

高等结构分析算例

(英) J. Walter White 著

丁立祚 刘天骥 吴秉钧 译

中国铁道出版社

高等结构分析算例

〔英〕J·Walter White 著

丁立祚 刘天骥 吴秉钧 译

中国铁道出版社

1982年·北京

内 容 简 介

本书共分五篇，包括各种算例共58个，主要是以算例形式介绍超静定结构的基本定理和基本分析方法。本书的前面有索引表，表中附有每个算例的结构图示，读者可以查阅。各算例均为无量纲，公制、英制均可应用。

本书可供工程技术人员学习参考，也可以作为高等院校参考教材。

Advanced Structural Analysis

Worked Examples

J. Walter White

Granada Publishing in 1978

高等结构分析算例

〔英〕J. Walter White 著

丁立祚 刘天骥 吴秉钧 译

中国铁道出版社出版

责任编辑 陈保兴

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 1/16 印张：16 字数：366千

1982年7月 第1版 1982年7月 第1次印刷

印数：0001—7,500册 定价：2.00 元

译 者 的 话

本书是由多年在英国哈默司密斯和伦敦韦斯脱学院 (Hammersmith and West London College) 结构工程系授课的沃尔特·怀特 (J. Walter White) 教授编著的。在英国它通常作为高等院校教材和土建工程师的参考书。作者曾在1972年出版过《结构分析算例》一书，主要讲简支梁及悬臂梁，而《高等结构分析算例》则是前书的续编。通过对这两本书的学习，可对结构理论加深理解和掌握计算方法。

本书是用算例的形式阐明超静定结构分析的各种方法。全书共分连续梁、超静定门式刚架、多层多跨刚架、超静定拱及闭合刚架和薄环等五篇。书中大量应用的是结构力学分析的基本定理和基本方法，例如弯矩分配法、柱比法、影响系数法和弹性中心法等等。

本书有以下的特点：

1. 各算例中有关分析原理已编入附录。
2. 各算例均为无量纲，公制、英制均能适用。
3. 书中列有索引表，使读者在选找算例时一目了然。

在翻译的过程中，译者对原书的错、漏及不妥当之处，根据自己的理解作了改正。

本书可供工程结构设计人员及大专院校师生学习参考。

本书由丁立祚、刘天骥、吴秉钧合译，其中第一篇由吴秉钧译，第三篇及附录由刘天骥译，第二、四、五篇及其它内容由丁立祚译。全书译稿由丁立祚负责整理。

本书译稿承龙驭球、杜文华、袁德熙三位同志对于一些章节给予审阅，并提出宝贵意见，在此表示感谢。由于时间仓促，译者水平有限，译文中难免有错误缺点，请广大读者批评指正。

译 者

1981年5月

目 录

前 言	1
目录索引表	2
第一篇 连续梁	11
第二篇 超静定门式刚架	67
第三篇 多层多跨刚架	127
第四篇 超静定圆弧拱和抛物线拱	179
第五篇 闭合刚架和薄环	203

附 录

1. 弯矩分配的哈代-克劳斯	219
2. 弯矩分配的“固定度”法	222
3. 柱比法(似柱法)	226
4. 三弯矩方程	228
5. 有三个以上杆件的刚架的侧移	230
6. 影响系数法——相容方程式	234
7. “弹性中心”法	237
8. 正负号规定	238
9. 简支梁的弯矩	239
10. 固端弯矩表	240
11. $\int M, M_k$ 表	241
12. 虚功原理	243
13. 位移互等定理	245

(A) 伯特定理	245
(B) 马克斯威尔定理	245
14. 面积和形心	247
15. 对 x 函数的一些微分和积分公式	248
16. 三角函数表	249
17. 符号	250
参 考 书	251

前 言

结构分析算例一书发行于1972年秋季，其中包括简支梁、悬臂梁的分析算例。原计划再发行六册，每册讨论结构理论中一章或至多两章的内容。很多教育界的知名人士指出将较多的章节和更多的算例全面的写在一本书中较好。

