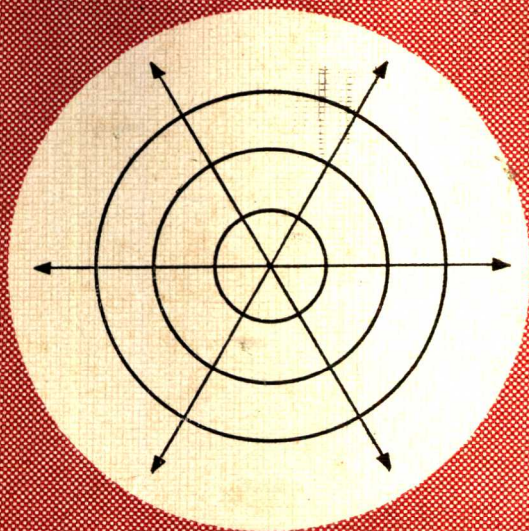


應用數學

上 冊

編著者 黃 永 文



東華書局印行

應用數學

上 册

著 者

黃 永 文

東 華 書 局 印 行

應用數學

下 冊

著 者

黃 永 文

東華書局印行



版權所有·翻印必究

中華民國六十二年二月初版

中華民國六十七年六月二版

大專應用數學 (全二册)

上册 定價新台幣六十元整

(外埠酌加運費滙費)

發行人	黃卓	永鑫	文森
出版者	臺灣東華書局股份有限公司		
	臺北市博愛路一〇五號		
	電話：3819470 郵撥：6481		
印刷者	中臺印刷廠		
	臺中市公園路三十七號		

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒貳伍號

(61076)



版權所有・翻印必究

中華民國六十五年十一月初版
中華民國六十七年十一月再版

大專
用書 **應用數學** (全二冊)

下冊 定價新臺幣九十元整

(外埠酌加運費滙費)

著者	黃	永	文
發行人	卓	鑫	森
出版者	臺灣東華書局股份有限公司 臺北市博愛路一〇五號		
印刷者	中台印刷廠 臺中市公園路三七號		

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒伍號
(65019)

序

自教育部修訂大學課程後，理工方面課程已經改變了很多，在基本結構，必修科目及時間安排上都有變化。這種變化，必然會影響到作為學工和學理的基礎之一的數學課程。應用數學，有時稱為工程數學，這方面的英文書籍常有翻印，但是我始終覺得，我們仍很缺少適合我們的背景，我們的需要，用我們自己的文字所寫的應用數學書。

我們在中學數學課的內容與安排和外國不相同，大學裡的修讀需要和教法又多相異的地方，工業和社會的需要也很有差別。大家都知道，外國課本是寫給外國人讀的，根本不管這些，更不必談對教育部的課程修訂有所反應了。

然而為什麼還有那麼多的英文本被選作教本呢？我想中文本難讀難懂是一個重要因素。常聽人說，讀一句論科學的中文句子，反不如看原文來得明白，倘然果真讀中文反而比英文難懂，那還有什麼存在的價值呢？本來，要把大部份在外國發源的東西，在我們國家裡生根，不是一件容易的事。用古文言寫科學，固然合於傳統，奈何常會詰屈聱牙，辭不達意，用西洋式文句來寫，又好像讀報紙上的翻譯文章，要在腦筋裡譯成英文，才明白它的真正意思。

本書文字，力求淺顯，並不拘泥於白話或文言的形式，那一種方便的時候，就用那一種。白話的時候居多，但淺顯的文言比較適合的地方也不妨應用，只要能表達意義，並且求以最少時間和精力來瞭解所介紹的內容。如果讀者讀完本書，覺得這些數學沒有什麼頂難的地方，讀起來也不吃力，那麼，作者的希望就達成了。

現在本課程在各校大都從二年級上學期就開始，緊接在微積分課之後，以便立即學以致用於其他專業課程。數學課有一種明顯的趨勢，就是愈來愈分門別類，其中不乏新興的課程。除微積分和應用數學或工程數學外，數學課如複變函數、概率論（可能率）、線性代數、數值分析、統計學等，都紛紛另設專課。相對地，應用數學的範圍就應當減小。例如複變函數，有些書上在最後列有好幾章來討論，但是常常看到的情形却是：不是複變函數另有開課，便是教師另外採用一本複變函數的專書來教，這樣應用數學附有複變函數，就變成一種浪費，徒然增加學生的負擔。

