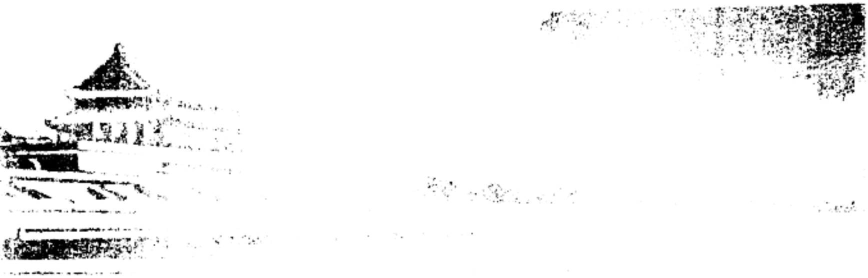

北京市中学课本

数学

第二册

北京市中学课本
数　学
第二册
北京市教育局中小学教材编写组编
*
北京人民出版社出版
北京市新华书店发行
北京市印刷二厂印刷
*
1972年1月第1版　1972年1月第1次印刷
书号：K7·49　定价：0.17元

毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学生也是这样，以学为主，兼学别样，即不但学文，也要学工、学农、学军，也要批判资产阶级。学制要缩短，教育要革命，资产阶级知识分子统治我们学校的现象，再也不能继续下去了。

目　录

第三章　一次方程组

第四章　整式乘除法与分式

第三章　一次方程组

前面我们利用一元一次方程解决了一些实际问题．但是在一些比较复杂的问题里，矛盾增多了，未知数的个数也随着增多，因此，需要用新的方法来解决这些矛盾．

一　一次方程组的解法

1．二元一次方程组

例　日本反动派在美帝扶植下，加紧复活军国主义，他们抛出的第四期扩军计划（1972 年至 1976 年）的军费比过去三期军费的总和还多 47 亿美元；又知第四期与前三期军费共 275 亿美元．求第四期军费与前三期军费的总和各是多少亿美元？

问题中含有两个未知数，一个是第四期军费是多少亿美元，另一个是前三期军费的总和是多少亿美元．这两个未知数分别用两个字母 x、y 来表示，根据问题中的两个条件直接列出两个不同的方程．

设第四期军费为 x 亿美元，前三期军费的总和为 y 亿美元．

从第四期军费比前三期军费的总和还多47亿美元这个条件，列出方程

$$y=x-47. \qquad (1)$$

从这四期军费共275亿美元这个条件，列出方程

$$x+y=275. \qquad (2)$$

方程(1)和方程(2)都含有两个未知数，并且未知数的次数都是1，我们把这样的方程叫做二元一次方程。

例如 $2x-y=5$， $25y=31z$， $x-0.38=21v$，$\frac{2}{3}p+5q=4$ 等都是二元一次方程。

上面我们列出的二元一次方程(1)和(2)中，x 表示同一个未知数，y 表示另外的同一个未知数，这两个方程共同反映出这个问题的总体。遵照毛主席关于**"只有从矛盾的各个方面着手研究，才有可能了解其总体"**的教导，下面我们分别研究每个方程。

在方程(1)中，若 $x=48$，则 $y=1$；若 $x=57$，则 $y=10$。用同样的方法可以求出使方程(1)成立的无数组值：

$$\begin{cases}x=55,\\ y=8;\end{cases} \quad \begin{cases}x=100,\\ y=53;\end{cases} \quad \begin{cases}x=161,\\ y=114;\end{cases} \quad \cdots\cdots$$

我们把能使方程成立的两个未知数的值，叫做二元一次方程的一组解。可以看出，方程(1)有无数组解。

同样，可以求出方程(2)的无数组解：

$$\begin{cases} x=60, \\ y=215; \end{cases} \quad \begin{cases} x=100, \\ y=175; \end{cases} \quad \begin{cases} x=161, \\ y=114; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=200, \\ y=75; \end{cases} \cdots\cdots$$

