

实用高中物理解题思维方法小丛书

物理数学法

李春霖

王怀中

编著



SHANXI EDUCATION PRESS

实用高中物理解题思维方法小丛书

物理数学法

李春霖 王怀中 编著

山西教育出版社

[晋]新登字3号

实用高中物理解题思维方法小丛书

物理数学法

李春霖 王怀中

*

山西教育出版社出版 (太原并州北路十一号)

山西省新华书店发行 山西人民印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 8.5 字数: 72千字

1992年7月第1版 1992年7月山西第1次印刷

印数: 1—8 000册

*

ISBN 7-80578-661-5

G·655 定价: 1.80元

序 言

长期以来，学生难以解脱“茫茫题海”和“泛泛资料”的范围，特别是近年来，繁多的教学内容和过量的课外作业，使学生的负担日趋加重，不少学生陷于机械性、模仿性地练习之中，从而抑制了学生的积极思维活动，严重地影响了智能的健康发展，为了减轻学生负担，利于复习巩固，进而开拓思路，提高学习效率，掌握解题的方法技巧。笔者根据国家教委颁发的中学物理教学新大纲的具体要求和当前中学物理教学改革的新动态，从提高中学生思维能力和应变能力出发，编写了这套《实用高中物理解题思维方法小丛书》。这本《物理数学法》分册，介绍了中学物理中的多种数学方法，从多个侧面、各种角度展示了数学在解物理题中的重要性，书中还提供了许多专题的数学解法，以提高读者灵活应用数学方法巧解物理习题的能力，强化技能训练。

本书在撰写过程中承蒙得不少有丰富教学经验的特级、高级教师、教育工作者的支持和具体指导；得到了教育专家、教授的帮助和鼓励，在此特表谢意。

由于作者水平有限，疏漏和不妥之处一定不少，恳请广大读者不吝赐教。

作 者

1990、10、1于太原

目 录

一、中学物理中的数学方法	(1)
1. 算术比例法	(2)
2. 代数方程法	(6)
3. 合并未知数法	(15)
4. 指数对数法	(19)
5. 三角函数法	(25)
6. 矢量运算法	(32)
7. 几何解析法	(37)
二、应用函数图像法解题	(43)
1. 图像的物理意义	(43)
2. 图像在解物理习题中的应用	(46)
三、专题研究	(59)
1. 用“平衡去掉法”求矢量和	(59)
2. 对力的分解问题解的探究	(60)
3. 动力学中的两个递推公式	(64)
4. 单摆振动周期公式的变形	(67)
5. 用摆钟测山高	(69)
6. 物理学中的0.618法	(71)
7. 用“排除法”解物理习题	(74)
8. 用天平称量面积	(77)
9. 隔河测灯塔的高度	(78)

10. 怎样测太阳直径.....	(80)
11. 介绍几种测定子弹速度的方法.....	(82)
12. 测定尼龙丝强度妙法.....	(86)
13. 在汽车上的新思考.....	(88)
14. 用“安、欧”法测电阻.....	(90)
15. 宇航员测定行星密度.....	(93)
16. 奇妙的测距法.....	(96)
17. 大气压强测定新法.....	(97)
18. 微观粒子“荷质比”测定要法.....	(99)
19. 空中测定新方案.....	(102)