本書採取應用數學的精華，所列內容大部份為一般認為唸本課程必然應該討論到的議題，加以較有系統的介紹，使各系均能採用。如有若干數學論題並未另行開課而有需要的系級，則給教師以自由添補課外材料的方便。本書的主要着眼點在用作教本，但在採用其他教本而讀起來有疑問時，相信本書也可以幫你理解，提供一條思路。如果用作自修，也會很容易讀。

應用數學或工程數學，雖旨在應用，但本身決不是一門工程課。本書不要求讀者先有專門工程知識，書中亦不講解此項專門知識。避免介紹電路理論、應用力學、材料力學之類的內容，以免越俎代庖，並消除教師與學生的困擾。譬如高談電路理論，將使與電學無關的學系讀者產生困擾，並失去興趣，演繹材料力學，徒耗非機械系學生的精神，等到以後學習這些課程時，又嫌重覆，所以一概避免。但着重於隨處有用的數學方法，求奠定基礎。學習專課時，只需將數學常數換以各種物理量，自可會心運用。倘使將來讀者發覺，原來用處在此，豈不也很好？

書中宗旨注重理解，不重死記，在可能導致讀者背誦的地方，不

加強調，甚至略去。對於有代公式之好的讀者，也提供了一種自己演繹的機會。

關於理論方面，儘量予以證明，希望知其然，也知其所以然，以避免成爲工「匠」。當然應用還是重點，不宜以喧賓奪主，所以證明方法，以採用簡捷者爲主，儘量避免冗長繁複且在過程中並無新的啓示的證法。

本書各章可分成幾個大致獨立的部份。一、二兩章爲常微分方程式，第三章爲勒氏 (Laplace) 變換，第四、五兩章爲向量，第六章爲符氏 (Fourier) 級數，第七章爲偏微分方程式，第八章爲微分方程式級數解，第九章爲矩陣，第十章爲特殊函數，分訂兩冊。上面的次序是根據應用需要的緊急程度而擬訂的，由於科學發展，各專門科目愈來愈需要數學支持，往往使本課程未及講畢就要應用，因此很有緩急先後的分別。如微分方程式級數解及矩陣，大致三年級以上始有應用，所以移在下學期，而將向量及勒氏變換提前介紹。不過各章既大致自成段落，可以調動次序，以適應特別需要。但級數解應在第一、二兩章之後介紹，矩陣宜列第四章之後，而偏微分方程式適於在符氏級數之後。

第一章介紹一階常微分方程式，第二章介紹二階以上常微分方程式。兩章中各有一節，增廣介紹選自微分方程式中較易求解的其他解法，以展延讀者解微分方程的知見。第二章並列有算子法一節，除闡述一種求特解的簡法外，兼可介紹算子的概念，這在偏微分方程式及物理等方面都有用處，但本節和其他節沒有什麼關聯，也可以省去。第二章最後一節並介紹聯立微分方程式。

◎ 第三章勒氏變換中，作者應用心得，以視察法求得各種反變換式，方法簡便，消除公式背誦，摒棄繁複的複數運算等。傳統的公式列在

11/24/02/11

第四節及第十節，僅供參考。頗想提倡上述方法，仍盼各位先進賜教。

δ 函數及旋捲等則包括在第九節。

向量在中學已有初步介紹，配合這項進度，前面的定義介紹等，力求精簡，但仍然保留一個完整的系統。向量的定義、加法、乘積和微分包括在第四章中。

向量的積分及相關的定理列在第五章。曲線坐標及坐標系統的轉換，分開列在本章後半部，這樣分法，似乎比較順適和自然。張量分析本屬專課，多數學系在大學程度並不必需，但為滿足一般好學心理，把張量列在末節，雖然在不足一節的空間裡介紹，確是一件不容易作好的事，但嘗鼎一臠，能窺知張量為何物，已經值得了。

第六章介紹符氏級數及符氏變換。在級數的係數討論中，將含有部份為零的判別法。關於符氏變換，雖由符氏級數引出，將與勒氏變換作一比較，使讀者對第三章有一反省對照。

第七章討論偏微分方程式，作者不打算像一般書中過於強調逐個介紹特殊的問題及邊界條件的解法，因為物理問題是無法盡舉的，所以希望着重在概念、原則和方法。本章的討論中包括偏微分方程式的通解，以幫助瞭解概念，並輔助這方面的不足，通常讀者很少有機會再修習偏微分方程式的專課，而偏微分方程式却是時常遇到的。