通过上面的分析，我们知道任何一个二元一次方程都有无数组解。

方程(1)的无数组解，能满足问题中的第一个条件，但它一般不能满足问题中的第二个条件；同样，方程(2)的无数组解，能满足问题中的第二个条件，但它一般不能满足问题中的第一个条件。只有当 $\begin{cases} x=161, \\ y=114 \end{cases}$ 时，才能使方程(1)和方程(2)同时成立。也就是同时满足问题中的两个条件，从而使问题得到解决。

把几个不同的，又互相联系的方程合成一组，叫做方程组。象前面例题列出的，含有相同未知数的两个二元一次方程所组成的方程组，叫做二元一次方程组。记作：

$$\begin{cases} y=x-47, & (1) \\ x+y=275. & (2) \end{cases}$$

使方程组里所有方程同时成立的解，叫做方程组的解。求方程组的解的过程，叫做解方程组。上面方

程组的解是：$\begin{cases}x=161,\\y=114.\end{cases}$ 就是说，日本第四期军费是161亿美元，前三期军费的总和是114亿美元。

练　习

1. 已知二元一次方程组：

$$\begin{cases}2x-y=7, & (1)\\ x+2y=-4. & (2)\end{cases}$$

问下列各组 x、y 的值哪些是方程（1）的解？哪些是方程(2)的解？哪些是方程组的解？

$\begin{cases}x=1,\\y=0;\end{cases}$　$\begin{cases}x=0,\\y=-2;\end{cases}$　$\begin{cases}x=2,\\y=-3;\end{cases}$　$\begin{cases}x=3,\\y=-1;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-2,\\y=-1.\end{cases}$

2. 已知二元一次方程组：

$$\begin{cases}x+y=30, & (1)\\ x=2y. & (2)\end{cases}$$

（1）写出方程(1)的5组解；

?（2）写出方程(2)的5组解；

（3）找出这个方程组的解。

3. 将下列各二元一次方程用含有一个未知数的代数式来表示另一个未知数（如，$2x+3y=-1$，写成用含有 y 的代数式表示 x，就是 $x=\dfrac{-3y-1}{2}$）：

（1）$x+y=10$；　　　　（2）$x-5y=10$；

（3）$2x-y=3$；　　　　（4）$3x-y=0$；

(5) $3x+5y=6$;　　　　(6) $2x-6y=9$;

(7) $7m-5n+3=0$;　　　　(8) $4x+3y=-5$。

4. 比较二元一次方程和一元一次方程有哪些不同？

2. 二元一次方程组的解法

解二元一次方程组时，如果先求出每个方程的几组解，再找出它们的公共解，计算是很麻烦的。因此，有必要学习解二元一次方程组的简便方法。

(1) 代入消元法

例1 解方程组：

$$\begin{cases} y=x-50, & (1) \\ x+y=270。 & (2) \end{cases}$$

在方程组中，既然同一个未知数表示题目中的同一个量，那么就可以把方程（2）里的y换成$x-50$，这样就消去了y，得到一个一元一次方程。

解：消去y。

把(1) 代入(2)，得

$$x+x-50=270。$$

化简，得　$2x=320$，

$$x=160。$$

把 $x=160$ 代入(1)，得

$$y=160-50=110。$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=160, \\ y=110. \end{cases}$$

要检验计算有没有错误，可以把这组解代入原方程组中的每一个方程进行检验。

检验：把 $x=160$，$y=110$ 代入(1)：

左边 $=110$，右边 $=160-50=110$。

$\therefore$ 左边 $=$ 右边。

把 $x=160$，$y=110$ 代入(2)：

左边 $=160+110=270$，右边 $=270$。

$\therefore$ 左边 $=$ 右边。

$\therefore \begin{cases} x=160, \\ y=110 \end{cases}$ 是原方程组的解。

检验可以口算，或者在草稿纸上计算，不必写出。

上面这种方法是通过"代入"消去一个未知数，把"二元"转化为"一元"的。转化的条件是：将一个方程中的一个未知数用含有另一个未知数的代数式来表示。这种解法叫做代入消元法，简称代入法。

