

国 家 “ 九 五 ” 规 划 重 点 图 书

混沌科学丛书

HUNDUN KEXUE CONGSHU

光学中的混沌

沈柯 著

关于光学混沌的研究，近年来成果不断增加，进展相当迅速。光学混沌具有极丰富的信息，在光信息科学技术方面，有很大的应用潜力，等待着人们去开发。它不仅使人们对光学现象的认识，向着纵深方面发展，而且就其本身来说，在信息科学方面，也将开辟出新的应用领域。

东北师范大学出版社

混沌科学丛书

- 社会现象中的混沌 12.00 元
 生命科学中的混沌 10.00 元
 光学中的混沌 14.50 元
 电学中的混沌 7.50 元
 地球物理中的混沌 6.00 元
 微观世界中的混沌 5.50 元



ISBN 7-5602-2427-X



9 787560 224275 >



ISBN 7-5602-2427-X/O·103

定价：14.50 元

沈
柯
著

光学中的混沌 (修订版)

● 混沌科学丛书

东北师范大学出版社

中国·长春

国家“九五”规划重点图书

00145613



石化 S1456135



图书在版编目(CIP)数据

光学中的混沌 / 沈柯著. — 长春: 东北师范大学出版社,
1999.10 (2000.3 重印)

ISBN 7-5602-2427-X

I. 光... II. 沈... III. 光学-混沌-现象-研究-普及
读物 IV. 043-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 55889 号

混沌科学丛书
● 光学中的混沌
GUANGXUE ZHONG DE HUNDUN
(修订版)

出版人 (贾国祥
总策划 (王忠山
著者 (沈柯
责任编辑 (王忠山
封面设计 (李冰彬
责任校对 (方军
责任印制 (张允豪 栾喜湖

发 行 (东北师范大学出版社
地址: 吉林省长春市人民大街 138 号
邮编: 130024 电话: 0431-5688470
传真: 0431-5695744 5695734
网址: [http:// www.nenu.edu.cn](http://www.nenu.edu.cn)

电子信箱: JGX@Public.cc.jl.cn
制 版 (东北师范大学出版社激光照排中心
印 刷 (吉林省吉新月历公司印刷分公司
版 次 (1999 年 10 月第 1 版 2000 年 3 月第 2 版
印 次 (2000 年 3 月第 2 次印刷
开 本 (850 × 1092 1/32 印张: 11.5 字数: 220 千
印 数 (5 001 册 ~ 7 000 册
书 号 (ISBN 7-5602-2427-X/Q · 103
定 价 (14.50 元

前 言

关于光学混沌的研究,近年来成果不断增加,进展相当迅速。对光学混沌的研究成果和研究光学混沌所涉及的基础知识系统地作些讨论和介绍,看来是十分必要的。

本书主要讨论光学混沌的产生、控制和同步,具体分为激光混沌、光学双稳态混沌、非线性光学效应混沌、光学时空混沌、光学混沌控制和光学混沌同步等部分。由于对各类光学混沌现象的研究还在深入,一些新的研究成果不断出现,所以本书侧重于基本原理和原始实验的分析和讨论。为了便于不太熟悉混沌学的读者阅读本书,在本书的开头,简要和系统地介绍了要用到的有关非线性动力学和混沌的一些基本概念和基本知识。实际上,从物理上看,这里讨论的是光与物质相互作用过程中出现的一些光学现象的混沌。

光学混沌具有极丰富的信息,在光信息科学技术方面有很大的应用潜力,等待着人们去开发。

为了使更多的人,特别是青年朋友们,了解和熟悉光学混沌,本书以本科生具有的数理基础作为起点。同时,为了硕士研究生、博士研究生和科技工作者们进一步研究光学

混沌,本书在叙述上注重对原始研究工作的分析,并在书末列出有关文献。

在本书成书过程中,博士研究生姚治海、张旭、王荣、李春萍等做了许多具体的工作,在此特向他们表示诚挚的谢意。

由于本人水平有限,加之时间仓促,书中不足甚至错误之处在所难免,欢迎广大读者提出批评和指正。

沈 柯

1999年5月于长春光机学院

序 言

混沌是一种普遍现象,在学科上属于非线性动力学。混沌是在确定性系统中产生的貌似随机的不规则运动,这种非周期运动对初始条件极其敏感。由于混沌含有极丰富的信息,因此它受到广泛的重视。

