

● 高等学校教学参考书

流体力学解题指南

● 徐重光 徐 华 编译



浙江大学出版社

流体力学解题指南

徐重光 徐 华 编译

浙江大学出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了流体力学的基本理论及其应用,既可作为大学工科流体力学课程的教学参考书,又可作为自学、函授指导书。在作适当补充后,还可作为简明教材使用。书中每章均有主要内容、基本公式及分析方法的综合性介绍,应用面较宽的各种典型题目的分析和规范化解答,以及供读者练习用的习题,并在书末还有供解题使用的较详尽的附录。

本书的主要内容有:绪论;流体的性质及基本概念;流体静力学;控制体基本方程的积分形式;流体运动基本方程的微分形式;不可压缩无粘流动动力学;量纲分析及相似性;不可压缩粘性流动;可压缩流动概述;可压缩流体的一维定常流动。

本书的主要读者对象为高等工科院校师生,有关的工程技术人员,以及有志于流体力学学习和研究的自学者。书中的若干章节也可供中等专科学校的有关科系选用。

流 体 力 学 解 题 指 南

徐重九 徐 华 编译

责任编辑 徐宝澍

浙江大学出版社出版

三墩印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本787×1092 1/32 印张 17.75 字数 399 千字

1987年4月第一版 1987年4月第一次印刷

印数 1—2500

ISBN 7-308-00009-5

O·004 定价:2.90元

(统一书号:15337·030)

前 言

当前，流体力学已日益深入地渗透到各个新的科技领域，它的分支（如血流力学、磁流体力学等）的不断出现，更扩大了流体力学的应用范围，甚至超越出它传统的疆界，进入了生物工程的领域。这就使得狭窄的高等学校课堂难以容纳广大的热心研究者，有限的教学时间难以讲完题材日益广泛的流体力学内容；而求知的渴望又吸引着成千上万的自学者，研究的发展更在不断地拓宽着流体力学的领域。

有鉴于解决这一矛盾的强烈愿望，为了满足高等工科院校和中等专科学校有关专业师生、工程技术人员以及广大自学者的需要，我们感到有必要为他们提供一本既能启发思路、又能辅导自学的书，从而帮助他们掌握分析和解决流体力学基础理论计算和实际工程应用问题的方法。《流体力学解题指南》正是为了满足这一需要而编译的。

流体力学的大量应用往往必须来自计算的结果，而且不时需要实验的验证。本书选编的题解中，大部分题解都是以实际工程问题为背景的计算，但也有相当数量的题解是为了帮助读者弄清流体力学的一些重要结论。在着重弄清流体力学中的三个关键问题（即流体流动中的流动模型、压力变化及切应力）后，再掌握管道流动、边界层、阻力和升力、流量表及可压缩流动等内容。大约有将近一半的篇幅侧重在基本原理的内容上，而其余的篇幅则是这些原理在以实际工程为背景的问题中的应用。

本书共十章，五大部分，分别为：（一）第一、二、三

章介绍流体力学的基本概念、流体力学的范围及研究方法和流体静力学的有关内容；（二）第四、五、六章介绍基本方程控制体形式的导出及其应用；（三）第七章介绍量纲分析与实验数据的关系；（四）第八章介绍不可压缩粘性流动的基本原理及应用；（五）第九、十章介绍可压缩流动。

由于连续性方程、动量方程及能量方程的积分形式和微分形式是如此重要，因此这些工具的应用在许多教材中都占有相当大的比例。本书通过对控制体物理意义的阐述及分析研究，把控制体直接应用到连续性方程、动量方程及能量方程上。因为控制体是许多公式推导的钥匙，书中安排有不少内容及习题解答，以进一步强调并加深读者的理解。

必须指出，流体力学的发展主要依赖于实验的结论。因为只有为数极少的真实流动能简单地用分析的方法来求解，实际问题的解决往往是分析和实验的综合。通过对量纲分析的讨论，我们可以获得模型相似性和典型流动相似的必要条件。因此，在量纲分析这一章，使用了较多的篇幅，以提高读者对量纲分析重要性的认识，相应地选用了较多的习题及分析性的规范化解答。