(25)		新发现之三	6
(33)		古新武登天	8
(37)		楚辞集序	9
(41)		国朝海内名家诗选序	11
(43)		文苑英华序	11
(36)		国朝中书省修书序	9
(37)		文苑英华序	11
(38)		文苑英华序	11
(39)		文苑英华序	11
(40)		文苑英华序	11
(41)		文苑英华序	11
(42)		文苑英华序	11
(43)		文苑英华序	11
(44)		文苑英华序	11
(45)		文苑英华序	11
(46)		文苑英华序	11
(47)		文苑英华序	11
(48)		文苑英华序	11
(49)		文苑英华序	11
(50)		文苑英华序	11
(51)		文苑英华序	11
(52)		文苑英华序	11
(53)		文苑英华序	11
(54)		文苑英华序	11
(55)		文苑英华序	11
(56)		文苑英华序	11
(57)		文苑英华序	11
(58)		文苑英华序	11
(59)		文苑英华序	11
(60)		文苑英华序	11
(61)		文苑英华序	11
(62)		文苑英华序	11
(63)		文苑英华序	11
(64)		文苑英华序	11
(65)		文苑英华序	11
(66)		文苑英华序	11
(67)		文苑英华序	11
(68)		文苑英华序	11
(69)		文苑英华序	11
(70)		文苑英华序	11
(71)		文苑英华序	11
(72)		文苑英华序	11
(73)		文苑英华序	11
(74)		文苑英华序	11
(75)		文苑英华序	11
(76)		文苑英华序	11
(77)		文苑英华序	11
(78)		文苑英华序	11
(79)		文苑英华序	11
(80)		文苑英华序	11
(81)		文苑英华序	11
(82)		文苑英华序	11
(83)		文苑英华序	11
(84)		文苑英华序	11
(85)		文苑英华序	11
(86)		文苑英华序	11
(87)		文苑英华序	11
(88)		文苑英华序	11
(89)		文苑英华序	11
(90)		文苑英华序	11
(91)		文苑英华序	11
(92)		文苑英华序	11
(93)		文苑英华序	11
(94)		文苑英华序	11
(95)		文苑英华序	11
(96)		文苑英华序	11
(97)		文苑英华序	11
(98)		文苑英华序	11
(99)		文苑英华序	11
(100)		文苑英华序	11

一、中学物理中的数学方法

数学公式和函数图象可以明确表达物理概念和各物理量之间的变化关系，物理理论的建立和发展总要依赖于数学知识为工具，因而数学是解决具体物理问题的强有力的手段。

物理习题中的不同物理量具有各自的定量性、实用性、多解性和方向性的特点，所以在解题时要采用不同的数学方法。就中学物理中常用的数学方法大体上说来有算术比例法、代数方程法、合并未知数法、指数对数法、三角函数法、矢量运算法、几何解析法等等。根据各种方法的不同特征和物理学的要求，在中学物理教学中要注意以下几个方面：

(1) 物理概念和物理规律是通过怎样的数学形式表达；

(2) 物理规律在数学形式上的相似性、一致性、区别与联系；

(3) 物理本质和数学形式间存在怎样的辩证关系；

(4) 物理学的研究中怎样应用数学方法进行合理的推理和论证。

只有巧妙地应用各种数学方法，加强知识间的横向配合，发挥丰富多采的数学思想，展开思路，才能稳、准、巧、快地解决物理问题，所以研究中学物理中的数学方法对学生智能发展，具有十分重要的意义。

1. 算术比例法

算术比例法是根据物理题目中所要涉及的物理概念的意义、定理规律间的相关性，应用算术中的四则运算的性质和比例关系，来解答物理问题的方法。该方法具有下面的特点：

(1) 有针对性地克服盲目死记乱套公式的不良倾向。

(2) 自觉地培养分析、综合、逻辑推理的能力。

现举例如下：

例1 有粗细均匀的蜡，长为25厘米，为了使其直立地插入水中，在其下端按上几道图钉，此时上端露出水面2厘米，若将蜡烛点燃且蜡油能全部烧掉，图钉体积可以忽略不计，问燃烧到还剩多长时，蜡火将会被淹没？

分析与思考：

这是一个有关浮力的计算问题，所以必先掌握浮力的概念、浮力定律和物体的浮沉条件。并且要判断是否烧完2厘米后，水会淹没烛火吗？结论是不能。（想想看，这是为什么？）然后找出烛火将要被水淹没时的重要物理量间的关系，即蜡烛受到的浮力恰好等于铁钉和剩余蜡烛的重量之和。其解题步骤如下：

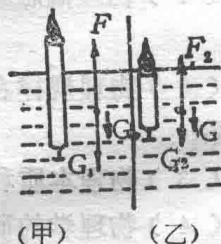


图 1—1

解：

(1) 作蜡烛的始末状态时的受力示意图，如图1—1中

(甲)、(乙)所示。

(2) 计算蜡烛未点燃时的重量和受到的浮力, 设蜡烛的截面积为 S 米², 图钉的重力为 G_0 , 此时蜡烛的重量为

$$G_1 = 0.25 \text{米} \times S \text{米}^2 \times 0.9 \times 10^3 \text{千克/米}^3 \times 9.8 \text{牛顿/千克} = 2.20 \times 10^3 S \text{牛顿}.$$

