高等学校适用教材

可靠性工程基础

主编 刘 品　　主审 丁喜波

（修订版）

中国计量出版社

375

高等学校适用教材

可靠性工程基础

（修订版）

主编　　刘　品

主审　　丁喜波

中国计量出版社

图书在版编目（CIP）数据

可靠性工程基础/刘品主编．—修订版．—北京：中国计量出版社，2002.4
高等学校适用教材
ISBN 7-5026-1616-0

Ⅰ．可…　Ⅱ．刘…　Ⅲ．可靠性工程—高等学校—教材　Ⅳ．TB114.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 020662 号

内　容　提　要

可靠性技术在航空航天、电子、化工、机电工业等许多领域中得到广泛应用。本书内容包括：可靠性概论，系统可靠性模型，可靠性预计和分配，失效模式、后果与严重度分析和故障树分析，电子系统与机械结构的可靠性设计，可靠性试验、评估，维修性设计以及可靠性管理。本书根据作者多年的教学和科研经验编写，内容全面、实用，适合高等院校各理工科专业本科生、研究生和有关工程技术人员使用。

中国计量出版社出版
北京和平里西街甲 2 号
邮政编码　100013
电话(010)64275360
E-mail jlfxb@263.net.cn
北京市迪鑫印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行

*

787 mm×1092 mm　16 开本　印张 14.25　字数 342 千字
2002 年 6 月第 2 版　2002 年 6 月第 5 次印刷

*

印数 13 001—18 000　**定价：21.00 元**

前　言

可靠性技术是在第二次世界大战后首先从航空工业和电子工业领域发展起来的，后来广泛应用于宇航、化工、机电工业等其他领域。对可靠性的系统研究始于美国，并陆续为世界各工业发达国家所应用。目前，我国的可靠性研究工作发展很快，在工程中的运用越来越广泛。

为了满足各专业工程技术人员学习可靠性基本知识的要求，自 20 世纪 80 年代起，哈尔滨工业大学对理工科专业的本科生和研究生开设了有关可靠性的课程。在多年教学和科研的基础上，于 1995 年正式出版了《可靠性工程基础》一书。经过多年教学应用，我们在原书的基础上对其进行了适当的补充和修改。

本次修订重写了可靠性预计和分配一章；根据当前工程需要，增加了维修性和可用性方面的内容；对全书的例题和习题进行了补充，以尽可能帮助读者更好地消化所学内容。

本书共分 12 章，主要内容包括：可靠性的三大指标、主要特征量及常用失效分布等基本概念；逻辑代数的基本概念和运算方法，串联系统，并联系统，混联系统，n 中取 k 表决系统，贮备系统的可靠性模型；最小路集、最小割集的概念及运用其分析计算一般网络系统可靠性的基本方法；元器件失效率预计和系统可靠性预计的方法，串联系统可靠性分配的常用方法，如何对有并联冗余单元系统进行可靠性分配的问题；失效模式、后果和严重度分析方法（FMECA）；系统讨论了对单调系统进行故障树的定性和定量分析方法（FTA）；电子线路和机械结构可靠性的设计方法；为评价和提高产品可靠性而进行的可靠性试验，包括筛选、老炼和环境适应性试验的基本知识，寿命试验和加速寿命试验的常用基本设计方法；如何运用试验数据对单元产品（整机进行可靠性试验的产品）和系统（复杂产品）进行可靠性评估的常用方法；维修性设计；书中还简要介绍了可靠性管理方面的基本知识，以促进可靠性技术在工程中广泛应用。

本书主要针对高等院校各理工科专业本科生的需要而编写，同时也考虑了在职工程技术人员学习和未修过可靠性课程的研究生自学的要求。本书编写注意由浅入深、通俗易懂，以便具有一定概率论、数理统计和工程技术基础知识的高年级大学生和在职工程技术人员学习使用。

本书由哈尔滨工业大学刘品主编，哈尔滨理工大学王丽杰和北方交通大学刘岚岚为副主编，哈尔滨理工大学丁喜波为主审。参加本书编写的人员如下：黑龙江科技学院范敏霞（第一章和第二章中第一节、第二节），朱欣顺（第二章中第三节至第八节和本章的习题），刘艳洁（第七章）；哈尔滨理工大学丁喜波（第三章），王丽杰（第五章、第九章），孙伟岩（第四章、第八章）；北方交通大学刘岚岚（第六章、第十章）；哈尔滨工业大学周海（第十一章），刘品（第十二章）。