书中的每章均有主要内容、基本公式及分析方法的综合性介绍，以便读者借以领略流体力学基本内容的全貌。书中介绍的分析方法及多种多样的解题方法，有助于读者的模仿及发展，并从中比较得出最好的解题方法。还尽可能多地在习题解答中辅以形象化的插图，帮助读者深入理解题意，掌握分析方法。有的题解还在插图之外，辅以列表，以期更有助于读者在解出一道题后，触类旁通，举一反三地应用到其他实际问题。学完本书后，我们希望读者能将本书在各个基本方程应用上的解题方法，推广到各个不同的问题上，

包括以前从未遇到过的问题。书中每章的最后一节，选有若干典型的习题，可供读者练习用。

在使用本书时，读者最好能熟悉微积分、偏微分方程、矢量代数及场论等有关内容，并懂得基本工程力学的一般知识，这样将会减少学习上的困难。对于在校学习的学生，我们认为首先应该勤于思考和钻研，寻求合适的解题方法，锻炼自己的独立创新能力。在有困难时，再求助于题解来打开思路，以便更好地提高自学能力和掌握解题技巧。

值得提出的是，本着“以天下之长，补一国之短”的精神，作为一种引进，编译本书时既结合作者在国内外的教学实践，又参照了多种美国的大学工科教材，其中包括由美国Purdue大学Fox R W教授和McDonald A T教授合著的《流体力学导论》一书。该书具有的优点使得它不仅在美国，还在许多国家和地区得到广泛采用^①。本书的例题中有约七分之一是选自该书有规范化题解的例题。因为力学中常用的有限元法、有限差分法和广义矩阵法等，无一不是人类思维规范化的产物，可见规范化解题对于培养逻辑思维和抽象思维能力、分析复杂问题进行高级运算的重要性。而且，本书在一些题解中强调了合理的假设。因为科学研究几乎离不开假设，科学研究上的创新是随着假设的越接近实际而取得的，足见重视科学假设的必要性。合理的科学假设，将有助于严谨作风的培养。

本书全部采用我国的法定计量单位。

在本书的出版过程中，美国马里兰大学柏实义教授和Colin H Marks教授、美国豪华大学范大年教授、王颜铸教

^①徐重光：“从美国大学工科教材的新动向论我国教材改革的根本途径”，《高等学校课程、教材、教法研究文集》，高等教育出版社，1987。

212057

援和范光兆副教授、美国哥伦比亚特区大学沈己尧教授、杭州电子学院王祖者教授和周行权高级工程师等不仅给予多方支持，还提出了不少宝贵意见和建议，并得到了浙江大学北美校友会姚慧英、郑国荣、冯绍昌诸学长的热情鼓励，谨表示衷心感谢。

最后，感谢浙江大学机械系盛敬超教授审阅了书稿。

书中如有错误和不妥之处，请提出批评和指正，以便再版时改进。

徐重光

于杭州市杭州电子学院

徐 华

于北京市水利电力出版社

一九八五年秋

目 录

第一章 绪 论	1
第一节 流体力学简介及基本分析方法.....	1
1-1 流体的定义 1-2 研究流体力学问题常用的基本方法 1-3 流体力学问题的基本分析方法 1-4 流体力学解题的逻辑步骤 1-5 量纲及我国法定计量单位	
第二节 习题选解.....	6
第三节 习题.....	16
第二章 流体的性质及基本概念	20
第一节 基本内容及分析方法.....	20
2-1 流体是连续介质 2-2 速度场 2-3 应力场 2-4 牛顿流体与粘度 2-5 弹性 2-6 流体运动的基本概念	
第二节 习题选解.....	28
第三节 习题.....	49
第三章 流体静力学	55
第一节 基本内容及分析方法.....	55
3-1 流体静力学的基本方程 3-2 海平面条件下的标准大气压 3-3 绝对压力及表压 3-4 液压系统 3-5 在浸没表面上的流体静压力 3-6 浮力及稳定性 3-7 在运动刚体内的流体	
第二节 习题选解.....	66
第三节 习题.....	111
第四章 控制体基本方程的积分形式	120
第一节 基本内容及分析方法.....	121
4-1 系统的基本定律 4-2 系统的导数与控制体公式的关系 4-3 质量守恒定律 4-4 惯性控制体的动量方程 4-5 带有线加速度的控制体的动量方程 4-6 带	