所受的浮力为

$$F_1 = (0.25 - 0.02) \text{米} \times S \text{米}^2 \times 10^3 \text{千克/米}^3 \times 9.8 \text{牛吨/千克} = 2.25 \times 10^3 S \text{牛顿}.$$

根据物体浮沉条件得:

$$F_1 = G_1 + G_0$$

$$\text{即 } 2.25 \times 10^3 S = 2.20 \times 10^3 S + G_0$$

$$\text{变形得 } 50S = G_0 \dots\dots ①$$

(3) 计算蜡烛将被淹灭时的重量和浮力。设此时蜡烛的长度为 h , 蜡烛的重量为

$$G_2 = h \text{米} \times S \text{米}^2 \times 0.9 \times 10^3 \text{千克/米}^3 \times 9.8 \text{牛顿/千克} = 8.82 \times 10^3 Sh \text{牛顿}$$

所受的浮力为

$$F_2 = h \text{米} \times S \text{米}^2 \times 1.0 \times 10^3 \text{千克/米}^3 \times 9.8 \text{牛顿/千克} = 9.8 \times 10^3 Sh \text{牛顿}$$

根据物体浮沉条件得

$$F_2 = G_2 + G_0$$

$$\text{即 } 9.8 \times 10^3 Sh = 8.82 \times 10^3 Sh + G_0$$

$$\text{变形得 } 980Sh = G_0 \dots\dots ②$$

$$\text{由①、②得 } 980Sh = 50S$$

$$\therefore h = 0.05 \text{米}$$

故当蜡烛燃烧到 5 厘米时将会被水淹灭。

例 2 如图1—2(甲)为用斧头劈开物体的示意图, 设劈的侧面长 l 为12厘米, 背宽 $D=5$ 厘米, 若不考虑摩擦, 当用 $F_0=30$ 公斤的力打击斧背时, 斧头将用多大的力劈开木柴?

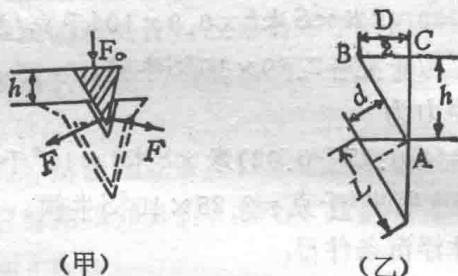


图 1—2

分析与思考:

对于一些简单机械杠杆、轮轴、斜面、螺旋等计算公式较多, 公式中各字母表示的物理意义也较为复杂, 这样时间长了便能因公式记忆中的混乱, 产生计算中的错误, 若能掌握机械功的原理, 采用算术推理的方法, 来处理该类问题, 便能化难为易、迎刃而解。其解法分下面几步进行。

解: (1) 作劈的做功原理示意图, 如图1—2(乙)所示。

(2) 劈在30公斤力的打击下, 斧头通过的距离

$$h = \sqrt{12^2 - 2.5^2} = \sqrt{137.75} \text{ (厘米)}$$

打击力所做的功

$$W_1 = F_0 \cdot h = 30 \text{ 公斤} \times \sqrt{137.75} \text{ 厘米}$$

(3) 斧头打入木柴时, 两斧头侧面各前进的距离

$$d = \frac{\sqrt{13.75} \times 2.5}{12} \text{ 厘米 (根据直角三角形面积公)}$$

式导出) 斧头克服阻力所做的功

$$W_2 = F \cdot d = F \times 2 \times \frac{\sqrt{13.57} \times 2.5}{12} \text{ 公斤厘米}$$

(4) 因题意中不考虑摩擦, 根据机械功的原理 $W_1 = W_2$, 得

$$F \times 2 \times \frac{\sqrt{137.5} \times 2.5}{12} = 30 \times \sqrt{137.75}$$

∴ 斧头劈开木柴的力

$$F = 72 \text{ 公斤}$$

例 3 一个氘核和一个氚核聚变成一个氦核时, 放出 17.6 兆电子伏特的能量, 若有 2 克氘和 3 克氚完全聚变后, 释放出的能量相当于 1 千克汽油完全燃烧时所释放能量的多少倍? (设汽油的燃烧值是 $g = 11000$ 千卡/千克)