在本书编写过程中作者参阅和利用了不少资料，在此对原著作者表示感谢。

由于我们的水平所限，书中的缺点和错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

编　者

2002 年 2 月

目　　录

第一章　可靠性概论

第一节　可靠性基本概念

一、可靠性的定义

产品的质量指标有很多种，例如，一辆摩托车的指标就有功率、耗油率、最大速度、噪音等。这类质量指标通常称为性能指标，即产品完成规定功能所需要的指标。除此之外，产品还有另一类质量指标，即可靠性指标。它反映产品保持其性能指标的能力，如摩托车出厂时的各项性能指标经检验都符合标准，但行驶十万公里后摩托车是否仍能保持其出厂时各项性能指标呢？这是用户十分关心的问题。生产厂为了说明自己产品保持其性能指标的能力，就要提出产品的可靠性指标(可靠性特征量)。如:可靠度、平均寿命、失效率等。

根据国家标准 GB 3187—1982《可靠性基本名词术语及定义》，可靠性定义为“产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的能力。”这种能力以概率(可能性)表示，故可靠性也称可靠度。定义中的“产品”是指作为单独研究和分别试验对象的任何元件、器件、设备和系统；“规定条件”是指产品的使用条件、维护条件、环境条件和操作技术；“规定时间”是指产品的工作期限，可以用时间单位，也可以用周期、次数、里程或其他单位表示；“规定功能”通常用产品的各种性能指标来表示。对以上四方面内容必须有明确的规定，研究产品可靠性才有意义。

二、可靠性常用的三大指标

可靠性有狭义和广义两种意义。狭义可靠性仅指产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的能力。以后对“可靠性”一词若不加以注明，均指狭义可靠性。广义可靠性通常包含狭义可靠性和维修性等方面的内容。我们将产品在规定的维护修理使用条件下，产品在执行任务期间某一时刻处于良好状态的能力称为广义可靠性。

维修是为了保持或恢复产品能完成规定功能而采取的技术管理措施，仅适用于可修复产品。维修性则是在规定条件下使用的产品在规定的时间内，按规定的程序和方法进行维修时，保持或恢复到能完成规定功能的能力。

狭义可靠性和维修性两方面的内容合起来称为有效性。有效性是指可维修产品在某时刻具有或维持规定功能的能力。

产品长期贮存，其材料将会老化变质。在规定的贮存条件下，产品从开始贮存到丧失其规定的功能的时间称为贮存寿命。

狭义可靠性、广义可靠性、维修性、有效性和贮存寿命的相互关系，可由图 1—1 表示。图中的狭义可靠性、有效性和贮存寿命三个指标合起来全面描述了产品寿命期内的性能稳定

性，我们将其称为可靠性的三大指标。

狭义可靠性—┐
　　　　　　├—广义可靠性或有效性—┐
维修性——┘　　　　　　　　　　　├—综合全面评定可靠性
　　　　　　　　　　　贮存寿命——┘

图 1—1　可靠性的三大指标

这里还需指出的是，为什么不把广义可靠性作为可靠性的一个指标而用有效性代替之？这是因为当前工程界对维修性的研究和应用还暂不如狭义可靠性，特别是定量研究分析方面。本书将主要研究产品的狭义可靠性问题。

第二节　可靠性特征量

研究可靠性特征量，必须首先明确“寿命”的含义。在日常生活中，产品的寿命往往是指产品总的可使用时间。在可靠性工程中，不可修复产品的寿命是指发生失效前的实际工作时间；可修复产品的寿命是指相邻两次故障间的工作时间，此时也称为无故障工作时间。很明显，每一个产品都有自己固定的寿命，但只有在使用后(包括有关试验后)才能确定。故产品的寿命是一个随机变量，一般用 T 表示。从数学上看，研究产品的可靠性主要是研究产品寿命的概率分布；而可靠性特征量则是随机变量寿命的一些描述量。寿命的单位多数为时间，如:小时、千小时、年等，也可以是其他非时间单位，如:动作次数、工作周期、运动距离等。

一、可靠度 $R(t)$

1. 可靠度定义

可靠度是指产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的概率。它是时间的函数，记作 $R(t)$，为可靠度函数的简称。