例 2 解方程组：

$$\begin{cases} 2x-y=5, & (1) \\ 3x+4y=2. & (2) \end{cases}$$

解：消去 y。

由（1），得　$y=2x-5$。　　　　(3)

把（3）代入(2)，得

$$3x+4(2x-5)=2,$$

$$3x+8x-20=2,$$

$$11x=22,$$

$$x=2.$$

把 $x=2$ 代入(3)，得

$$y=-1.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

例 3　解方程组：

$$\begin{cases} 2x+3y=-1, & (1) \\ 7x-5y-12=0. & (2) \end{cases}$$

解：消去 x。

由(1)，得

$$x=\frac{-1-3y}{2}. \qquad (3)$$

把（3）代入（2），得

$$\frac{7(-1-3y)}{2}-5y-12=0,$$

$$7(-1-3y)-10y-24=0,$$

$$-7-21y-10y-24=0,$$

$$-31y=31,$$

$$y=-1.$$

把 $y=-1$ 代入(3)，得

$$x=\frac{-1-3(-1)}{2}=1.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=1, \\ y=-1. \end{cases}$$

从以上几个例子可以看出，用“代入法”解二元一次方程组的一般步骤是：

①把一个方程里的一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示；

②把这个代数式代入另一个方程，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

③解这个一元一次方程，求出一个未知数的值；

④把这个未知数的值代入第一步所得的代数式中，求出另一个未知数的值；

⑤把这两个未知数的值写在一起，就是方程组的解。

练　习

用代入法解二元一次方程组：

1. $\begin{cases} y=3x, \\ 7x-3y=2; \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x-y=2, \\ x=y+1; \end{cases}$

3. $\begin{cases} y=\dfrac{2}{3}x, \\ 3x-4y=2; \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 5x+3y=0, \\ 12x+7y=-1; \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x-3y=5, \\ x-2y=5; \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 2x-y=5, \\ 3x+4y=2; \end{cases}$ 与例2重.

7. $\begin{cases} x-3y=33, \\ 2x-y=4; \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 3x-2y=2, \\ 4x-5y=3; \end{cases}$

9. $\begin{cases} 2y+3z+4=0, \\ 5y+6z+7=0; \end{cases}$ 10. $\begin{cases} 5x+3y=18, \\ 2x-3y=3; \end{cases}$

11. $\begin{cases} 3y=87-2x, \\ 3x=7+5y; \end{cases}$ 12. $\begin{cases} 3x+4y=16, \\ 5x-6y=33. \end{cases}$

(2) 加减消元法

例 4 解方程组:

$$\begin{cases} 5x+3y=18, & (1) \\ 2x-3y=3. & (2) \end{cases}$$

我们看到方程(1)、(2)中，y 的系数的绝对值相等，符号相反. 如果将方程（1）和（2）左右两边分别相加，就可以消去未知数 y.

同解观
论怎讲述
?

解: 消去 y.

(1)+(2)，得 $\qquad 7x=21,$

$$x=3.$$

把 $x=3$ 代入（1），得

$$5\times3+3y=18,$$

$$3y=3,$$

$$y=1.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$$

例 5 解方程组：

$$\begin{cases} x+2y=4, & (1) \\ 4x+3y=11. & (2) \end{cases}$$

如果将方程(1)的两边乘以 4 再和方程(2)的左、右两边分别相减，就可以消去未知数 x。

解：消去 x。

(1)×4，　得　　$4x+8y=16.$　　(3)