第八章內容為常微分方程式的級數解。本章一般來說，較為繁複，放在後面，讀者已有較佳的數學程度，是一種有利的因素。本章包括 Bessel, Legendre 等函數的介紹。

第九章敘述矩陣，這方面新數學已有初步介紹，並且在線性代數課程中還要詳論，因此很不容易選取適當的題材。本章將扼要而精簡。

第十章說明各種在專業課程中常遇到的特殊函數，減少讀者在修習專門科目時可能會發生的數學疑問。

本書遇有翻譯名詞處，力求通用及達意，並附原文。多數人名保持不譯，純爲讀者參考方便及讀起來比較通順的緣故。書末附有漢英及英漢名詞對照表二種，漢英按筆劃部首排列，英漢按英文字母排列，以利便翻查及參考。

本書承王淑珍小姐協助提供意見並抄錄稿件，至爲感謝。又承東華書局印刷出版，使能與讀者見面，尙請不吝賜教。

黃永文 序於六十二年元月

下 册 自 序

自上册問世後，由於教學及研究諸工作的繁忙，又過了如許之久，下册才和各位見面，內心實感到十分歉疚。這些時來，心中時常因受着要撰寫下册的驅策而不安，現在總算可以鬆一口氣了。

下册的簡要內容，已在上册的序裡面提到過了。其中還沒有提到的部份特點，或者需要在這裡再補充說明一些。

第六章符氏級數及變換中，羅列了許多簡單的判別方法，並論及波形平移時（變換相位角時）係數的變化，可使求符氏係數的工作減省很多事功。章中特將符氏變換與勒氏變換詳細作異同的比較，以加強瞭解而避免混淆。至於符氏複級數及變換式，不採用一般純數學書的表示形式，而採用工程應用上所習用的形式，庶求學以致用。

第七章偏微分方程式中，特別通過簡單的導介，使讀者不費太多的時間，而能經由通解對偏微分方程有更為完整的認識。通解在應用上亦自有其物理意義，例如行波及駐波之闡明，並且相對地顯明了變數分離法的特例情形。此外並增加實用的例證，例如一重及多重擴散，為工程上極有應用價值而思路解法不同者，藉此並引介以（勒氏）變換解偏微分方程的方法。

第八章改列為矩陣。本章除可自成為一個單元外，並考慮新數學中關於矩陣的學習，為避免重覆矩陣及行列式方面的討論，特將本章的內容略為加深與推廣，並加入線性方面的概念。

微分方程級數解移至第九章，其中係數關係式的求得，俱用級數及累計指數的運算，方法一致且較普遍。Legendre 及 Bessel 函數係

數之導得方法似較為簡單，且可消除其中不易理解的部份。關於 Frobenius 解法中兩根差為整數時，作者探求導得一純取小根代入的解法系統，在解答無對數項時，固可節省一半精力，在解答含對數項時，則仍可藉小根解而求得，這樣可以免除讀者先代大根或代小根何者較好的猜測和疑惑。

第十章特殊函數收集甚廣，包括由定積分所定義的函數，如誤差函數、階碼函數、Beta 函數、正餘弦積分、Fresnel 積分、橢圓積分等，以及由微分方程式所得的函數，如 Hermite 多項式、Laguerre 多項式、超幾何函數等。本章自可選擇需用部份，因地制宜而教學，或供參攷之用。

本下冊之出版承謝財明先生及田蓉蓉女士兩位的協助至多。尤其謝君於取材、初稿、證法、習題等貢獻甚大，謝君誠為一擅長數學思考而不可多得之青年人士。田君則協編上冊奇數習題解及名詞對照表等，熱心幫助。茲願藉此機會表達對謝、田兩君衷心的謝忱。

撰寫本書的最終期望可說有二：一是希望它成為一本很容易讀懂和讀通的專業教科書，但內容仍然豐富而不以教材的減少為犧牲（當然需用內容少的場合可自行選擇，則當別論）。二是希望它提供的解法是最簡單直捷的，以減省學子們的精力而提高應用上的效率。一般說來，讀者們對上冊的反應，還認為是容易學的，而一直催促着寫下冊，我希望下冊和上冊能夠連貫一致。