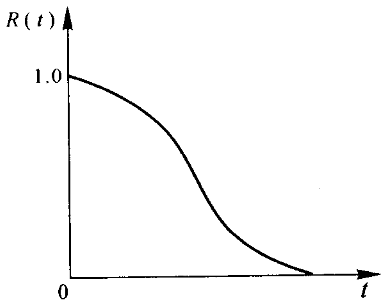


图 1—2　可靠度分布函数

设 T 为产品寿命的随机变量，则

$$R(t) = P(T > t) \tag{1—1}$$

式(1—1)表示产品的寿命 T 超过规定时间 t 的概率，既产品在规定时间 t 内完成规定功能的概率。

根据可靠度的定义，可以得出 $R(0)=1, R(\infty)=0$。即开始使用时，所有产品都是好的；只要时间充分大，全部产品都会失效。

可靠度与时间的关系曲线如图 1—2 所示。

2. 可靠度估计值 $\hat{R}(t)$

可靠度理论上的值称为可靠度真值，它完全由产品失效的数学模型所决定。它虽然是客观存在的，但实际上是未知的，它主要应用在理论研究方面。在实际工作中，我们只能获得有限个样本的观测数据。经过一定的统计计算得到真值的估计值，称为可靠度的估计值。

(1)对于不可修复的产品，可靠度估计值是指在规定的时间区间(0，t)内，能完成规定功能的产品数 $n_s(t)$与在该时间区间开始投入工作的产品数 n 之比。

(2)对于可修复的产品，可靠度估计值是指一个或多个产品的无故障工作时间达到或超

过规定时间 t 的次数 $n_s(t)$ 与观测时间内无故障工作总次数 n 之比。

因此，不论对可修复产品还是不可修复产品，可靠度估计值的公式相同，即

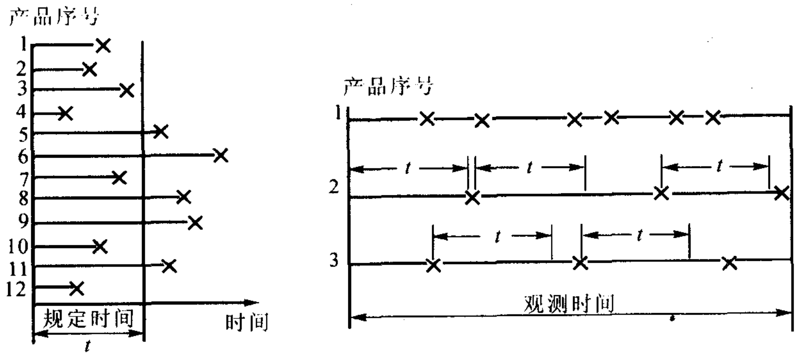
$$\hat{R}(t) = n_s(t)/n \tag{1—2}$$

对不可修复产品，是将直到规定时间区间(0，t)终了为止失效的产品数记为 $n_f(t)$；对可修复产品，将无故障工作时间 T 不超过规定时间 t 的次数记为 $n_f(t)$，所以 $n_f(t)$ 也是(0，t)时间区间的故障次数。故有关系式为

$$n_s(t) = n - n_f(t) \tag{1—3}$$

按规定，在计算无故障工作总次数时，每个产品的最后一次无故障工作时间若不超过规定的时间则不予计入。

例 1-1　在规定条件下对 12 个不可修复产品进行无替换试验，试验结果如图 1—3(a)所示；在某观测时间内对 3 个可修复产品进行试验，试验结果如图 1—3(b)所示。图中“×”均为产品出现故障时的时间，t 为规定时间，求以上两种情况的产品可靠度估计值 $\hat{R}(t)$。



(a) 不可修复产品试验　　(b) 3台可修复产品试验

图 1—3　例 1-1 产品试验图

解：(1)不可修复产品试验由图 1—3(a)统计可得 $n_f(t) = 7$，因已知 $n = 12$，由式(1—2)和式(1—3)有

$$\hat{R}(t) = \frac{n_s(t)}{n} = \frac{n - n_f(t)}{n} = \frac{12 - 7}{12} = 0.416\ 7$$

(2)3 台可修复产品试验由图 1—3(b)统计可得 $n = 12$，$n_s(t) = 5$，由式(1—3)有

$$\hat{R}(t) = \frac{n_s(t)}{n} = \frac{5}{12} = 0.416\ 7$$

二、累积失效概率 $F(t)$

1. 累积失效概率的定义

累积失效概率是产品在规定条件和规定时间内失效的概率，其值等于 1 减可靠度。也可说产品在规定条件和规定时间内完不成规定功能的概率，故也称为不可靠度，它同样是时间的函数，记作 $F(t)$。有时也称为累积失效分布函数(简称失效分布函数)。其表示式为