(3)－(2)，得　　$5y=5,$

$$y=1.$$

把 $y=1$ 代入(1)，得　$x+2\times1=4,$

$$x=2.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

由例 4 和例 5 可以看出，这种“消元”的方法是将方程组中的两个方程（或变形后的方程）相加或相减而消去一个未知数，把“二元”转化为“一元”的，转化的

条件是：把一个或者两个方程的两边乘以适当的数，使两个方程中的同一个未知数的系数的绝对值相等。这种方法叫做加减消元法，简称加减法。

例 6 解方程组：

$$\begin{cases} \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{4}{3}, & (1) \\ 5(x-9)=6(y-2). & (2) \end{cases}$$

解：将方程(1)和(2)化简，得

$$\begin{cases} 3x+4y=16, & (3) \\ 5x-6y=33. & (4) \end{cases}$$

消去 y。

(3)×3，得 $9x+12y=48,$ (5)

(4)×2，得 $10x-12y=66.$ (6)

(5)+(6)，得 $19x=114,$

$$x=6.$$

把 $x=6$ 代入(3)，得

$$3\times6+4y=16,$$

$$4y=-2,$$

$$y=-\frac{1}{2}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=6, \\ y=-\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

用“代入法”和“加减法”解二元一次方程组，方法虽然不同，但它们都是通过消去一个未知数，使二元一次方程组转化为一元一次方程. 在解方程组时，要对具体情况作具体的分析，采用简便解法.

练　习

用加减法解下列方程组：

1. $\begin{cases} 3x-2y=4, \\ 3x+2y=14; \end{cases}$　　2. $\begin{cases} 3x+5y=7, \\ 7x-5y=3; \end{cases}$

3. $\begin{cases} 5x+y=4, \\ 4x+y=5; \end{cases}$　　4. $\begin{cases} 3y+x=1, \\ 3x+4y=-5; \end{cases}$

5. $\begin{cases} x+2y=36, \\ 3x-y=-4; \end{cases}$　　6. $\begin{cases} 3x-2y=11, \\ 7x-4y=8; \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x+5z=25, \\ 4x+3z=15; \end{cases}$　　8. $\begin{cases} 2p+3q=2, \\ 5p+7q=6; \end{cases}$

9. $\begin{cases} 7x-3y=-1, \\ 4x-5y=-7; \end{cases}$　　10. $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1, \\ 3(x+y)+2(x-2y)=9; \end{cases}$

11. $\begin{cases} \dfrac{4}{3}x+y=\dfrac{5}{6}, \\ 3x+2(y-2)=0; \end{cases}$　　12. $\begin{cases} 0.3x+0.4y=4, \\ 0.2x+2=0.9y; \end{cases}$ 提示

13. $\begin{cases} x+y=2800, \\ 96\%x+64\%y=2800\times 92\%. \end{cases}$

3. 三元一次方程组的解法

例 1　解方程组：

换——般叫.

$$\begin{cases} 2x+3y+z=1, & (1) \\ 3x+4y+2z=0, & (2) \\ 4x+5y-z=-3. & (3) \end{cases}$$

上面的方程组是三元一次方程组，如何解呢？

我们知道，解二元一次方程组是经过“消元”，消去两个未知数中的一个，使它转化为一元一次方程，然后再解。

同样，在解三元一次方程组时，可以先消去三个未知数中的一个，得出含其它两个未知数的二元一次方程组，再解这个二元一次方程组. 即

$$\text{三元一次方程组} \xrightarrow[\text{转化}]{\text{消元}} \text{二元一次方程组}$$

$$\xrightarrow[\text{转化}]{\text{消元}} \text{一元一次方程.}$$

比较上面方程组里各个未知数的系数，可以看出，(1)和(3)两方程中 z 的系数最简单，所以我们设法先消去 z.

解：先消去 z.

(1)+(3)，得 $\quad 6x+8y=-2,$

即 $\quad 3x+4y=-1. \qquad (4)$

(2)−(4)，得 $\quad 2z=1,$

$$z=\frac{1}{2}.$$