不過，期望總是一種理想。是否能夠達到理想，端看讀者諸君的效果了。

應用數學上冊目錄

第一章 一階常微分方程式 ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE FIRST ORDER

第一節	基本概念 Basic Concepts.....	1
第二節	變數分離式 Separable Differential Equations.....	7
第三節	齊次方程式 Homogeneous Differential Equations.....	15
第四節	恰當方程式 Exact Differential Equations.....	20
第五節	積分因式 Integrating Factors.....	26
第六節	線性方程式 Linear Differential Equations of the First Order.....	30
第七節	其他易解方程式 Other Methods.....	34

第二章 線性微分方程式 LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

第一節	線性性質 Introduction.....	43
第二節	常係數齊次式 Homogeneous Linear Equations with Constant Coefficients.....	51
第三節	非齊次方程式 Nonhomogeneous Linear Differential Equations	60
第四節	算子法求特解 Differential Operator for Particular solutions	66

第五節	可變參數法 Variation of Parameters.....	76
第六節	其他易解方程式 Other Methods.....	79
第七節	聯立方程式 Simultaneous Differential Equations.....	89

第三章 勒氏變換 LAPLACE TRANSFORMATION

第一節	緒論 Transform, Linearity and Existence.....	95
第二節	常用函數之變換 Transforms of Some Elementary Functions	101
第三節	微分及積分之變換 Transforms of Derivatives and Integrals	108
第四節	部份分式 Partial Fractions	115
第五節	舉例及應用 Examples.....	117
第六節	變換之微分及積分 Differentiation and Integration of Transforms.....	131
第七節	分段連續函數 Transforms of Piecewise Continuous Functions	136
第八節	週期函數 Transforms of Periodic Functions.....	153
第九節	δ 函數及旋捲 Impulse, Convolution and Limit Theorems	163
第十節	公式及變換表 Formulas and Table of Transforms	171

第四章 向量之和與積及其微分 SUM, PRODUCT AND DIFFERENTIATION OF VECTORS

第一節	概述 Introduction, Components, Addition, Linear Dependence	178
-----	--	-----

第二節	向量乘積 Scalar and Vector Products.....	186
第三節	重覆乘積及公式 Triple Products and Product Formulas.....	197
第四節	向量場及向量之微分 Field, Curve, Vector Differentiation and Arc Length.....	204
第五節	切向量、速度及加速度 Tangent vector, normal, Binormal, Velocity and Acceleration.....	211
第六節	梯度 Gradient, Directional Derivatives and Tangent Planes	220
第七節	散度與旋度 Divergence, Curl and Related Formulas.....	228
第五章	向量之積分及坐標轉換 INTEGRATION OF VECTORS AND COORDINATE TRANSFO- RMATION	
第一節	沿線積分 Line Integrals.....	237
第二節	積分途徑 Path of Integration, Independent of Path	243
第三節	<i>GREEN</i> 平面定理 Green's Theorem in the Plane	253
第四節	面積分及體積分 Surface and Volume Integrals...	263
第五節	散度、 <i>STOKE</i> 及 <i>GAUSS</i> 定理 Divergence Theorem, Stoke's Theorem and Gauss' Theorem	274
第六節	應用舉例 Applications and Examples.....	281
第七節	曲線坐標 Curvilinear Coordinates, Parametric Representation of Surfaces.....	289

- 第八節 常用坐標系統之向量公式 Gradient, Divergence,
Curl, Laplacian in Orthogonal Coordinates..... 299
- 第九節 累加法約則及張量 Summation Convention, Arc
Length, Coordinate Transforms and Tensors..... 307

應用數學下冊目錄

第六章 符氏級數 FOURIER SERIES

第一節	週期函數及正交函數 Periodic Functions and Orthogonality.....	321
第二節	符氏級數及其係數 Fourier Series and its Coefficients.....	328
第三節	奇偶函數與對稱 Even, Odd Functions and Symmetry	338
第四節	半幅展開式 Half Range Expansions.....	349
第五節	複數形式 Complex Fourier Series.....	354
第六節	符氏變換 Fourier Transform.....	361
第七節	有關積分 Fourier Integral and Sine Integral	367
第八節	符氏變換公式 Properties of Fourier Transform...	374
第九節	符氏與勒氏變換之比較 Comparison between Fourier and Laplace Transforms	381

第七章 偏微分方程式 PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

第一節	偏微分方程式之構成 Introduction.....	383
第二節	一階線性偏微分方程式 Linear Partial Differential Equations of the First Order.....	388