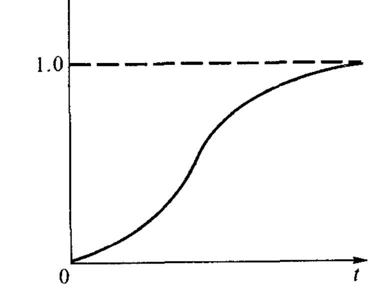


图 1—4　累积失效分布函数

$$F(t)=P(T\leqslant t)=1-P(T>t)=1-R(t) \tag{1—4}$$

从上述定义可以得出 $F(0)=0, F(\infty)=1$。

由此可见，$R(t)$和 $F(t)$互为对立事件。失效分布函数 $F(t)$与时间关系曲线如图 1—4 所示。

2．累积失效概率的估计值 $\hat{F}(t)$

$$\hat{F}(t)=1-\hat{R}(t)=n_f(t)/n \tag{1—5}$$

例 1-2 有 110 只电子管，工作 500h 时有 10 只失效，工作到 1 000h 时总共有 53 只失效，求该产品分别在 500h 与 1 000h 时的累积失效概率。

解：$n=110, n_f(500)=10, n_f(1\ 000)=53$

则
$$\hat{F}(500)=10/110=9.09\%$$

$$\hat{F}(1\ 000)=53/110=48.18\%$$

三、失效概率密度 $f(t)$

1．失效概率密度的定义

失效概率密度是累积失效概率对时间的变化率，记作 $f(t)$。它表示产品寿命落在包含 t 的单位时间内的概率，即产品在单位时间内失效的概率。其表示式为

$$f(t)=\frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}=F'(t) \tag{1—6}$$

即
$$F(t)=\int_0^t f(t)\mathrm{d}t \tag{1—7}$$

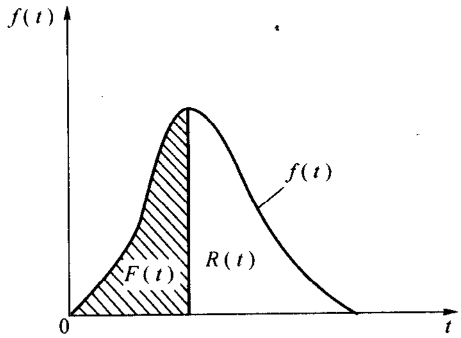


图 1—5 $f(t)$、$F(t)$、$R(t)$的关系

2．失效概率密度的估计值 $\hat{f}(t)$

$$\begin{aligned}\hat{f}(t)&=\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{\Delta t}\\&=\left[\frac{n_f(t+\Delta t)}{n}-\frac{n_f(t)}{n}\right]\Big/\Delta t\\&=\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta n_f(t)}{\Delta t}\end{aligned} \tag{1—8}$$

式中，$\Delta n_f(t)$为在$(t, t+\Delta t)$时间间隔内失效的产品数。

当产品的失效概率密度 $f(t)$已确定时，由式(1—4)、(1—7)可知 $f(t)$、$F(t)$、$R(t)$之间的关系可用图 1—5 表示。

四、失效率 $\lambda(t)$

1．失效率的定义

失效率是工作到某时刻尚未失效的产品，在该时刻后单位时间内发生失效的概率。记作 $\lambda(t)$，称为失效率函数，有时也称为故障率函数。

按上述定义，失效率是在时刻 t 尚未失效的产品在 $t\sim t+\Delta t$ 的单位时间内发生失效的条件概率，即

$$\lambda(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}P(t<T\leqslant t+\Delta t \mid T>t) \tag{1—9}$$

上式反映 t 时刻失效的速率，故也称为瞬时失效率。

由条件概率

$$P(t < T < t+\Delta t \mid T > t) = \frac{P(t < T < t+\Delta t)}{P(T > t)}$$

所以式(1—9)变为

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < T < t+\Delta t)}{P(T > t)\cdot \Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{R(t)\cdot \Delta t} = \frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}\cdot \frac{1}{R(t)}$$

$$= -\frac{R'(t)}{R(t)} \tag{1—10}$$

失效率函数有 3 种基本类型，即早期失效型、偶然失效型和耗损失效型。失效率函数与时间的关系如图 1—6 所示。对于系统来说，一般地在工作过程中，失效率随时间的变化而分阶段属于上述 3 种类型。其曲线呈浴盆状，该曲线图形和失效规律请参阅本书第六章第一节有关内容。

