

高等职业技术教育教材

数 学

第一册

王新芳 主编

中国铁道出版社

2002年·北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本套教材是针对五年制高等职业技术教育数学课的要求编写的,遵循“加强基础,注重能力,突出应用,增加弹性,适度更新,兼顾体系”的原则定位数学内容,并在每章后附有本章小结和复习题。

本套教材共分三册.第一册是初等数学的代数部分,第二册是初等数学的部分代数内容及所有的几何部分,第三册是高等数学的微积分和空间解析几何部分。本书为第一册,主要内容有代数基础知识、函数、三角函数、反三角函数、简单三角方程和数列等。

本套教材适合作为高等职业技术教育教材,第一、二册也可作为中等职业技术教育教材。

图书在版编目(CIP)数据

数学.第1册/王新芳主编.一北京:中国铁道出版社,2002.8
高等职业技术教材
ISBN 7-113-04755-6

I. 数… II. 王… III. 数学—高等学校:技术学校—教材 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 039550 号

书 名: 高等职业技术教育教材
数学·第一册
作 者: 王新芳 主编
出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)
责任编辑: 李小军
编辑部电话: 市电 010-63583214 路电 021-73133
封面设计: 马 利
印 刷: 北京市燕山印刷厂
开 本: 880×1230 1/32 印张: 7.125 字数: 218 千
版 本: 2002 年 8 月第 1 版 2002 年 8 月第 1 次印刷
印 数: 1~5000 册
书 号: ISBN 7-113-04755-6/O·93
定 价: 13.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。
发行部电话:010-63545969(市) 021-73169(路)

“高等职业技术教育教材·数学”

编写委员会

主任委员:张义平

副主任委员:王英杰 王新芳

委 员:张义平 王英杰 王新芳 尤 磊

李 明 周 凯 岳 鸿 富伯亭

前 言

随着教育体制改革和社会对人才培养的需求,五年制的高等职业教育欣然兴起。数学作为现代科技发展的基础,随着科技的高速发展,知识结构的日益更新,其作用越来越突出,它的内容、思想、方法和语言已成为现代文化的重要组成部分,数学已成为一门必修公共课程。从全面提高素质的角度来说,数学是五年制高等教育的一门重要的基础课;从综合职业能力的要求来说,它又是进一步学习及参加社会生活、生产实践所必不可少的工具课。为此,我们根据五年制高等教育数学课的要求,遵循“加强基础,注重能力,突出应用,增加弹性,适度更新,兼顾体系”的原则编写了这套数学教材,以供使用和交流。

拓宽基础,以能力为本位是本教材的特点之一。新世纪是“知识经济”的时代,新知识、新技术、新思维层出不穷,每个人都需要树立终生教育和终生学习的远大目标。学生在校学习的内容毕竟是有限的,要想适应社会的进步、知识的更新,就必须具备良好的继续学习的知识基础和基本能力。因此,我们在编写中力求体现“拓宽基础,以能力为本位”的思想。

从教学内容的安排来看,教材尽量采取“具体→抽象→应用”的思路,强化学生能力的培养和科学的思维方法及辩证唯物主义思想的形成,培养基本的运算能力、空间想象能力、数形结合能力、创新思维能力和实际应用能力。因此,我们在教材中增大了生活及各专业实践中的应用例题和习题,积极引导学用数学知识去解决实际问题,使数学真正体现出它的基础性和工具性,为生活、为其他专业课程服务的特点。

适应教育教学改革和学生不同选择的要求是本教材的又一特点。近期,教育部颁发的高考制度允许职业学校的学生参加普通高考,为高职的学生提供了一个极好的机会。这就要求高职的教材立即跟上,有所改变,有所提高,既要满足学生毕业后马上就业的教学要求,又要对准备参加升学考试的学生起指导作用。为此,本教材的第一、二册包括了所有的初等数学内