有任意加速度的控制体的动量方程	4-7	动量矩	4-8
热力学第一定律	4-9	热力学第二定律	
第二节 习题选解	141		
第三节 习题	198		
第五章 流体运动基本方程的微分形式	203		
第一节 基本内容及分析方法	203		
5-1 场的介绍	5-2	连续性方程	5-3
二维不可压缩流动的流线函数	5-4	流体质点的运动	5-5
流体的旋转	5-6	无旋流动	5-7
动量方程			
第二节 习题选解	217		
第三节 习题	236		
第六章 不可压缩无粘流动的动力学	239		
第一节 基本内容及分析方法	239		
6-1 无粘流动中的应力场	6-2	无摩擦流动的动量方程——欧拉方程	6-3
流线坐标系中的欧拉方程	6-4	伯努利方程——对定常流动欧拉方程沿流线方向的积分	
6-5 静压力、驻点压力及动压力	6-6	热力学第一定律与伯努利方程之间的关系	6-7
伯努利方程在无旋流动中的应用	6-8	不定常流动的伯努利方程——沿一流线的欧拉方程的积分	
第二节 习题选解	248		
第三节 习题	278		
第七章 量纲分析及相似性	281		
第一节 主要内容及分析方法	281		
7-1 量纲分析的性质	7-2	巴金哈姆 II 理论	7-3
应用巴金哈姆 II 理论的步骤	7-4	常用无量纲组合相似准数的物理意义及应用	7-5
流动相似性及模型研究	7-6	从微分方程建立相似性	
第二节 习题选解	288		
第三节 习题	323		

第八章 不可压缩粘性流动..... 328

第一节 基本内容及分析方法.....328

8-1 概述 8-2 充分发展的层流流动 8-3 在管道及
导管中的流动 8-4 边界层 8-5 围绕沉浸物体的流
体流动 8-6 流动的测量

第二节 习题选解.....364

第三节 习题.....430

第九章 可压缩流动概述.....434

第一节 基本内容及公式.....434

9-1 热力学概念及常用的公式 9-2 声波的传播 9-3
局部等熵驻点性质——参考状态

第二节 习题选解.....440

第三节 习题.....451

第十章 可压缩流体的一维定常流动..... 454

第一节 基本内容及分析方法.....454

10-1 一维定常等熵流动的基本方程 10-2 等熵流动
中, 面积变化对流动性质的影响 10-3 理想气体的等
熵流动 10-4 在有摩擦的恒定面积管道中的绝热流动
10-5 面积为常数的管道中有热传递的无摩擦流动
10-6 正激波

第二节 习题选解.....473

第三节 习题.....517

附录一 流体性质数据表及曲线.....520

A-1 一般液体的性质数据表 A-2 常见液体在 20°C 时
的比重表 A-3 某些常见气体的性质数据表之一
A-4 某些常见气体的性质数据表之二 A-5 空气在大气
压力下的性质表 A-6 水在大气压力下的性质表
A-7 常见流体的动力(绝对)粘度与温度的关系曲线
A-8 常见流体的运动粘度与温度的关系曲线 A-9 标准
大气的性质

附录二 不可压缩粘性流动计算数据表及曲线 ……526

B-1 常见工程材料管的相对粗糙度 e/D B-2 在圆形管中充分发展流动的摩擦系数曲线 B-3 莫迪 (Moody) 阻力曲线图 B-4 不同形状物体的典型阻力系数表 B-5 旋转物体 (绕流体) 的阻力系数 B-6 作为雷诺数函数的圆柱体的阻力系数曲线 B-7 无限长及有限长的“二维”物体的阻力系数曲线 B-8 在入口处带有充分发展湍流流动的圆形管中的 90° 弯头的阻力曲线 B-9 在入口处带有充分发展湍流流动的斜角弯头的阻力曲线 B-10 与无粘性流动比较, 绕球体的层流及湍流边界层流动的压力分布 B-11 带有压力测孔的同轴孔板的流量系数

附录三 可压缩流动计算用表……………534

C-1 等熵流动函数表 C-2 范诺线 (Fanno line) 函数表 C-3 瑞利线 (Rayleigh line) 函数表 C-4 正激波函数表

参考文献……………553

第一章 绪 论

流体（包括液体和气体）作为人类生存不可缺少的物质，正以各种形式渗入科学技术研究的领域。把流体作为工作介质的任何系统的分析和设计，都必不可少地需要懂得流体力学的基本原理和概念，以及探索解决流体力学问题的分析、研究方法。

