{22}$ 個原子／米$^3$，代入（1-43）式

$$V_o = V_T \ln\frac{N_A N_D}{n_i^2} = 25\text{ mV} \ln\frac{(5\times 10^{22})^2}{(1.45\times 10^{16})^2} = 753\text{ mV}$$

1-20 假設 $N_{D1}$ 與 $V_{o1}$ 分別是原來的施體濃度及接觸電位，而 $N_{D2}$ 與 $V_{o2}$ 分別是改變後的施體濃度及接觸電位，利用（1-43）式可求得，

$$V_{o2} - V_{o1} = V_T \ln \frac{N_{D2}N_A}{n_i^2} - V_T \ln \frac{N_{D2}N_A}{n_i^2} = V_T \ln \frac{N_{D2}}{N_{D1}}$$
$$= 25 \text{ mV} \ln 2500 = 196 \text{ mV}$$

1-21 (a)假設 $N_{A1}$ 與 $V_{o1}$ 分別是原來的受體濃度及接觸電位，而 $N_{A2}$ 與 $V_{o2}$ 分別是改變後的受體濃度及接觸電位，則

$$V_{o2} - V_{o1} = V_T \ln \frac{N_D N_{A2}}{n_i^2} - V_T \ln \frac{N_D N_{A1}}{n_i^2} = V_T \ln \frac{N_{A2}}{N_{A1}}$$
$$= 25 \ln 8000 = 225 \text{ mV}$$

(b)在計算(a)的答案時，我們假定 $N_{A2} > N_{A1}$，所以接觸電位有所增加。若 $N_{A2} < N_{A1}$，則(a)的答案代表著接觸電位的改變量（此時 $V_{o2} - V_{o1} = -225$ mV）。不過上述的計算乃是假設：即使 $N_A$ 減爲 $N_{A1}$ 的 8000 分之一時，$p_2 \approx N_{A2}$ 的關係式依然成立。

1-22 假設 $p_p = N_A$ 且 $n_n = N_D$。因此

$$\sigma_p = \frac{1}{\rho_p} = q\mu_p p_p \quad 而 \quad \sigma_n = \frac{1}{\rho_n} = q\mu_n n_n \quad 亦即$$

$$p_p = N_A = \frac{1}{q\mu_p\rho_p} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 475 \times 5}$$
$$= 2.63 \times 10^{15} \text{ 個原子/cm}^3$$

$$n_n = N_D = \frac{1}{q\mu_n\rho_n} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 1500 \times 2.5}$$
$$= 1.67 \times 10^{15} \text{ 個原子/cm}^3$$

然後再利用（1-43）式求得

$$V_o = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 25 \ln \frac{2.63 \times 10^{15} \times 1.67 \times 10^{15}}{(1.45 \times 10^{10})^2}$$
$$= 594 \text{ mV}$$

1-23 與習題 1-22 一樣，我們仍然假設 $p_p = N_A$ 且 $n_n = N_D$ ，所以

$$p_p = N_A = \frac{\sigma_p}{q\mu_p} = \frac{1}{q\mu_p\rho_p} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 475 \times 2.5}$$

$$= 5.26 \times 10^{15} \text{ 個原子/cm}^3$$

$$n_n = N_D = \frac{\sigma_n}{q\mu_n} = \frac{1}{q\mu_n\rho_n} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 1500 \times 5}$$

$$= 0.833 \times 10^{15} \text{ 個原子/cm}^3$$

於是求得，

$$V_o = 25 \ln \frac{5.26 \times 10^{15} \times 0.833 \times 10^{15}}{(1.45 \times 10^{10})^2} = 594 \text{ mV}$$

不出所料，習題 1-22 與習題 1-23 所求得的答案完全相同。事實上，當 $\rho_p$ 減半，$N_A$ 就增為原來的兩倍；同理，當 $\rho_n$ 增為原來的兩倍，$N_D$ 就減半。結果 $N_A$ 與 $N_D$ 的乘積 $N_AN_D$ 保持定值，而 $V_o$ 當然也不會有所改變。

# 第二章

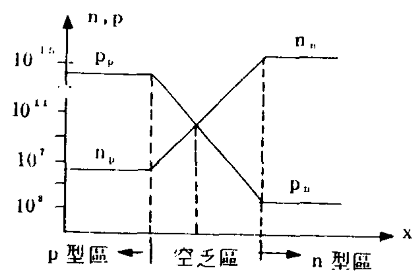
2-1　$n_n \approx N_D = 5\times10^{16}/cm^3$ 而 $p_n = \dfrac{n_i^2}{n_n} = \dfrac{(1.45\times10^{10})^2}{5\times10^{16}}$