容,并且要求较高,题量较大,以满足学生参加再教育考试的需要。另外,教材中内容的多少,知识面的宽窄和练习、习题的难易还兼顾了不同层次学生的需要。

本套教材共分三册。第一册是初等数学的代数部分,第二册是初等数学的部分代数内容及所有的几何部分,第三册是高等数学的微积分和空间解析几何部分。建议学时约为290。主要供初中起点的高等职业技术教育的学生使用,第一、二册也可供工科专业的中等职业技术教育的学生使用。

本套教材由太原铁路机械学校的张义平担任编委会主任委员,太原铁路机械学校王新芳担任主编;山西省冶金工业学校富伯亭担任副主编。参加编写的人员有昆明铁路机械学校尤磊、太原铁路机械学校李明、太原铁路机械学校周凯和华北机电学校的岳鸿。其中,王新芳负责编写第一、二、五、六、七、十四章;尤磊负责编写第三、四章;李明负责编写第八、九章;周凯负责编写第十、十一、十二、十三章;岳鸿编写第十五、十六、十七章;富伯亭负责编写第十八、十九和第二十章。

在编写中我们努力博采众长,参考了苏州大学出版社出版的江苏省五年制高等职业教育试用教材《数学》,高等教育出版社出版的《高等数学》、全国高等教育自学考试教材《高等数学》、国家教委中等专业学校规划教材《数学》和普通高级中学课本《数学》,以及山西教育出版社出版的职业高级中学课本《数学》等内容。在此向这些教材的编者表示感谢。

尽管如此,由于时间仓促,我们能力有限,书中难免还存在缺点和错误,望能得到有关专家的指导和批评,不甚感激。

编 者

2002年4月

目 录

第一章 代数基础知识	1
第一节 集合	1
第二节 不等式的性质与证明	10
第三节 不等式的解法	17
第四节 简易逻辑	23
本章内容小结	29
复习题一	32
第二章 函数	37
第一节 函数	37
第二节 幂函数	52
第三节 指数与指数函数	57
第四节 对数与对数函数	65
第五节 指数函数与对数函数的应用	73
本章内容小结	75
复习题二	79
第三章 三角函数	84
第一节 角概念的推广	84
第二节 任意角三角函数	89
第三节 同角三角函数间的关系	96
第四节 三角函数在单位圆上的表示 诱导公式	101
第五节 加法定理 二倍角公式	110
第六节 半角公式 积化和差与和差化积	120

第七节 三角函数的图象和性质	128
第八节 三角函数的应用	142
本章内容小结	150
复习题三	154
第四章 反三角函数与简单三角方程	162
第一节 反三角函数	162
第二节 简单三角方程	175
本章内容小结	181
复习题四	184
第五章 数列	187
第一节 数列的概念	187
第二节 等差数列	193
第三节 等比数列	199
第四节 数学归纳法及其应用	207
本章内容小结	213
复习题五	214
参考文献	220

第一章 代数基础知识

第一节 集 合

“集合”作为人类对现实世界认识的一种反映,很早就进入人类的意识之中.对自然数的产生,分析的严密化,数学基础的建立等等,集合常起着关键的作用.正因为如此,19世纪它就作为一个单独的理论——集合论提出来,它的最重要的创始人是德国数学家康托尔(Cantor. G.)

一、集合的概念

集合是数学中的原始概念之一,只能对它作描述性说明,无法用其他概念对它加以定义.

1. 集合与元素

在初中时我们已经接触过“集合”一词,如说圆是“到定点的距离等于定长的点的集合”,说一个角的角分线是“到角两边的距离相等的点的集合”.

一般地,一些指定的对象集在一起就成为一个集合.例如

- (1) 全校一年级的全体学生;
- (2) 方程 $x^2=1$ 的所有实数根;
- (3) $y=2x-1$ 上的所有点 (x, y) .

以上的“全体学生”、“所有实数根”、“所有点 (x, y) ”都构成集合.可见,具有某种属性的事物的总体,或是按照某种法则进行研究的对象的总体叫做集合,简称集.通常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 等表示集合.