第一节 流体力学简介及基本分析方法

1-1 流体的定义

流体是一种物质，是液相及气（蒸气）相的总称。无论切应力（或叫剪应力）多么小，在切应力作用下流体都会产生连续的变形。若运动流体中有两块平行板，则作用在板上的切应力为

$$\tau = F/A$$

式中 F ——在充满流体的两块平行板间，作用在上面一块板上的力

A ——流体与板接触的表面面积

必须注意，流体作为一种物质，在切应力作用下不能保持静止状态。

1-2 研究流体力学问题常用的基本方法

对流体力学中任何问题的分析，不论直接的或间接的，

都可应用流体运动的基本定律。这些定律，是与特殊的流体性质不相关的。它们是：

- (1) 质量守恒定律
- (2) 牛顿第二运动定律
- (3) 动量矩定律
- (4) 热力学第一定律
- (5) 热力学第二定律

显然，并不是求解任何一个问题都需要用到所有的定律。不过在求解某些问题时，还需附加流体物理性质的关系式；还有一些流体力学的问题不能依赖于分析求解，而是要借助于实验及实验的观察。

但是，尽管流体运动的本质看起来复杂，所有运动中的质点却仍必须遵守物理上的基本定律。因此，牛顿运动定律是流体运动的基本数学式。

1-3 流体力学问题的基本分析方法

一、规定系统及控制体

包含着确定不变的物质的任何集合，称为系统。在流体力学中，系统就是指由确定的流体质点所组成的流体团。

系统的边界将周围与系统分开。系统的边界可以是固定的或活动的、真实的或假想的表面，但没有质量越过边界，即没有流体进入或跑出系统的边界。在研究热力学时，热及功是可以穿过系统的边界的，但在系统内物质的量保持固定，质量不能穿过系统的边界。

被流体流过的，相对于某个坐标系来说，固定不变的任意体积称为控制体。控制体的几何边界叫做控制表面。在应用上述基本定律计算时，控制表面位置对计算结果有直接的

影响。因此，在分析问题时，清楚地规定控制表面位置是极端重要的。

二、采用微分近似或积分近似

应用在流体力学中的基本定律，可以按照无限小或者有限系统及控制体将它公式化。前者最后形成的方程是微分方程；后者可称之为整体方程，即方程组决定流体的总流动特性。

假定这个方程组是可解的，那么微分形式（即用微分方程来决定这个运动）仅仅为确定流体的详细（即逐点）流动特性提供了工具。

通常在研究问题时，寻找已知条件不需要详细的流动特性，我们往往采用基本定律的积分公式。此积分公式，由于使用了有限系统和控制体，通常易于作分析处理。因为力学及热力学涉及到基本定律的公式是按照有限系统的，这些公式是推导控制体方程的基础。

三、选择描述的方法——拉格朗日法或欧拉法

（一）拉格朗日法

着眼点是流体质点。即研究流体各个质点的运动参数（如位置坐标、速度和加速度等）随时间变化的规律。综合所有流体质点运动参数的变化，便得到了整个流体运动的规律。

例如，固定质量的质点在力 $\vec{F}$ 作用下运动，我们可以认为位置 $\vec{r}$ 、速度 $\vec{v}$ 及加速度 $\vec{a}$ 是时间的一般函数。即

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \quad \text{因此, } x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

$$\vec{v} = \vec{v}(t), \quad \text{因此, } u = u(t), \quad v = v(t), \quad w = w(t)$$

$$\vec{a} = \vec{a}(t), \quad \text{因此, } a_x = a_x(t), a_y = a_y(t), a_z = a_z(t)$$

我们还可进一步知道：

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \text{ 及 } a_x = \frac{du}{dt}, \quad a_y = \frac{dv}{dt}, \quad a_z = \frac{dw}{dt}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \text{ 及 } u = \frac{dx}{dt}, \quad v = \frac{dy}{dt}, \quad w = \frac{dz}{dt}$$

(二) 欧拉法

着眼点是流场中的空间点。即把空间中一已知点的流动性质作为一个时间的函数，研究流体质点通过空间固定点时运动参数随时间变化的规律。综合流场中所有点的运动参数变化情况，得到整个流体的运动规律。