$= 4.205\times10^{3}/cm^3$

$p_p = N_A = 5\times10^{14}/cm^3$

$n_p = \dfrac{n_i^2}{p_p} = \dfrac{(1.45\times10^{10})^2}{5\times10^{14}}$

$= 4.205\times10^{5}/cm^3$




2-2　在 p 型區中，

$\dfrac{1}{\rho_p} = \sigma_p = q\mu_p p_p$　即　$p_p = \dfrac{1}{\rho_p q\mu_p}$　代入數值即可求得

$$p_p = \frac{1}{2.4\times1.6\times10^{-19}\times475} = 5.48\times10^{15}/cm^3$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} = \frac{(1.45\times10^{10})^2}{5.48\times10^{15}} = 3.83\times10^{4}/cm^3$$

在 n 型區中，

$$\frac{1}{\rho_n} = \sigma_n = q\mu_n n_n \quad \text{即} \quad n_n = \frac{1}{\rho_n q \mu_n} \quad \text{代入數值即可求得}$$

$$n_n = \frac{1}{25 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1500} = 1.67 \times 10^{14}/cm^3$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{(1.45 \times 10^{10})^2}{1.67 \times 10^{14}} = 1.26 \times 10^6/cm^3$$

其圖形與習題 2-1 的圖形類似。

2-3 (a)利用（2-3）式可得

$$-0.95\ I_S = I_S(\varepsilon^{V_D/2\times 25} - 1) \quad \text{可寫成}$$

$\varepsilon^{V_D/50} = 0.05$ 兩邊取自然對數得 $V_D/50 = \ln\ 0.05$

解得 $V_D = -150\,mV$。

(b)由（2-3）式得

$$\frac{I_D(for)}{|I_D(rev)|} = \frac{\varepsilon^{200/2\times 25} - 1}{|\varepsilon^{-200/2\times 25} - 1|} = 54.6$$

(c)同樣再由（2-3）式求得

$$I_D = 10^{-8}(\varepsilon^{500/2\times 25} - 1) = 220\ \mu A$$

同理可求得 $V_D = 600$ mV 時，$I_D = 1.63$ mA（$V_D = 700$ mV 時，$I_D = 12.0\,mA$）。

2-4 假設此二極體是在室溫下操作，所以 $V_T \approx 25$ mV。然後再利用二極體方程式，得

$$2.5 \times 10^{-6} = 10^{-9}(\varepsilon^{V_D/25} - 1) \quad \text{即} \quad \varepsilon^{V_D/25} = 2500 - 1$$

解得 $V_D = 25\ \ln\ 2499 = 196\,mV$。

2-5 (a) 300°K時，$V_T = 26$ mV，代入（2-3）式得

$$1 = I_S(\varepsilon^{700/2\times26} - 1) \quad \text{所以} \quad I_S = 1.42 \text{ nA}$$

當 $V_D = 0.8$ V，

$$I_D = 1.42 \times 10^{-9}(\varepsilon^{800/2\times26} - 1) = 6.82 \text{ mA}$$

(b) 由(a)得知，$I_S = 1.42$ nA。

(c) $\eta = 1$ 並假設 $V_D/\eta V_T \gg 1$，則

$$\frac{I_{D2}}{I_{D1}} = \frac{\varepsilon^{800/26}}{\varepsilon^{700/26}} = \varepsilon^{100/26} = 46.8 \quad \text{解得} \quad I_{D2} = 46.8 \text{ mA}$$

2-6 (a) $I_S(25+\Delta T) = I_S(25)\cdot 2^{\Delta T/10}$

因此，

$$60\, I_S(25) = I_S(25)\cdot 2^{\Delta T/10}$$

解 $\Delta T$，得

$$2^{\Delta T/10} = 60 \quad \text{兩邊取對數，得} \quad (\Delta T/10)\log 2 = \log 60$$

所以 $\Delta T = 59.1$ ℃。

(b) 計算程序與(a)相同，

$$I_S(25 - \Delta T) = I_S(25)\cdot 2^{-\Delta T/10}$$

$$2^{-\Delta T/10} = \frac{I_S(25)/10}{I_S(25)} = \frac{1}{10} \quad \text{兩邊取對數，得}$$

$$\frac{\Delta T}{10}\log 2 = \log 10 \quad \text{所以} \quad \Delta T = \frac{10}{\log 2} = 33.2^\circ\text{C} \ (\text{溫度降低})$$

2-7 已知"熱阻" $R_t$ 爲 0.1 mW/℃，且 $\Delta T = 10$ ℃，所以

$$P_{out} = R_t\Delta T = (0.1 \text{ mW}/^\circ\text{C})(10^\circ\text{C}) = 1 \text{ mW}$$