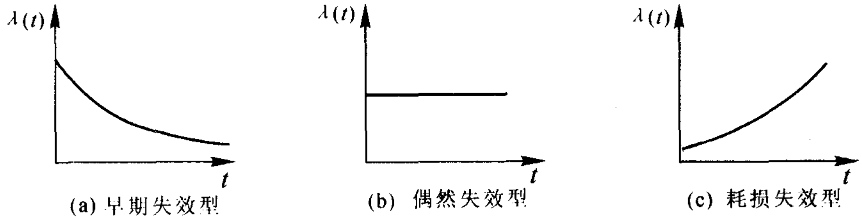


图 1—6　失效率函数

2．失效率的估计值 $\hat{\lambda}(t)$

不论产品是否可修复，产品失效率的估计值均可由式(1—11)求得。

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n_f(t+\Delta t) - n_f(t)}{n_s(t)\cdot \Delta t} = \frac{\Delta n_f(t)}{n_s(t)\cdot \Delta t} \tag{1—11}$$

例 1-3　对 100 个某种产品进行寿命试验，在 $t = 100\text{h}$ 以前没有失效，而在 100～105h 之间有 1 个失效，到 1 000h 前共有 51 个失效，1 000～1 005h 失效 1 个，分别求出 $t = 100\text{h}$ 和 $t = 1\,000\text{h}$ 时，产品的失效率和失效概率密度。

解：(1)求产品在 100h 时的失效率 $\hat{\lambda}(100)$和失效概率密度$\hat{f}(100)$。

据题意有 $n = 100, n_s(100) = 100, \Delta n_f(100) = 1, \Delta t = 105 - 100 = 5\text{h}$。

由式(1—11)得

$$\hat{\lambda}(100) = \frac{\Delta n_f(100)}{n_s(100)\cdot \Delta t} = \frac{1}{100 \times 5} = 0.2\%/\text{h}$$

由式(1—8)得

$$\hat{f}(100) = \frac{1}{n}\frac{\Delta n_f(100)}{\Delta t} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{5} = 0.2\%/\text{h}$$

(2)求产品在 1 000h 时的失效率 $\hat{\lambda}(1\,000)$和失效概率密度$\hat{f}(1\,000)$。

据题意有 $n = 100, n_s(1\,000) = 100 - 51 = 49, \Delta n_f(1\,000) = 1, \Delta t = 1\,005 - 1\,000 = 5\text{h}$。

由式(1—11)得

$$\hat{\lambda}(1\,000) = \frac{\Delta n_f(1\,000)}{n_s(1\,000)\Delta t} = \frac{1}{49 \times 5} = 0.4\%/\text{h}$$

由式(1—8)得

$$\hat{f}(1\,000) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta n_f(1\,000)}{\Delta t} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{5} = 0.2\%/h$$

由上例计算结果可见，从失效概率观点看，在 $t=100h$ 和 $t=1\,000h$ 处，单位时间内失效频率是相同的，而从失效率观点看，1 000h 处的失效率比 100h 处的失效率加大一倍，后者更灵敏地反映出产品失效的变化速度。

3．平均失效率 $\bar{\lambda}$

在工程实践中，常常要用到平均失效率，其定义为

(1)对不可修复的产品是指在一个规定时间内总失效产品数 $n_f(t)$ 与全体产品的累积工作时间 T 之比。

(2)对可修复的产品是指它们在使用寿命期内的某个观测期间，所有产品的故障发生总数 $n_f(t)$ 与总累积工作时间 T 之比。

所以不论产品是否可修复，平均失效率估计值的公式为

$$\bar{\lambda} = \frac{n_f(t)}{T} = \frac{n_f(t)}{\sum_{i=1}^{n_f} t_{fi} + n_s t} \tag{1—12}$$

式中 t_{fi}——第 i 个产品失效前的工作时间；

n_s——整个试验期间未出现失效的产品数；

n_f——整个试验期间出现失效的产品数。

4．失效率单位

失效率的常用单位有%/h，%/kh，菲特等。其中，菲特是失效率的基本单位，$1Fit=10^{-9}/h$，它表示 1 000 个产品工作 1Mh 后，只有一个失效。

5．失效率等级

GB 1772—1979《电子元器件失效率试验方法》规定，我国电子器件失效率共分为 7 级，如表 1—1 所示。

表 1—1　电子元器件失效率

名称	符号	最大失效率/(1/h)	名称	符号	最大失效率/(1/h)
亚五级	Y	3×10^{-5}	八级	B	1×10^{-8}
五级	W	1×10^{-5}	九级	J	1×10^{-9}
六级	L	1×10^{-6}	十级	S	1×10^{-10}
七级	Q	1×10^{-7}			