将结构计算的全部理论和其相应的算例写入一本书中，将使这个册子在使用中显得很笨重，而读者也将付出更多的费用。由于这些理由，这本书的各章只限于超静定结构分析中最常用的方法。

本书五篇阐述了超静定的连续梁等结构的分析。首先是研究连续梁，列出了各种解法，包括弯矩分配的“固定度”法。此法解题简捷准确，应当推广使用。它的原理与哈代-克劳斯 (Hardy-Cross) 法相同，但它避免了不平衡弯矩反复的分配和传递。

其余几篇是门式刚架、多层多跨刚架、拱和闭合薄环的算例。在算例中有意的避免了结构尺寸的量纲 (单位)，以使此书适用于各种不同的量纲制度。

希望此书对结构工程师和准备参加高等水平考试的学生们能起有益的作用。设想本书读者已具有结构理论的基础知识，本书在附录中阐明的只是在解题中用到的一些基本方法。前面有一个索引表，使读者很快能找到适当的算例。

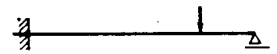
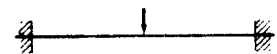
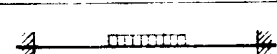
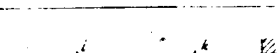
本书对于数学演算的校核极为重视，但仍难说没有任何错误。如果此书能在工程师们和学生们的书房中占有一席之地我将非常高兴，这也是对我的工作的鼓舞。

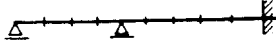
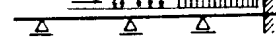
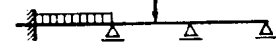
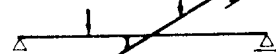
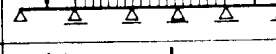
最后我向我的主要助手S.Y.Man先生以及P.Mariathas、A.Campbell、J.philpott 和C.Simpson 先生们致谢，他们在绘制图表上费了不少力气。在一定的时间内编成此书，如果没有他们的帮助是非常困难的。我同时感谢Man夫人，她将此书手稿打印得很好。

J.W.White 怀特.

1977年于伦敦

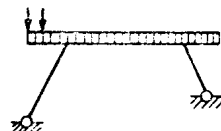
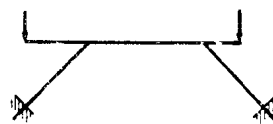
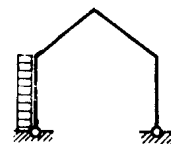
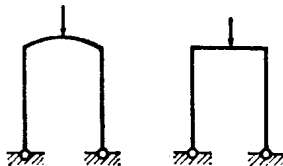
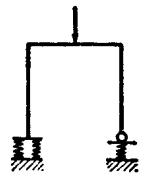
目录索引表

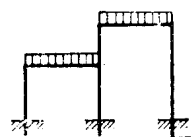
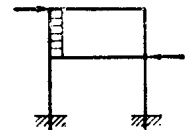
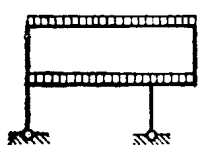
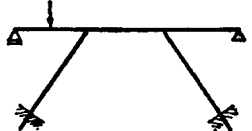
Problem	Structure and Loading	Reactions	Shear Force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
CB 1		○	○	○		○			○		Mohr Max. deflection	11
CB 2		○	○	○	○				○		Clapeyron	13
CB 3		○		○					○		Carry-over factor Mohr	15
CB 4		○		○					○		Clapeyron	15
CB 5		○							○	○	Variable I Approx. method and analytically	18
CB 6		○	○	○					○		Influence Coefficients Column Analogy	22
CB 7		○	○	○		○			○		Temporary support Hardy Cross	24
CB 8		○	○	○					○		Stiffness Carry-over factor	28
CB 9		○		○		○			○		Maxwell	29
CB 10		○	○	○		○			○		Clapeyron Hardy Cross Influence Coefficients	30