构成集合的每一个事物或对象,称为集合的**元素**.用小写字母 $a, b, c, \dots$ 等表示.如果元素 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A ,记做 $a \in A$,读“ a 属于 A ”;如果元素 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A ,记做 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”.例如集合 A 是由所有的正整数构成的集合,则

$$1 \in A, 13 \in A, 0 \notin A, \frac{1}{3} \notin A.$$

2. 集合的特征

(1) 确定性:由集合的意义可知,集合中的元素必须具备某种确定的属性.这就是说,给定一个集合,某一个对象是不是这个集合的元素是明确的.例如给定集合 A 是由“地球上的四大洋”构成的,则它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋这四个元素,其他对象都不是集合 A 的元素.又如“我国的强壮人口”就不能构成一个集合,因为它的元素不确定.可见,集合元素所具有的属性必须明确,不能模棱两可.

(2) 互异性:集合中的元素是互不相同的,相同的对象看作一个元素,即集合中无重复元素.

(3) 无序性:集合中的元素无先后顺序.如由“1,2,3”构成的集合与由“3,1,2”构成的集合是一样的.

例 1 判断下列各题能否构成集合:

- (1) 某班组中身材高大的学生;
- (2) 某班组中比李敏高的学生;
- (3) 比 10^{10} 大的数的全体;
- (4) 非常大的数的全体.

解:由集合的确定性知:(1)(4)构不成集合,因为其元素不确定;(2)(3)可以构成集合.

3. 集合的分类

若一个集合的元素的个数是有限的,称这种集合为**有限集**;若一个集合的元素的个数是无限的,称这种集合为**无限集**;如由“1,2,3”构成的集合就是有限集,由“所有正整数”构成的集合就是无限集.在有限集中,只含有一个元素的集合叫**单元集**;不含任何元素的集合叫**空集**,用 $\emptyset$ 表示.如由满足 $x^2=0$ 的实数解构成的集合就是一个单元集;由满足 $x^2=-1$ 的实数解构成的集合就是一个空集.

4. 集合的表示法

表示集合的方法常用的有列举法和描述法两种.

列举法是指把集合的元素一一列举出来,写在大括号内,元素间用逗号隔开.如由“1,2,3”构成的集合写作 $\{1,2,3\}$,“所有正整数”构成的集合写作

$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$

描述法是把集合中元素的共同特性描述出来, 写在大括号内. 如方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解的集合写作 $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 或 $\{x : x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

例 2 用列举法和描述法表示下列集合

(1) 由大于 3, 小于 10 的整数构成的集合;

(2) 由方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解构成的集合;

(3) 由不等式组 $\begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{cases}$ 的解构成的集合;

(4) 精确到小数点后 1, 2, 3, 直到 7 位数的圆周率构成的集合.

解: (1) 由大于 3, 小于 10 的整数构成的集合用列举法表示为 $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 用描述法表示为 $\{x | 3 < x < 10, x \text{ 是整数}\}$;

(2) 由方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解构成的集合用列举法表示为 $\{-1, -2\}$, 用描述法表示为 $\{x | x^2 + 3x + 2 = 0, x \text{ 是实数}\}$;

注: 在不特别说明的情况下, 这里“ x 是实数”可以省略不写.

(3) 不等式组 $\begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{cases}$ 的解为 $-\frac{5}{2} < x \leq 3$, 所以, 由不等式组

$\begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{cases}$ 的解构成的集合用描述法表示为 $\left\{x \mid -\frac{5}{2} < x \leq 3\right\}$;

(4) 精确到小数点后 1, 2, 3, 直到 7 位数的圆周率构成的集合为 $\{3.1, 3.14, 3.141, 3.141\ 5, 3.141\ 59, 3.141\ 592, 3.141\ 592\ 6\}$.

由上例可以看出, 有些集合既可以用列举法表示又可以用描述法表示, 如上例的(1)(2); 有些只能用描述法表示不宜用列举法, 如上例(3); 也有些集合只能用列举法表示, 不宜用描述法, 如上例(4). 因此, 对于具体一个集合选用哪种方法表示要根据题意选择适当的表示方法.