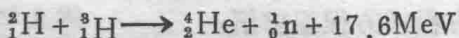
分析与思考: 此题可分为三步运算。

(1) 求出 2 克氘和 3 克氚完全聚变时所释放出的能量 E_1 。

(2) 求出 1 千克汽油完全燃烧时所放出的能量 E_2 。

(3) 再求出 E_1 与 E_2 的能量之比。

解: (1) 列核反应方程



因 1 个氘核和 1 个氚核发生聚变时, 可放出 17.6 MeV 的能量, 而 2 克的氘核和 3 克的氚核中各含有 6.02×10^{23} 个核, 故可完全发生聚变反应, 设放出的总能量为 E_1 , 列比例式

$$1 : 6.02 \times 10^{23} = 17.6 \times 10^6 : E_1$$

得出 $E_1 = 10.60 \times 10^{32}$ (电子伏特) $= 16.96 \times 10^{13}$ 焦耳

(2) 1 千克汽油完全燃烧放出的能量

$$E_2 = 11000 \text{ 千卡/千克} \times 1 \text{ 千克} = 11000 \text{ 千卡} = 4.60 \times 10^7 \text{ 焦耳}$$

$$(3) \frac{E_1}{E_2} = \frac{16.96 \times 10^{13}}{4.6 \times 10^7} = 3.69 \times 10^6 : 1$$

即 2 克氘核与 3 克氚核完全发生聚变后, 所释放出的能量, 是 1 千克汽油完全燃烧放出能量的 3.69×10^6 倍。

2. 代数方程法

代数方程法是根据题目中的已知条件, 应用物理学中的定义、定理、定律间的内在联系和公式变换的等效性, 选定能确实反应其特点的规律式, 列出方程或方程组, 从而求出未知量的一种最普遍的数学方法。其特点是:

(1) 可以通过已知量和未知量间的相互关系, 进一步的体会和理解物理概念、定理、定律。

(2) 可以建立适当的坐标系, 选定正方向, 列出一元一次或多元多次方程或方程组求解。

(3) 可以培养学生善于应用基本公式和形象的图像导出结论。

例 1 在倾角为 α 的斜面底部, 有一木块 A 以某初速度沿斜面向上运动。若 $\alpha = 30^\circ$, 木块与斜面间的滑动摩擦系

数 $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$, 求木块在斜面上离开出发点时和回到出发点时的动能之比?

分析与思考:

题目中只给出了物体由不光滑斜面从某点出发, 沿斜面向上运动, 最后又返回到原出发点的运动图景。要求计算物体离开出发点和返回到原出发点时的该物体的动能之比, 所给的条件较隐蔽, 它包含在物体向上的匀减速运动和向下的匀加速运动之中。该运动的最大特点是: 物体达最大高度时, 速度为零, 前后两种运动中路程相等。因此应用牛顿运动定律或动能定理均可导出结论。

解法一 (应用牛顿运动定律解答)

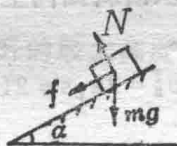


图 1—3

(1) 作木块沿斜面向上运动时的受力图, 如图1—3,

设木块向上做匀减速运动中的加速度为 a_1 , 开始时具有的速度为 V_1 , 动能为 E_{K1} , 根据牛顿运动定律列方程。

$$mg \cdot \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = ma_1$$

$$\therefore a_1 = (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) g$$

根据运动学的公式 $v_t^2 = v_0^2 + 2as$ 和 $v_t = 0$ 的重要条件, 列运动学方程

$$v_1^2 = 2a_1 s = 2(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) gs.$$

$$E_{K1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot 2(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) gs.$$

$$= (\sin\alpha + \mu\cos\alpha)mgs.$$

(2) 作木块沿斜面返回

出发点时的受力图,如图1—4。

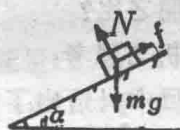


图 1—4

设木块向下做匀加速运动中的

加速度为 a_2 , 末状态时的速度

为 v_2 , 动能为 E_{k2} , 因木块从

最高处开始下滑, 故 $v_0 = 0$,

根据牛顿运动定律列方程:

$$mg \cdot \sin\alpha - \mu mg \cos\alpha = ma_2$$

$$\therefore a_2 = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)g.$$

因木块沿斜面向上和向下通过的路程相等, 根据运动学的公式有。

$$v_2^2 = 2a_2s = 2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)gs.$$

$$\therefore E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = m(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)gs.$$