早期注意到这种现象的是法国数学家庞卡莱(H. Poincare 1854~1912),他从数学角度研究太阳系运动的稳定性问题时发现,运用确定性理论研究即使是三个星体的简单模型,也将得到随机的结果。

1963年洛伦兹(E. N. Lorenz)为了研究气候变化建立的、后来被人们称为洛伦兹方程的三个确定性一阶非线性微分方程,在一定条件下出现对初始条件极其敏感的确定的非周期流。1971年茹勒(D. Ruelle)和泰肯斯(F. Takens)引入奇怪吸引子概念,描写耗散系统的运动。Chaos(中文译为“混沌”)一词是李天岩(T. Y. Li)和约克(J. A. Yorke)在1975年首次提出的,至今已被广泛采用。1976年梅(R. May)研究了一维单峰映射,发现简单的确定性数学方程也存在混沌行为。1977年在意大利召开了第一次国际混沌会议,混沌科学由此正式诞生。

1978年,费根鲍姆(M. J. Feigenbaum)在梅的工作基础

上,发现通过倍周期分岔发展为混沌的两个普适常数,同时引入重整群思想。普适性结果的获得,奠定了混沌的科学基础。

混沌作为一门科学,在 20 世纪 80 年代和 90 年代以惊人的速度向前发展着,各学科都在探索本领域的混沌现象和它们的可能的应用。人们对混沌的认识逐渐深入。

关于光学混沌现象,早在 20 世纪 60 年代初激光器研制出来后,就在实验上观察到激光器输出的尖峰效应及跳模现象,存在确定性混沌,但是当时却以弛豫振荡模型加以解释。1964 年格拉丘克(A. Z. Grazyuk)和奥拉耶夫斯基(A. N. Oraevski)从理论上研究均匀加宽单模环形腔激光器的稳定性时,发现方程有随时间无规变化的解。

从理论上预言存在激光混沌的是哈肯(H. Haken),他在研究激光器不稳定性结果的基础上,于 1975 年建立了描写均匀加宽激光器混沌的方程组,即现在的洛仑兹-哈肯方程,并预言了这类激光器产生混沌的条件。

1978 年卡斯泼逊(L. W. Casperson)在理论和实验上研究了非均匀加宽的高增益的 Xe 激光器不稳定性第二阈值条件。1980 年亚玛达(T. Yamada)等人,从理论上指出通过增加激光器的自由度数目,例如向激光器注入外界光场,一些激光器可以产生混沌。与此同时,池田(Ikeda)在 1979 年建立了研究光学双稳态不稳定性的方程,即后来的池田(Ikeda)方程,这是一个延时型方程,预示了光学双稳态系统混沌的存在。1981 年吉布斯(H. M. Gibbs)等人在电-光混合型光学双稳态系统观测到混沌。这是关于光学混沌的第一个在理论指导下的实验。此后,出现了众多的

关于光学双稳态混沌的研究结果。

进入 20 世纪 80 年代,在一系列的激光器中观测到混沌。1982 年阿雷克(F. T. Arecchi)等人通过调制激光器光学谐振腔内损耗,在实验上观测到 CO_2 激光器混沌。1983 年,维斯(C. O. Weiss)等人在输出波长 $\lambda = 3.39 \mu\text{m}$ 的 He - Ne 激光器上,完成了三种途径通向混沌的实验。同年,乔吉亚(R. S. Gioggia)和亚伯拉罕(N. B. Abraham)在实验上观测到 Xe 激光器混沌。1985 年,维斯等人专门设计了 NH_3 激光器,从实验上观测到激光器的洛仑兹混沌,证实了哈肯在 1975 年的理论研究结果。1985 年前后开始出现关于非线性光学现象的混沌的实验报道,在光学二次谐波、四波混频、相位共轭波、光折变以及受激喇曼散射、受激布里渊散射等非线性光学现象中,均先后观测到混沌。20 世纪 80 年代是研究光学混沌产生的兴旺时期,对光与物质相互作用过程中出现的混沌现象的研究非常活跃。