除了用列举法和描述法表示集合之外, 为了形象起见, 我们常常用一条封闭曲线的内部表示集合, 这种表示集合的方法叫**图示法**也叫**文氏图法**. 如图 1-1 表示集合 A ; 用图 1-2 表示集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

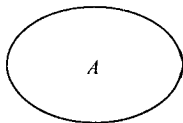


图 1-1

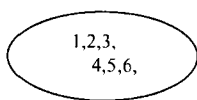


图 1-2

像上例,表示方程、方程组或不等式、不等式组解的集合叫**解集**;表示数的集合叫**数集**.在数集中,常用的有“自然数集”、“整数集”、“有理数集”、“实数集”,我们分别用记号“**N**”、“**Z**”、“**Q**”、“**R**”表示,为了方便,有时我们用 Q_+ 、 Q_+ 表示正有理数集,用 Z_- 表示负整数集,等等;表示平面或空间内的点叫**点集**.

例 3 用点集表示下列集合:

$$(1) \{x | -1 < x \leq 3\}; \quad (2) \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}.$$

解: (1) 集合 $\{x | -1 < x \leq 3\}$ 表示了数轴上的线段 MN (不包含 M 点) 上的各点,如图 1-3.

(2) $\{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$ 表示了数轴上的两个点 M 、 N ,如图 1-4.



图 1-3



图 1-4

二、集合间的关系

在集合之间,存在着“包含”与“相等”的关系.

1. 集合的包含关系

先看下例,设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,集合 A 是集合 B 的一部分,我们就说集合 B 包含集合 A .

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说**集合 A 包含于集合 B** ,或**集合 B 包含集合 A** ,记做 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作 A 包含于 B 或 B 包含 A .这时我们也说集合 A 是集合 B 的**子集**.

由以上定义可知: A 为任何集合, $A \subseteq A$.

我们规定:**空集是任何集合的子集**.也就是说,对于任何一个集合 A ,有 $\emptyset \subseteq A$.

当集合 A 不包含于集合 B ,或集合 B 不包含 A 时,我们就说**集合 A 不是集合 B 的子集**,记做 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$,读作 A 不包含于 B 或 B 不包含 A .

如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,我们就说集合 A 是集合 B 的**真子集**.记做: $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作 A

真包含于 B 或 B 真包含 A .

由子集和真子集的定义知: $A \subsetneq B \Rightarrow A \subseteq B$, 但反之不成立.

A 为任何集合, $A \subseteq A$, 但 A 不是 A 的真子集.

A 为非空集, $\emptyset \subsetneq A$.

如果集合 A 不是集合 B 的真子集, 记做: $A \not\subset B$, 读作 A 不真包含于 B .

容易知道, 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$; 如果 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 那么 $A \subsetneq C$.

例如, $N \subsetneq Z \subsetneq Q \subsetneq R$.

例 4 写出 $\{a, b, c\}$ 的所有子集及真子集.

解: $\{a, b, c\}$ 的所有子集按元素个数的顺序写为:

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$; 共有 8 个子集, 其中除 $\{a, b, c\}$ 外, 其余的 7 个都是真子集.

从上例可以发现, 如果集合含有三个元素, 则它的子集共有 2^3 个; 真子集有 $2^3 - 1$ 个.

可以证明: 含有 n 个元素的集合, 子集个数为 2^n , 真子集的个数为 $2^n - 1$.

2. 集合相等

设 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}, B = \{-1, 1\}$. 可以看出, 集合 A 与 B 的元素是相同的, 我们就说集合 A 等于集合 B .

一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素, 我们就说集合 A 等于集合 B . 记做 $A = B$, 读作集合 A 等于集合 B .

容易理解, 集合 A 是集合 B 的子集, 包含有 A 是 B 的真子集和 A 与 B 相等两种情形.

三、集合的运算

集合与集合之间可以运算, 下面我们学习集合的三种运算.

1. 交集

设集合 $A = \{1, 2, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 把同时属于 A 和 B 的元素 1, 2 构成的集合记做 $C = \{1, 2\}$. 我们称集合 C 是集合 A 与 B 的交集.

一般地,由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集.记做 $A \cap B$,读作“ A 交 B ”,即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

求交集的运算叫交运算.