五、产品的寿命特征

在可靠性工程中，规定了一系列与寿命有关的指标：平均寿命、可靠寿命、特征寿命和中位寿命等。这些指标总称为可靠性寿命特征，它们也都是衡量产品可靠性的尺度。

1．平均寿命 θ

在寿命特征中最重要的是平均寿命，它定义为寿命的平均值。平均寿命的数学意义就是寿命的数学期望，记作 θ，数学公式为

$$\theta = \int_0^{\infty} t f(t) \mathrm{d}t \tag{1—13}$$

值得注意的是，可以证明，能用可靠度 $R(t)$ 来计算平均寿命，公式为

$$\theta = \int_0^{\infty} R(t) \mathrm{d}t \tag{1—14}$$

由于可维修产品与不可维修产品的寿命有不同的意义，故平均寿命也有不同的意义。一般用 MTBF 表示可维修产品的平均寿命，称“平均无故障工作时间”；用 MTTF 表示不可维修产品的平均寿命，称为“失效前的平均工作时间”。

不论产品是否可修复，平均寿命的估计值的表达式均为

$$\hat{\theta} = \frac{\text{所有产品的总工作时间}}{\text{总失效数}} = \frac{T}{n_f} \tag{1—15}$$

2. 可靠寿命、特征寿命和中位寿命

前面已经提到可靠度函数 $R(t)$是产品工作时间 t 的函数，在 $t=0$ 时，$R(0)=1$，当工作时间增加，$R(t)$逐渐减小。可靠度与工作时间有一一对应的关系。有时需要知道可靠度等于给定值 r 时，产品的寿命是多少？可靠寿命 T_r 就是给定可靠度 r 时对应的寿命，即

$$R(T_r) = r \tag{1—16}$$

图 1—7 所示为可靠寿命 T_r 与可靠度(可靠水平)r 的关系。

当 $R(T_r)=e^{-1}=0.37$ 时，可靠寿命 T_r 称为特征寿命，对于失效规律服从指数分布的产品而言，特征寿命就是平均寿命。

当 $R(T_r)=0.5$ 时，可靠寿命 $T_{0.5}$称为中位寿命。当产品工作到中位寿命时，可靠度 $R(t)$和累积失效概率 $F(t)$都等于 50%，如图 1—8 所示。