例如，在欧拉法中，各物理量将是时间 t 和空间点的坐标 q_1, q_2, q_3 的函数。因此，流动的速度、密度和压力可表示为

$$\vec{V} = \vec{V}(q_1, q_2, q_3, t)$$

$$\rho = \rho(q_1, q_2, q_3, t)$$

$$p = p(q_1, q_2, q_3, t)$$

我们把用以识别空间点的坐标值 q_1, q_2, q_3 及时间 t 称作欧拉变数。

按照欧拉法的观点，整个流动问题的研究从数学上看就是研究一些含有时间 t 的向量场和标量场：

$$B = B(q_1, q_2, q_3, t)$$

其中 B 代表物体的某种物理量。

1-4 流体力学解题的逻辑步骤

1. 简单扼要的写出已知条件；
2. 写出要求的未知数；

3. 画出分析用的系统或控制体示意图，仔细地标出系统或控制体的边界并标出合适的坐标方向；
4. 给出解题所需要的基本定律的合适数学公式；
5. 列出求解此问题所必需的简单假设；
6. 完成为代入数值进行运算的恰当分析；
7. 代入数值（注意使用一组相容的单位）得到一组数值答案，答案中有重要意义的图必须与已知数据一致；
8. 仔细检查解题中的假设及答案，看它们是否合理；
9. 标明答案，必要时引伸出结论并进行讨论。

1-5 量纲及我国法定计量单位

一、量纲系统

有三个基本量纲系统，使用的原始量纲为：

- (1) $MLtT$ ——质量 $[M]$ ，长度 $[L]$ ，时间 $[t]$ ，温度 $[T]$ ；
- (2) $FLtT$ ——力 $[F]$ ，长度 $[L]$ ，时间 $[t]$ ，温度 $[T]$ ；
- (3) $FMtT$ ——力 $[F]$ ，质量 $[M]$ ，长度 $[L]$ ，时间 $[t]$ ，温度 $[T]$ 。

二、国际标准单位制和我国的法定计量单位

(1) 国际标准单位制 (SI systems of units)

质量的单位为千克 (Kilogram)，长度的单位为米 (Meter)，时间的单位为秒 (Second)，温度的单位为 K (Kelvin)。

力为二次量纲，单位为牛顿 (Newton)。按照牛顿第二定律

$$1\text{N} = \frac{1\text{ kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

(2) 我国的法定计量单位

它是以国际标准单位为基础, 结合我国的情况增加了一些非国际标准单位制单位构成的。

我国法定计量单位规定: 质量的单位为公斤或千克(kg); 长度的单位为米(m); 时间的单位为秒(s); 温度的单位为开[尔文](K); 力的单位为牛顿(N)。

第二节 习题选解

例1.1 质点的运动参数方程为:

$$\begin{aligned}x &= A \cos \omega t \\y &= B \sin \omega t\end{aligned} \quad A > B$$

确定以时间作为函数的质点的速度和加速度。画出能标明质点在XY平面内的轨迹草图, 并标出最大速度和最大加速度的位置。

解: $x(t) = A \cos \omega t$, $y(t) = B \sin \omega t$

作为时间函数的质点速度为:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \hat{i}V_x(t) + \hat{j}V_y(t) = \hat{i}\frac{dx}{dt} + \hat{j}\frac{dy}{dt} \\&= -\hat{i}A\omega \sin \omega t + \hat{j}B\omega \cos \omega t\end{aligned}$$

作为时间函数的质点加速度为:

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= \hat{i}a_x(t) + \hat{j}a_y(t) = \hat{i}\frac{d^2x}{dt^2} + \hat{j}\frac{d^2y}{dt^2} \\&= -\hat{i}A\omega^2 \cos \omega t - \hat{j}B\omega^2 \sin \omega t\end{aligned}$$

根据 $x = A \cos \omega t$, $y = B \sin \omega t$, 我们有 $\cos \omega t = x/A$, $\sin \omega t = y/B$, 故得 $\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = (x/A)^2 + (y/B)^2 = 1$ ($A > B$)。即质点在XY平面内的运动轨迹为一椭圆, 如图1-1所示。

类似地, 我们有 $V_x(t) = -A\omega \sin \omega t$, $V_y(t) = B\omega \cos \omega t$