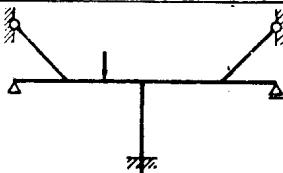
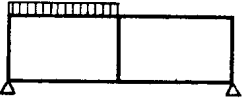
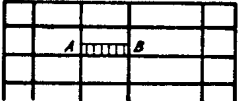
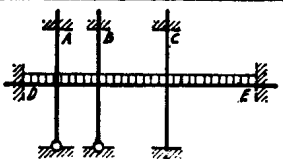
Problem	Structure and loading	Reactions	Shear Force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
CB 11		○	○	○	○				○	○	Müller-Breslau	33
CB 12		○	○	○					○	○	Müller-Breslau Reversible load Train	41
CB 13		○	○	○		○			○		Degree of Fixity Hardy Cross Settlement of supports	50
CB 14		○	○	○		○			○		Crossed beams Influence Coefficients Virtual Work	53
CB 15		○	○	○		○			○		Crossed beams Influence Coefficients Virtual Work Variable I	56
CB 16		○	○	○					○		Short-cut method Hardy Cross Degree of fixity	66
CB 17		○	○	○					○		Elastic foundations Mohr	60
CB 18		○	○	○					○		Elastic foundations Influence Coefficients Virtual Work	62
CB 19		○	○	○					○		Elastic foundations Influence Coefficients Virtual Work	64

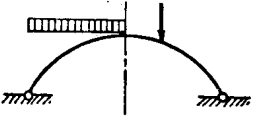
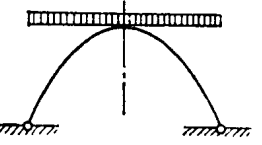
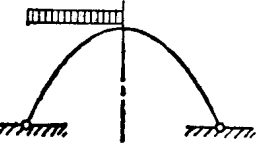
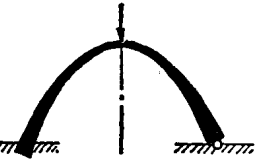
Problem	Structure and Loading	Reactions										Remarks	Page
		3	4	5	6	7	8	9	10	11			
1	2										12	13	
1P 10		○	○	○	○	○	○			○	Non-sway Degree of fixity Hardy Cross Mohr	96	
1P 11		○	○	○			○	○		○	Degree of fixity Prop-force Arbitrary Sway	99	
1P 1		○	○	○			○			○	Symmetrical frame Hardy Cross Superposition	67	
1P 2		○	○	○			○			○	Column Analogy Superposition Degree of fixity 'Elastic Centre'	69	
1P 3		○	○	○			○			○	Degree of fixity Virtual Work	74	
1P 4		○	○	○			○			○	Fixed-end Moments Mohr & Hardy Cross 'Short-cut' method Relative displacement	76	
1P 5				○	○	○				○	Non-symmetrical frame Virtual Work Degree of fixity Mohr	78	

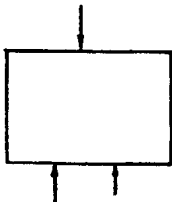
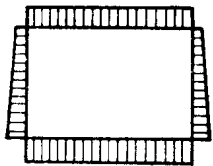
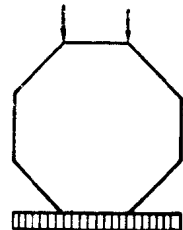
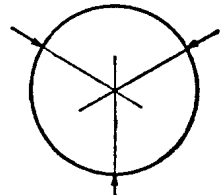
Problem	Structure and loading	Reactions	Shear force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct force	Influence lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1P 14		○	○	○		○				○	Degree of fixity Influence Coefficients Mohr Sway calculations	106
1P 12		○	○	○			○			○	Mohr Degree of fixity Influence Coefficients	101
1P 13					○					○	Virtual Work Mohr	104
1P 15		○		○	○	○	○			○	Temporary Support Degree of fixity Hardy Cross Fixed-end moment Carry-over factor $I \neq \text{const. (stiffness)}$	110
1P 6		○				○			○	○	Maxwell Virtual Work Degree of fixity	80
1P 7		○	○	○			○	○		○	Relative displacement - Area moment Hardy Cross	84