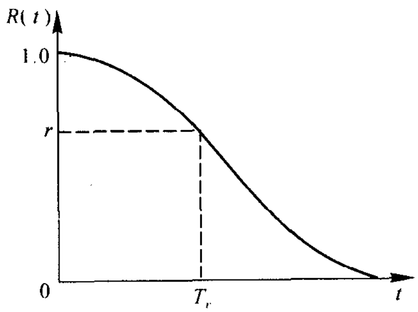


图 1—7　可靠寿命 T_r 与可靠水平 r 的关系

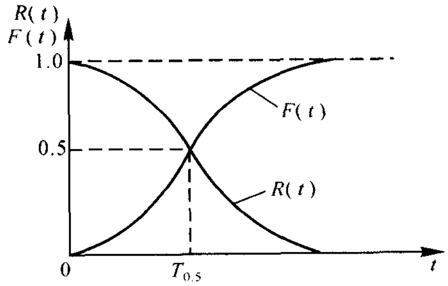


图 1—8　中位寿命与 $R(t)$及 $F(t)$的关系

上述介绍了各种可靠性特征量，我们用图 1—9 形象地描述它们之间的关系(设 $t\geqslant0$)。

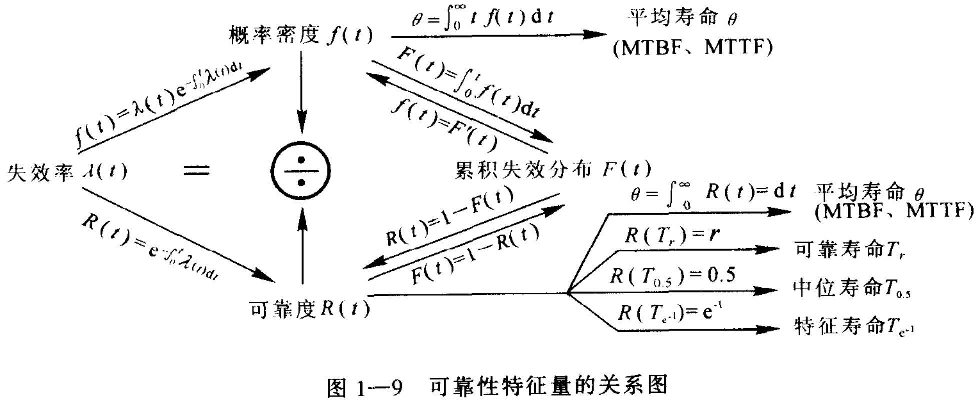


图 1—9　可靠性特征量的关系图

第三节　常用失效分布

产品的失效分布是指其失效概率密度函数或累积失效概率函数，它与可靠性特征量有着密切的关系。如已知产品的失效分布函数，则可求出可靠度函数、失效率函数和寿命特征量。即使不知道具体的分布函数，但如果已知失效分布的类型，也可以通过对分布的参数估计求得某些可靠性特征量的估计值。因此，在可靠性理论中，研究产品的失效分布类型是一个十分重要的问题。

一、指数分布

在可靠性理论中，指数分布是最基本、最常用的分布，适合于失效率 $\lambda(t)$ 为常数的情况，它不但在电子元器件偶然失效期普遍使用，而且在复杂系统和整机方面以及机械技术的可靠性领域也得到使用。

1．失效概率密度函数 $f(t)$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (t \geqslant 0) \tag{1—17}$$

式中　λ——指数分布的失效率，为一常数。

失效概率密度函数 $f(t)$的图形如图 1—10 所示。

2．累积失效概率函数 $F(t)$

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)\mathrm{d}t = \int_{0}^{t} \lambda e^{-\lambda t}\mathrm{d}t = 1 - e^{-\lambda t}(t \geqslant 0) \tag{1—18}$$

累积失效概率函数 $F(t)$的图形如图 1—11 所示。

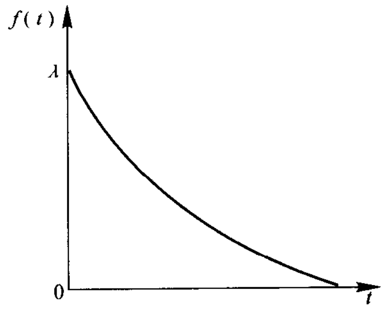


图 1—10　指数分布的失效概率密度函数

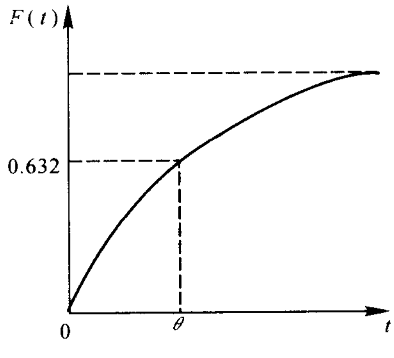


图 1—11　指数分布的累积失效概率函数

3．可靠度函数 $R(t)$

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t}(t \geqslant 0) \tag{1—19}$$

可靠度函数 $R(t)$的图形如图 1—12 所示。

4．失效率函数 $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = \lambda = 常数 \tag{1—20}$$

失效率函数 $\lambda(t)$的图形如图 1—13 所示。

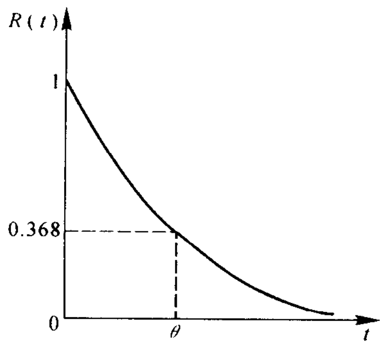


图 1—12　指数分布的可靠度函数

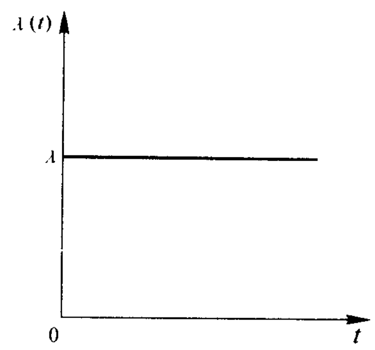


图 1—13　指数分布的失效率函数

5．平均寿命 θ

$$\theta = \int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda} \tag{1—21}$$

因此，当产品寿命服从指数分布时，其平均寿命 θ 与失效率 λ 互为倒数。

6．可靠寿命 T_r

给定可靠度 r 时，根据式(1—19)可得

$$R(T_r) = \mathrm{e}^{-\lambda T_r} = r$$

将上式两边取自然对数，可得

$$-\lambda T_r = \ln r$$

所以

$$T_r = -\frac{1}{\lambda}\ln r \tag{1—22}$$

7．中位寿命 $T_{0.5}$

将 $r=0.5$ 代入式(1—22)可得

$$T_{0.5} = -\frac{1}{\lambda}\ln 0.5 = \frac{1}{\lambda}\ln 2 = 0.693\theta = 0.693\frac{1}{\lambda} \tag{1—23}$$