由定义可知:对于任何集合 A, B ,有 $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B, A \cap B = B \cap A$.

例 5 设 $A = \{x | x > -2\}, B = \{x | x < 3\}$,求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{x | x > -2\} \cap \{x | x < 3\} = \{x | -2 < x < 3\}$.

利用数轴上的点集,可以更直观地观察出 $A \cap B$ 如图 1-5.

例 6 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}, B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$,求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} 4x + y = 6 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \right. \right\} = \{(1, 2)\}$

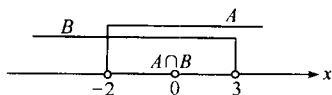


图 1-5

例 7 设 $A = \{\text{矩形}\}, B = \{\text{菱形}\}$,求 $A \cap B$.

解: $A \cap B = \{\text{既矩形又菱形}\} = \{\text{正方形}\}$.

2. 并集

设方程 $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$,解此方程,我们知 $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$ 的解集是方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集与方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集的“和”.像这种 $(x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$ 的解集我们把它叫做方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解集与方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集的并集.

一般地,由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集.记做 $A \cup B$,读作“ A 并 B ”,即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

求并集的运算叫并运算.

由定义可知:对于任何集合 A, B ,有 $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B, A \cup B = B \cup A$.

例 8 设 $A = \{3, 5, 6, 8\}, B = \{4, 5, 7, 8\}$,求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{3, 5, 6, 8\} \cup \{4, 5, 7, 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

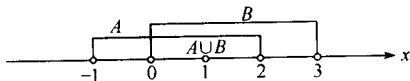
例 9 设 $A = \{\text{锐角三角形}\}, B = \{\text{钝角三角形}\}$,求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{\text{锐角三角形}\} \cup \{\text{钝角三角形}\} = \{\text{斜三角形}\}.$

例 10 设 $A = \{x | -1 < x < 2\}, B = \{x | 1 < x < 3\}$, 求 $A \cup B$.

解: $A \cup B = \{x | -1 < x < 2\} \cup \{x | 1 < x < 3\} = \{x | -1 < x < 3\}.$

利用数轴直观地观察 $A \cup B$, 如图



1-6.

3. 补集

图 1-6

在研究集合与集合之间的关系时,

我们把所研究的集合都看成是某一给定集合的子集, 这一给定集合我们把它叫做全集, 记做 U . 也就是说, 全集含有我们所要研究集合的全部元素.

我们把在全集 U 中所有不属于集合 A 的元素构成的集合, 叫做集合 A 在全集 U 中的补集. 记做 $C_u A$, 读作 A 补, 即

$$C_u A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$$

求补集的运算叫补运算.

由定义知 $A \cap C_u A = \emptyset, A \cup C_u A = U, C_u \emptyset = U, C_u (C_u A) = A, C_u U = \emptyset.$

例 11 (1) 已知 $U = \mathbf{Q}$, 求 $C_u \mathbf{Z}$;

(2) 已知 $U = \mathbf{R}$, 求 $C_u \mathbf{Z}$.

解: (1) $C_u \mathbf{Z} = \{\text{属于有理数但不属于整数的数}\} = \{\text{分数}\};$

(2) $C_u \mathbf{Z} = \{\text{属于实数但不属于整数的数}\} = \{\text{无理数或分数}\}.$

由上例可见: 补集是对全集而言的, 全集不同, 同一集合的补集也不同.

例 12 $U = \{\text{小于 9 的自然数}\}, A = \{3, 4, 5\}, B = \{4, 7, 8\}$, 求 $C_u A, C_u B, (C_u A) \cap (C_u B), (C_u A) \cup (C_u B).$

解: $U = \{\text{小于 9 的自然数}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$

$$C_u A = \{0, 1, 2, 6, 7, 8\}$$

$$C_u B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6\}$$

$$(C_u A) \cap (C_u B) = \{0, 1, 2, 6\}$$

$$(C_u A) \cup (C_u B) = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$$

四、集合的简单应用举例

计算有限集合元素的个数是在一些实际应用和理论研究中常要解决的

问题.