Problem	Structure and Loading	Reactions	Shear Force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
IP 8		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Relative displacement Degree of Fixity	86
IP 16		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	'Elastic Centre' Degree of Fixity Mohr Virtual Work	114
IP 9		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Symmetrical frame Degree of Fixity Moment-Area	91
IP 17		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Column Analogy Influence Coefficients Hardy Cross-Short cut method	120
IP 18		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Influence Coefficients Virtual Work	125

Problem	Structure and Loading	Reactions	Shear Force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MF 1		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Non-sway Hardy Cross Prop-Force	127
MF 2		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	One sway Hardy Cross Mohr	129
MF 3		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Two sways Hardy Cross	132
MF 4		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Two sways Hardy Cross	136
MF 5		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Three sways Hardy Cross	141
MF 6		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Non-sway Hardy Cross	147

Problem	Structure and loading	Reactions	Shear Force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MF 7		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Non-sway Hardy Cross Mohr	150
MF 8		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Symmetrical arngt, 2 ways Hardy Cross Mohr	154
MF 9		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Non-symmetrical load 2 ways Hardy Cross Virtual Work	161
MF 10		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Degree of Fixity Support moments at A and B	171
MF 11		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Partly fixed supports A, B, C, D and E Degree of Fixity	172

Problem	Structure and loading	Reactions	Shear Force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
A1		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Virtual Work Moment Area	179
A2		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Virtual Work Moment Area	184
A3		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	Superposition	188
A4		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	$I = I_c \sec \theta$ Influence Coefficients Compatibility Equations Virtual Work	189
A5		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	'Elastic Centre' method	195
A6		☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	$I = I_c \sec \theta$ 'Elastic Centre' method	198

Problem	Structure and Loading	Reactions	Shear force	Bending Moment	Rotation	Displacement	Direct Force	Influence Lines	By Calculation	Graphically	Remarks	Page
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
CR 1		○	○	○		○		○			Column Analogy 'Elastic Centre'	203
CR 2		○	○	○		○		○			'Elastic Centre'	207
CR 3		○	○	○		○		○			'Elastic Centre'	210
CR 4		○	○	○		○		○			'Elastic Centre'	214

以上各表表头的译文:

(1) Problem	习题
(2) Structure and loading	结构型式和荷载
(3) Reactions	反力
(4) Shear force	剪力
(5) Bending Moment	弯矩
(6) Rotation	转角
(7) Displacement	变位
(8) Direct Force	轴向力
(9) Influence lines	影响线
(10) By Calculation	计算法
(11) Graphically	图解法
(12) Remarks	备注
(13) Page	页次

以上各表中备注的译文

CB1*	Mohr	莫尔
	Max deflection	最大挠度
CB2	Clapeyron	克来扑让
CB3	Carry-over Factor	传递系数
	Mohr	莫尔
CB4	Clapeyron	克来扑让
CB5	Variable I	变惯性矩 I
	Approx.method and analytically	渐近法及解析法