指数分布有一个重要特性，即产品工作了 t_0 时间后，它再工作 t 小时的可靠度与已工作过的时间 t_0 无关，而只与时间 t 的长短有关。下面用条件概率来说明。

$$R(t_0+t) = P(T > t_0 + t \mid T > t_0) = \frac{P(T > t_0 + t, T > t_0)}{P(T > t_0)}$$

$$= \frac{P(T > t_0 + t)}{P(T > t_0)} = \frac{R(t_0 + t)}{R(t_0)} = \frac{\mathrm{e}^{-\lambda(t_0+t)}}{\mathrm{e}^{-\lambda t_0}} = \mathrm{e}^{-\lambda t} = R(t) = P(T > t)$$

由此可见，产品可靠度与产品已经使用过 t_0 时间无关，即它对用过的时间 t_0 是不作记忆的，又称为无记忆性。

二、威布尔分布

威布尔分布在可靠性理论中是适用范围较广的一种分布。它能全面地描述浴盆失效率曲线的各个阶段。当威布尔分布中的参数不同时，它可以蜕化为指数分布、瑞利分布和正态分

布。大量实践说明，凡是因为某一局部失效或故障所引起的全局机能停止运行的元件、器件、设备、系统等的寿命服从威布尔分布；特别在研究金属材料的疲劳寿命，如疲劳失效、轴承失效都服从威布尔分布。

1．失效概率密度函数 $f(t)$

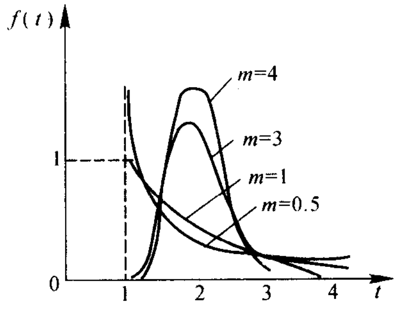
$$f(t)=\frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\delta}{\eta}\right)^{m-1}e^{-\left(\frac{t-\delta}{\eta}\right)^{m}}\quad(\delta\leqslant t;\ m,\eta>0)\tag{1—24}$$

式中　m——形状参数；

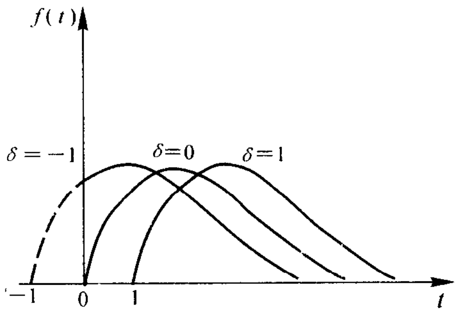
η——尺度参数；

δ——位置参数。

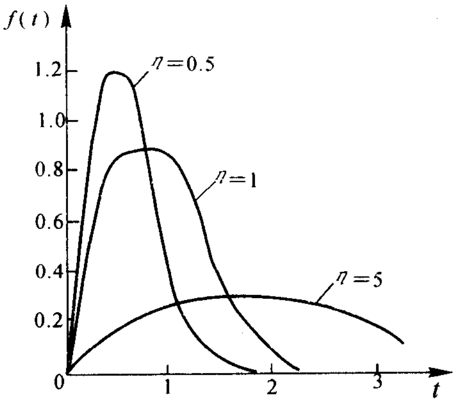
失效概率密度函数 $f(t)$的图形如图 1—14 所示。



(a) $\eta=1$、$\delta=1$ 时不同 m 值的失效概率密度函数



(b) $m=2,\eta=1$ 时不同 δ 值的失效概率密度函数



(c) $m=2$、$\delta=0$ 时不同 η 值的失效概率密度函数

图 1—14　威布尔分布的失效概率密度函数

2．累积失效概率函数 $F(t)$

$$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t-\delta}{\eta}\right)^{m}}\quad(\delta\leqslant t;\ m,\eta>0)\tag{1—25}$$

累积失效概率函数 $F(t)$的图形如图 1—15 所示。

3．可靠度函数 $R(t)$

$$R(t)=e^{-\left(\frac{t-\delta}{\eta}\right)^{m}}\quad(\delta\leqslant t;\ m,\eta>0)\tag{1—26}$$