1990 年是混沌科学发展过程中很有意义的一年。在这一年皮卡拉(L. M. Pecora)和卡罗尔(T. L. Carroll)提出了混沌同步的原理方案,约克等人提出了混沌控制的原理方案,他们的原理方案很快为实验所证实。由此,关于混沌的控制和混沌的同步的研究,成为人们关注的热点。

1992 年,罗意(R. Roy)等人利用偶然正比反馈方法,在实验上实现了腔内倍频的 Nd:YAG 激光器的混沌控制。1994 年罗意等人又在实验上观测到两台 Nd:YAG 激光器的混沌同步。同年,多希基(Toshiki)等人在实验上观测到两台 CO_2 激光器的混沌同步。光学混沌控制和光学混沌

同步的实现,为光学混沌的实际应用,特别是在光信息科学技术中的应用,提供了必要的条件。

著 者

1999年8月长春光机学院

目 录

第一章 混 沌

§ 1.1 非线性动力系统.....	1
§ 1.2 非线性方程解的稳定性.....	3
§ 1.3 奇点分类.....	9
§ 1.4 极 限 环.....	12
§ 1.5 分 岔.....	14
§ 1.6 确定性混沌.....	17
§ 1.7 通向混沌的途径.....	23
§ 1.8 奇怪吸引子.....	39
§ 1.9 研究混沌的一些方法.....	51
§ 1.10 混沌控制	53
§ 1.11 混沌同步	59

第二章 激光混沌

§ 2.1 激光器动力学.....	64
-------------------	----

§ 2.2	均匀加宽激光器的洛仑兹-哈肯方程	68
§ 2.3	激光器的洛仑兹混沌及 NH_3 激光器混沌	81
§ 2.4	激光器附加自由度技术	88
§ 2.5	CO_2 激光器混沌	94
§ 2.6	半导体激光器混沌	142
§ 2.7	腔内倍频 Nd:YAG 激光器混沌	163
§ 2.8	非均匀加宽激光器的麦克斯韦-布洛赫方程	179
§ 2.9	Xe 激光器混沌	193

第三章 光学双稳态混沌

§ 3.1	光学双稳态系统的池田延时方程	201
§ 3.2	全光学型光学双稳态混沌	206
§ 3.3	混合型光学双稳态混沌	212

第四章 非线性光学效应混沌

§ 4.1	光学二次谐波混沌	238
§ 4.2	相位共轭波混沌	243
§ 4.3	受激喇曼散射光混沌	254
§ 4.4	受激布里渊散射光混沌	265

第五章 光学时空混沌

§ 5.1	激光时空混沌	272
§ 5.2	非线性光学介质中的光学时空混沌	299

第六章 光学混沌控制

- § 6.1 激光混沌控制 307
- § 6.2 光学双稳态系统的混沌控制 322

第七章 光学混沌同步

- § 7.1 激光混沌同步 327
- § 7.2 光学双稳态系统的混沌同步 337

- 参考文献 343

第一章 混沌

本章讨论的是非线性动力学中的一些基本概念和混沌的基本特征。

§ 1.1 非线性动力系统

1. 动力系统

一般是用系统的状态变量描述系统,而系统的运动则是根据已知的原理或定律,建立状态变量的微分方程或离散方程进行讨论。例如,一个由 N 个状态变量 $X_1, X_2, \dots, X_3, \dots, X_j$ 描写的系统,若状态变量与时间 t 有关,运动方程为

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= F_1(\mu, X_1, X_2, \dots, X_N) \\ \frac{dX_2}{dt} &= F_2(\mu, X_1, X_2, \dots, X_N) \\ &\dots \\ \frac{dX_N}{dt} &= F_N(\mu, X_1, X_2, \dots, X_N)\end{aligned}\tag{1.1}$$

上面的微分方程组,常称为动力系统,式中的 μ 是对系统

起控制作用的参数。若 F_j 是 $X_j (j = 1, 2, \dots, N)$ 的非线性函数, 则称(1.1)式为非线性动力系统。函数 F_j 不明显地与时间 t 有关, 所以方程组(1.1)为自治动力系统。

研究状态变量随时间变化规律, 也就是说研究方程组(1.1)的解和解的稳定性以及其它有关特性的问题, 称为动力学。

2. 相空间、刘维定理和耗散系统

在研究非线性动力学问题过程中, 通常使用相空间的概念。相空间是以上述 N 个状态变量作为坐标构成的 N 维空间。相空间中的一个点表示系统在 t 时刻的运动状态, 称为代表点。相空间的运动轨迹称为相轨道或相轨线。相轨道表示系统的运动状态随时间的发展过程。