CB6	<i>Influence Coefficients</i>	影响系数		Hardy Cross	哈代-克劳斯
	<i>Column Analogy</i>	柱比法		<i>Degree of Fixity</i>	固定度
CB7	<i>Temporary Support</i>	临时支撑	CB17	<i>Elastic foundations</i>	弹性基础
	Hardy-Cross	哈代-克劳斯法		Mohr	莫尔
CB8	<i>stiffness</i>	刚度	CB18	<i>Elastic foundations</i>	弹性基础
	<i>Corry-over Factor</i>	传递系数		<i>Influence Coefficients</i>	影响系数
CB9	Max well	马克斯威尔法		<i>Virtual Work</i>	虚功
CB10	Clapeyron	克来扑让	CB19	<i>Elastic foundations</i>	弹性基础
	Hardy-Cross	哈代-克劳斯		<i>Influence Coefficients</i>	影响系数
	<i>Influence Coefficients</i>	影响系数		<i>Virtual Work</i>	虚功
CB11	Müller-Breslau	米乐-伯斯劳	IP*10	<i>Non-sway</i>	无侧移
CB12	Müller-Breslau	米乐-伯斯劳		<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Reversible Load Train</i>	往复列车荷载		Hardy Cross	哈代-克劳斯
CB13	<i>Degree of Fixity</i>	固定度		Mohr	莫尔
	Hardy Cross	哈代-克劳斯	IP11	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Settlement of supports</i>	支座沉陷		<i>Prop-Force</i>	约束力
CB14	<i>Crossed Beams</i>	十字梁		<i>Arbitrary Sway</i>	任意侧移
	<i>Influence Coefficients</i>	影响系数	IP1	<i>Symmetrical frame</i>	对称刚架
	<i>Virtual Work</i>	虚功		Hardy Cross	哈代-克劳斯
CB15	<i>Crossed beams</i>	十字梁		<i>Superposition</i>	叠加
	<i>Influence coefficients</i>	影响系数	IP2	<i>Column Analogy</i>	柱比 (似柱)
	<i>Virtual Work</i>	虚功		<i>Superposition</i>	叠加
	<i>Variable I</i>	变惯性矩 I		<i>Degree of Fixity</i>	固定度
CB16	<i>Short cut method</i>	简捷法		<i>Elastic Centre</i>	弹性中心

•CB代表连续梁,为英语Continuous beams的缩写。——译注

*CB代表连续梁, 为英语Continuous beams的缩写。——译注

IP3	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Virtual Work</i>	虚功
IP4	<i>Fixed end moment</i>	固端弯矩
	Mohr & Hardy cross	莫尔和哈代-克劳斯
	'Short cut' method	简捷法
	<i>Relative displacement</i>	相对位移
IP5	<i>Non-symmetrical frame</i>	不对称刚架
	<i>Virtual Work</i>	虚功
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	Mohr	莫尔
IP14	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Influence Coefficients</i>	影响系数
	Mohr	莫尔
	<i>Sway calculations</i>	侧移计算
IP12	Mohr	莫尔
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Influence coefficients</i>	影响系数
IP13	<i>Virtual Work</i>	虚功
	Mohr	莫尔
IP15	<i>Temporary Support</i>	临时支撑
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	Hardy Cross	哈代-克劳斯
	<i>Fixed-end moment</i>	固端弯矩
	<i>Carry-over Factor</i>	传递系数
	$I \neq \text{Const. (stiffness)}$	$I \neq \text{常数 (刚度)}$

IP6	Maxwell	马克斯威尔
	<i>Virtual Work</i>	虚功
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
IP7	<i>Relative displacement</i>	相对位移
	<i>Area moment</i>	弯矩面积
	Hardy Cross	哈代-克劳斯
IP8	<i>Relative displacement</i>	相对位移
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
IP16	<i>Elastic centre</i>	弹性中心
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	Mohr	莫尔
	<i>Virtual Work</i>	虚功
IP9	<i>Symmetrical frame</i>	对称刚架
	<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Moment-Area</i>	弯矩面积
IP17	<i>Column Analogy</i>	柱比 (似柱)
	<i>Influence coefficients</i>	影响系数
	Hardy Cross-Short cut method	哈代-克劳斯简捷法
IP18	<i>Influence Coefficients</i>	影响系数
	<i>Virtual Work</i>	虚功
MF*1	<i>Non-sway</i>	无侧移
	Hardy-Cross	哈代-克劳斯