(3) 木块始末状态下的动能之比为

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)mgs}{(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)mgs}$$

$$= \frac{\sin 30^\circ + \frac{1}{2\sqrt{3}}\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ - \frac{1}{2\sqrt{3}}\cos 30^\circ} = 3:1$$

解法二根据动能定理 $\Sigma W_F = \Delta E_K$

(1) 木块沿斜面向上运动过程中有

$$-mgs\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha \cdot s = -E_{K1}$$

(2) 木块沿斜面向下运动过程中有

$$mg\sin\alpha \cdot s - \mu mg\cos\alpha \cdot s = E_{K2}$$

$$\therefore \frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{(mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha) \cdot s}{(mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha) \cdot s} = 3:1$$

例2 一段半径相当大的光滑圆轨道，其最低点为C，ACB在竖直平面内，在C点放有一质量为 $3m$ 的弹性小物体E，物块D的质量为 m ，置于图1—5中A的位置，其高度为 h ，且 h 远小于轨道半径 R ，将D放开后，让它自由滑下到C处时与E发生完全弹性正碰，求：

(1) 第一次碰撞后，两物块上升的最大高度。

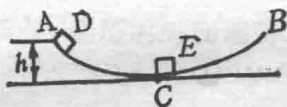


图 1—5

(2) 两物块将在怎样的位置发生第二次碰撞，为什么？

(3) 第二次碰撞后两物块上升的高度又各为多少？

(4) 两物块以后将如何运动？

分析与思考：

解答该题目的关键是搞清物理过程，列出相应的正确方程。

(1) 当物块D沿光滑轨道自由下滑到最低点C时，与

小物块E发生弹性正碰后，因两物块的质量不等，且 $m_E = 3m_D$ ，撞后两物块均获得相反方向的速度，各自沿轨道向相反方向运动，分别到达最大高度。

(2) 因轨道半径相当大，且光滑，而两物块上升的高度较小，所以可能在轨道最低处C发生第二次相碰，根据弹性碰撞的规律，不难得出第二次撞后，物块E静止在原处，而物块D却按第一次撞前的速度反向沿光滑轨道返回原处A，这样两物块又重复以上的运动。

解：根据题目中已知的条件

(1) 对于物块D由A位置下滑到C的过程中，机械能守恒。设物块D在C的速度为 v_1 ，列方程：

$$mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\therefore v_1 = \sqrt{2gh} \dots\dots ①$$

物块D、E作完全弹性碰撞，设两物块第一次撞后速度分别为 v_1' 、 v_2' ，满足

$$mv_1 = mv_1' + 3mv_2'$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}3mv_2'^2$$

$$\text{解出 } v_1' = \frac{m-3m}{m+3m}v_1 = -\frac{1}{2}v_1 = -\frac{\sqrt{2gh}}{2} \dots\dots ②$$

$$v_2' = \frac{2m}{m+3m}v_1 = \frac{1}{2}v_1 = \frac{\sqrt{2gh}}{2} \dots\dots ③$$

设撞后两物块上升的高度分别为 h_1 、 h_2 ，该过程机械能守恒，有

$$\frac{1}{2}mv_1'^2 = mgh_1 \dots\dots ④$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3mv_2'^2 = 3mgh_2 \dots\dots ⑤$$

由②、③、④、⑤求出

$$h_1 = h_2 = \frac{1}{4}h.$$

(2) 因 $h_1 = h_2 = \frac{1}{4}h$ ，且轨道光滑，所以两物块由 $\frac{1}{4}h$ 高处返回最低点C经历的时间相等，故第二次碰撞应在C点。

(3) 第二次撞前两物块D、E的速度，由机械能守恒分别求得为

$$v_D = -v_1' = \frac{\sqrt{2gh}}{2} \dots\dots ⑥$$

$$v_E = -v_2' = -\frac{\sqrt{2gh}}{2} \dots\dots ⑦$$

两物块又在C处作完全弹性碰撞，必满足 $mv_D + 3mv_E = mv_D' + 3mv_E' \dots\dots ⑧$

$$\frac{1}{2}mv_D^2 + \frac{1}{2}mv_E^2 = \frac{1}{2}mv_D'^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_E'^2 \dots\dots ⑨$$