相空间的体积元 dV 为

$$dV = dX_1 dX_2 \cdots dX_N \quad (1.2)$$

根据刘维(Liouville)定理, 保守系统在运动过程中相空间体积保持不变; 而耗散系统的相空间体积, 在运动过程中不断收缩。

由(1.2)式得相体积的变化率为

$$\frac{1}{(dV)} \frac{d}{dt} (dV) = \sum_{j=1}^N \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial t} \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (1.3)$$

如将系统的方程组(1.1)表示为

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \quad (1.4)$$

(1.4)式中的 $\mathbf{X}$ 表示:

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1.5)$$

则相体积元的变化率可表示为

$$\frac{1}{(dV)} \frac{d}{dt}(dV) = \sum_j \frac{\partial F_j}{\partial X_j} \quad (1.6)$$

若系统的

$$\frac{\partial F_j}{\partial X_j} < 0 \quad (1.7)$$

根据刘维定理,该系统为耗散系统,如激光器、光学双稳态系统等均属于耗散系统。耗散系统在运动过程中相体积逐渐收缩。如果相空间是 N 维的,相空间的相轨线就要收缩到维数小于 N 的 m 维面上。这就是说,对于不同的初始条件,系统的运动会趋向同一结果或少数几个结果。耗散系统运动的这种性质,人们常用吸引子的概念来描述。只要观测时间足够长,耗散系统在相空间中的运动收缩到的有限区域,称为吸引子。可见,吸引子是相空间中的几何体,该几何体不随时间变化,附近的轨线都趋于它,它的维数是整数并小于相空间的维数。以上讨论的是人们早已熟悉的内容,后面的讨论将会看到,描写耗散系统混沌运动的是奇怪吸引子,它的维数可以不是整数。

§ 1.2 非线性方程解的稳定性

1. 解的稳定性

将(1.1)式简写为

$$\frac{dX_i}{dt} = F_i(X_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (1.8)$$

一般而言,很难得到非线性方程(1.8)式的解析解,但可以得到数值解。解的形式主要有稳定定态解、周期振荡解以及混沌解、发散解等。

定态是指系统的状态变量 X_j 不随时间变化的状态。

此时, 方程(1·8)式的 $\dot{X}_i = 0$, 也就是 $F_i(X_j) = 0$ 。稳定定态是指 $t \rightarrow \infty$ 时方程的解表示的状态, 这时系统的状态变量趋于稳定。在相空间中用不动点表示稳定定态。如果非线性系统由两个状态变量 X_1 和 X_2 表示, 则由(1·8)式可得状态方程

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= F_1(X_1, X_2) \\ \frac{dX_2}{dt} &= F_2(X_1, X_2)\end{aligned}\tag{1·9}$$

在相平面上, 轨线的斜率为

$$\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{F_2(X_1, X_2)}{F_1(X_1, X_2)}\tag{1·10}$$

对于定态, $F_2(X_1, X_2) = 0$, $F_1(X_1, X_2) = 0$, 因此轨线在定态的代表点处的斜率不定, 通常称这种斜率不定的点为奇点。定态与相空间的奇点相对应。

实际上, 非线性动力系统定态解的稳定性, 直接关系到是否存在混沌解问题, 所以判断定态解的稳定性是重要的。若所研究的系统在扰动下偏离解所表征的状态后, 仍能返回原来的状态, 则称解是稳定的; 否则, 解是不稳定的。设非线性方程的初始条件为 $X_i(t_0)$, 受扰动后, 初始条件为 $X_i'(t_0)$, 若它们的差限定在一个范围 δ 内, 即若 $|X_i'(t_0) - X_i(t_0)| < \delta$; 同时, 未受扰动的解 $X_i(t)$ 和受扰动后的解 $X_i'(t)$ 的差也被限定在一个范围 ϵ 内, 即 $|X_i'(t) - X_i(t)| < \epsilon$, 则称非线性方程未受扰动的解 $X_i(t)$ 是李雅普诺夫 (Lyapunov) 意义下稳定的, 简称李雅普诺夫稳定的, 或称稳