*IP代表超静定门式刚架, 为英语 *Indeterminate portal frames* 的缩写。

——译注

	<i>Prop-Force</i>	约束力		<i>A, B, C, D and E</i>	弹性固定支撑 (支座)
<i>MF2</i>	<i>One Sway</i>	一个侧移			<i>A, B, C, D和E</i>
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯		<i>Degree of Fixity</i>	固定度
	<i>Mohr</i>	莫尔	<i>A1*</i>	<i>Virtual Work</i>	虚功
<i>MF3</i>	<i>Two Sways</i>	二个侧移		<i>Moment Area</i>	弯矩面积
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯	<i>A2</i>	<i>Virtual Work</i>	虚功
<i>MF4</i>	<i>Two Sways</i>	二个侧移		<i>Moment Area</i>	弯矩面积
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯	<i>A3</i>	<i>Superposition</i>	叠加
<i>MF5</i>	<i>Three Sways</i>	三个侧移	<i>A4</i>		
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯		<i>Influence Coeffi-</i>	
<i>MF6</i>	<i>Non-Sway</i>	无侧移		<i>cients</i>	影响系数
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯		<i>Compatibility Equa-</i>	
<i>MF7</i>	<i>Non-Sway</i>	无侧移		<i>tions</i>	相容方程
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯		<i>Virtual Work</i>	虚功
	<i>Mohr</i>	莫尔	<i>A5</i>	<i>Elastic Centre method</i>	弹性中心法
<i>MF8</i>	<i>Symmetrical arrgt.</i>	对称	<i>A6</i>		
	<i>2 Sways</i>	二个侧移		<i>Elastic Centre method</i>	弹性中心法
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯	<i>CR*1</i>	<i>Column Analogy</i>	柱比
	<i>Mohr</i>	莫尔		<i>Elastic Centre</i>	弹性中心
<i>MF9</i>	<i>Non symmetrical load</i>	荷载不对称	<i>CR2</i>	<i>Elastic Centre</i>	弹性中心
	<i>2 Sways</i>	二个侧移	<i>CR3</i>	<i>Elastic Centre</i>	弹性中心
	<i>Hardy Cross</i>	哈代-克劳斯	<i>CR4</i>	<i>Elastic Centre</i>	弹性中心
	<i>Virtual Work</i>	虚功			
<i>MF10</i>	<i>Degree of Fixity</i>	固定度			
	<i>Support moments at</i>				
	<i>A and B</i>	在 <i>A</i> 及 <i>B</i> 处的支撑弯矩			
<i>MF11</i>	<i>Partly fixed Supports</i>				

* *MF*代表多层多跨刚架,为英语*Multibay and multistorey continuous frames*的缩写。——译注

*A** *A*代表超静定圆弧及抛物线拱,为英语*Indeterminate circular and parabolic arches*的缩写。——译注

*CR** 代表闭合刚架和薄环,为英语*Closed frames and annular thin rings*的缩写。——译注

第一篇 连续梁

Continuous Beams(CB)

习题CB1 见图CB1

用莫尔定理 (Mohr's theorems, 即弯矩面积法定理) 求图 CB 1.1 (a) 所示的一端固定一端简支的梁的固端弯矩。然后作剪力图及弯矩图。最后求出该梁以 EI 表示的最大挠度的数值及其位置。

解

一端固定一端简支的梁是超静定的, 因为它的反力不能用静力平衡方程式全部解出。可以用两种方法将它变为静定形式: 一种方法是撤去固端弯矩使其成为简支梁; 另一种方法是撤去简支端的支撑使其变为悬臂梁。在以上两种方法中都将撤去的约束力所产生的影响, 叠加于梁上, 以使其最后的效应与原一端固定一端简支梁相同。见图 CB1.1 (b) 和 2 (c)。

情况一

简支梁在 A 端作用一个弯矩 M_A , M_A 如为原固端弯矩, 其大小应使简支梁在 A 端所产生的转角必与简支梁因荷载所产生的转角在数值上相等。见图 CB1.1 (c) 及 (d)。

在图 CB1.1 (c) 中, 应用莫尔第一定理, 对 B 取矩。

$$10EI\varphi_A = F \times \bar{x}_B = \frac{24 \times 10}{2} \times \frac{0 + 4 + 10}{3}$$