一般地, $n(A)$ 表示集合 A 中元素的个数,

$n(B)$ 表示集合 B 中元素的个数,

$n(A \cap B)$ 表示集合 $A \cap B$ 中元素的个数,

$n(A \cup B)$ 表示集合 $A \cup B$ 中元素的个数.

则

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (1-1)$$

我们把这个公式叫做二集合的计数公式. 特别地, 当 $A \cap B = \emptyset$ 时, 有

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \quad (1-2)$$

以上公式中, 只要知道其中三项, 就可求出第四项.

例 13 某进修班有学生 40 人, 开设英语和日语两门外语, 已知 30 人学习英语, 15 人学习日语, 有 2 人免修外语, 问同时学习两门外语的有几人?

解: 设 $A = \{\text{学习英语的学生}\}$,

$B = \{\text{学习日语的学生}\}$,

由题意知

$$n(A) = 30, n(B) = 15, n(A \cup B) = 40 - 2 = 38,$$

故 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 30 + 15 - 38 = 7$

答: 有 7 人同时学习两门外语.

习 题 1-1

1. (口答) 说出下列集合的元素:

(1) $\{\text{大于 3 小于 11 的偶数}\}$;

(2) $\{\text{15 的正约数}\}$.

2. 用 $\in, \notin$ 填空.

$$1 \text{ ___ } \mathbf{N}, 0 \text{ ___ } \mathbf{Z}, -3 \text{ ___ } \mathbf{Q}, \frac{1}{3} \text{ ___ } \mathbf{R},$$

$$\sqrt{2} \text{ ___ } \mathbf{Q}, \pi \text{ ___ } \mathbf{N}.$$

3. 用适当的符号($\in, \notin, =, \subseteq, \supseteq$)填空.

a _____ $\{a\}$, a _____ $\{a, b, c\}$, d _____ (a, b, c) ,
 $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$, $\{a, b\}$ _____ $\{b, a\}$, $\{3, 5\}$ _____ $\{1, 3, 5, 7\}$,
 $\{2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{2, 8\}$ $\emptyset$ _____ $\{1, 2, 3\}$

4. 用适当的方法表示下列集合, 并说明是有限集还是无限集.

- (1) 由大于 10 的所有自然数组成的集合;
- (2) 由 24 与 30 的所有公约数组成的集合;
- (3) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的解的集合;
- (4) 由小于 10 的所有正的质数组成的集合.

5. 判断下列结论是否正确:

- (1) x 是 A 的元素, 记做 $x \in A$;
- (2) $\{a\} \in \{a, b, c, d, e\}$;
- (3) $\emptyset = \{0\}$;
- (4) $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

6. 判断下列结论是否正确, 并说明理由:

- (1) $2 \subseteq \{x | x \leq 10\}$; (2) $2 \in \{x | x \leq 10\}$; (3) $\{2\} \subseteq \{x | x \leq 10\}$;
- (4) $\emptyset \in \{x | x \leq 10\}$; (5) $\emptyset \subset \{x | x \leq 10\}$; (6) $\emptyset \subsetneq \{x | x \leq 10\}$;
- (7) $\{4, 5, 6, 7\} \subset \{2, 3, 5, 7, 11\}$.

7. 写出 $\{0, 1, 2\}$ 的所有子集.

8. 用适当的方法写出下列方程或不等式的解集.

- (1) $2x - 1 = 0$; (2) $x^2 - 5x + 4 = 0$;
- (3) $3x + 2 < 4x - 1$; (4) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$.

9. 设 $A = \{x | x < 5\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 求 $A \cap B$.

10. 设 $A = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$, $B = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$, 求 $A \cap B$.

11. 设 $A = \{x | x > -2\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 求 $A \cup B$.

12. 设 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 求 $A \cup B$.

13. 设 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, d, e\}$,

求: (1) $C_u A$, $C_u B$, $(C_u A) \cap (C_u B)$, $(C_u A) \cup (C_u B)$,

(2) 验证: $C_u (A \cap B) = (C_u A) \cup (C_u B)$,

$C_u (A \cup B) = (C_u A) \cap (C_u B)$.