得

$$EI\varphi_A = 56$$

自图 CB1.1 (d)

$$10EI\varphi_A = \frac{10M_A}{2} \times \frac{2 \times 10}{3}$$

得

$$EI\varphi_A = 3.3M_A$$

二者相等

$$56 = 3.3M_A$$

$$M_A = \frac{56}{3.3} = 16.8$$

反力可从支座 A 和 B 处的静力剪力和弹性剪力叠加而得。

$$V_A = \frac{Pb}{a+b} + \frac{M_A}{a+b} = 4 + 1.68 = 5.68$$

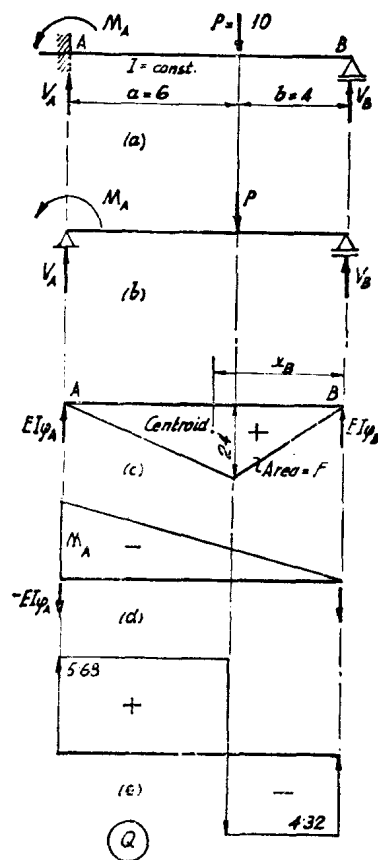


图 CB1.1

图中: Const 常数; Centroid 形心; Area 面积。

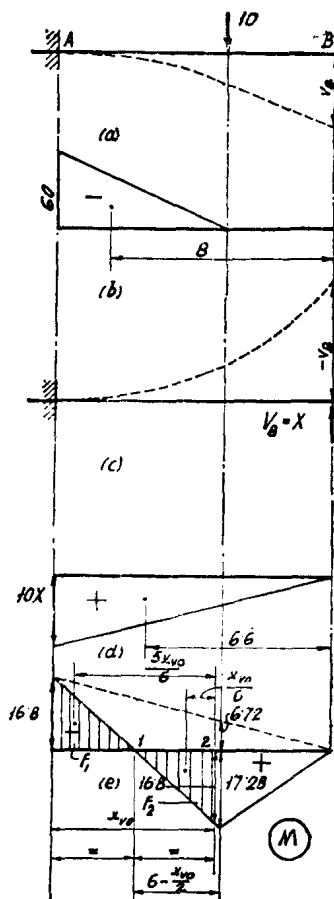


图 CB1.2

$$V_B = \underbrace{\frac{Pa}{a+b}}_{\text{静力}} - \underbrace{\frac{M_A}{a+b}}_{\text{弹性}} = \frac{6 - 1.68}{\Sigma V = 10 = P} = 4.32$$

将图 CB1.1 (c) 和 (d) 叠加即得到最后弯矩。

情况二

悬臂梁在 B 端作用一个向上集中荷载 X。因为原梁在 B 端不能沿垂直方向发生位移, 故 X 使悬臂梁向上发生的位移的数值, 必等于悬臂梁因荷载向下发生的位移。见图 CB1.2 (a) 及 (c)。

自图 CB1.2 (a) 及 (b) 应用莫尔第二定理

$$EI v_B = \frac{60 \times 6}{2} \times 8 = 1440$$

自图 CB1.2 (d)

$$EI v_B = -\frac{10X \times 10}{2} \times 6.6 = -333.3X$$

令以上二式相等, 得

$$X = -\frac{1440}{333.3} = -4.32$$

负号表示 X 方向向上。将 A 处由于 X 以及荷载所产生的弯矩相加, 得

$$M_A = -60 + 10 \times 4.32 = -16.8$$

与前同。

剪力图示于 CB1.1 (e), 弯矩图示于 CB1.2 (e)。

最大挠度值及其位置, 见图 CB1.2 (e)

最大挠度发生于斜率为零处。根据莫尔第一定理, 从 A 点起阴影部分的正负弯矩面积图必须相等

从相似三角形