螺旋动力学初探

郭善儒 著

天津科学技术出版社

螺旋动力学初探

郭 善 儒 著

天 津 科 学 技 术 出 版 社

责任编辑：李运逞

螺旋动力学初探
郭 善 儒 著
*
天津科学技术出版社出版
天津市赤峰道130号
天津武清永兴印刷厂印刷
新华书店天津发行所发行
*
开本 850×1168毫米 1/32 印张 2.875 插页 2 字数 69,000
一九八六年八月第一版
一九八六年八月第一次印刷
印数：1－1,800
书号：15212·186 定价：1.05元

代 序

“螺旋”这一新物理量及其表达形式，是郭善儒同志首先介绍到我国物理学领域的。在翻译法文本《物理学教程（力学）》（适用于数学和力学专业的教材）一书的基础上，他对“螺旋”这个物理量作了较深入的探讨，并连续发表了论文及报告。经过几年的研究，对螺旋理论的系统性及完备性做了一定创造性的工作，形成了《螺旋动力学》雏形。螺旋表述下的运动定律在本专著中均有较详细严密的论证。

在经典力学发展到采用广义坐标、正则方程、最小作用量原理等理论高度之后，百余年来认为它已达到相当完美的程度。但是，从机械运动的基本形态——平动与转动，从物质相互作用的力和力矩看来，明确表述物质机械运动基本形态与作用的统一、和谐形式还不能说已具备。螺旋动力学试图将机械运动的诸形态、诸作用及诸规律用螺旋这一概念来表述，这不仅可使力学规律在表述形式上具有更加简洁、统一、和谐、优美的形式，而且更加深刻地反映了诸运动形态的内在统一性。从这一意义上讲，这一力学体系的出现是对经典力学的完善与发展。

这项研究工作不但国内很少人进行，在国外文献中也未发现有关螺旋动力学系统研究的报导，所以这类书籍在国内外尚未见到。这一研究工作现已逐步扩展到电磁场、光学等领域。目前虽尚属创建阶段，将来它对科学技术发展的影响如何尚难预料，但科学发展经验证明，只要是正确反映客观规律的理论总是会对人类的进步作出贡献的。

在与郭善儒同志的经常讨论中，对他研究工作上的成就分享了愉快，同时也得到不少教益。这些成果是在党中央重视科学、

发展科学的一系列正确政策指引和作者的努力下取得的，是四化建设中的一枝花朵。

本人学识肤浅，看法上不尽恰当，敬祈指教。

天津大学分析中心
物理系教授

李金锷

1984年2月22日

前　言

"螺旋"一词曾以力螺旋出现在理论力学中．在本专著中所提到的螺旋是一个推广了的概念．

把螺旋概念引进物理学中，并用螺旋本身特有的表述方法来表达力学中的个别定理和定律可在 R.Annéquin et J.Boutigny 合著的《*Cours de sciences Physiques, Mécanique* 2》一书（下称《教程》）中找到．但是这本书中并没有完成全部运动定律的螺旋表述，因此该《教程》无法形成螺旋表述下的完整的力学体系．

本专著是在近几年我所写的几篇论文的基础上写成的，它完成了运动学基本关系式、动量守恒定律、动量矩守恒定律、机械能守恒定律的螺旋表述和相对运动的速度螺旋合成公式以及空间力系螺旋等问题．同时，为了进一步阐明螺旋的重要性和全面表述物理学定律（或定理），还建立了"赝螺旋定理"及其三条推论（适用于特殊赝螺旋）．该定理及其推论不仅丰富了螺旋对力学规律的表述，而且为螺旋概念向电磁学延伸提供了重要的理论根据．

本专著对《教程》中那些表述不尽完善的公式（如功和动能定理的螺旋表达式）也作了补充，使之能纳入螺旋动力学体系．此外，还以两节的篇幅阐述了螺旋动力学、拉格朗日动力学、哈密顿动力学和牛顿动力学的共性与个性．进而对螺旋动力学在力学这个宽广的学科领域中的地位与作用作了某些必要的探讨．上述基础工作，为新体系——"螺旋动力学"的建立作了必要的准备．

本书共包括四章．第一章（螺旋的定义及性质）介绍了螺旋

的概念以及必要的运算法则；第二章（螺旋动力学）是本书的主干部分，该章给出了螺旋表述下的物理学定律的数学形式，形成了螺旋动力学的体系框架；第三章（螺旋动力学的基本特征）是对螺旋动力学这一新体系的总结；第四章（螺旋动力学的发展前景）介绍了螺旋概念向电磁学和光学延伸的概况。

为了叙述和阅读的方便，在第一章内加了“数学准备”一节，并以附录的形式在书后给出了有关数学公式的推导。

在本专著的写作过程中曾得到天津大学李金锷教授的指导和帮助。螺旋动力学这一新体系就是在他的鼓励下开始探索的。初稿写完后，他进行了认真审阅。此外，天津理工学院物理系副教授王之棠等同志也对本书的部分章节提出过宝贵意见，在此一并致谢。

由于我国高等院校现行的教材中还没有看到关于螺旋的专门论述，加之本人水平有限，书中定有错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

作　者

1983年11月

目　录

第一章　螺旋的定义及性质

(一) 数 学 准 备

§1-1　矢量除法法则

1.矢量除法的运算

设$\vec{a}$、$\vec{b}$为三维矢量空间（E）中的两矢量，$\vec{a}$和$\vec{b}$正交，则至少能找到另一矢量$\vec{u}$使满足公式

$$\vec{u}\times\vec{a}=\vec{b} \tag{1-1}$$

于是就把$\vec{u}$说成矢量$\vec{b}$用$\vec{a}$作矢量除法的结果.

2.矢量除法公式的推导

图 1-1 指出，矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$正交，设$\vec{u}_0$是此二矢量作矢量除法的解，且令$\vec{u}_0$与$\vec{a}$正交.于是有

$$\vec{u}_0\cdot\vec{a}=0$$

$$\vec{u}_0\times\vec{a}=\vec{b} \tag{1-2}$$

用$\vec{a}$从式（1-2)的左边作矢量积时，

则有

$$\vec{a}\times(\vec{u}_0\times\vec{a})=\vec{a}\times\vec{b} \tag{1-3}$$

式（1-3)的左边是双重矢积，按双重矢积的普遍公式（详见附录A）将三个矢量$\vec{A}$、$\vec{B}$、$\vec{C}$作双重矢积运算，则有

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=(\vec{A}\cdot\vec{C})\vec{B}-(\vec{A}\cdot\vec{B})\cdot\vec{C}$$

于是式（1-3)写作

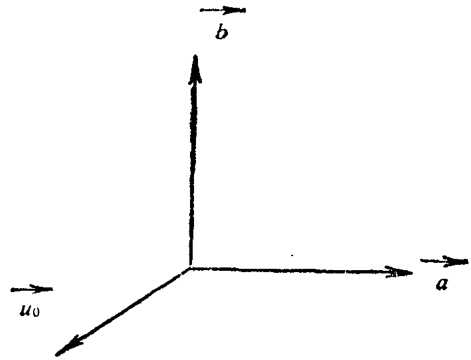

图 1-1

$$(\vec{a}\cdot\vec{a})\vec{u}_0-(\vec{a}\cdot\vec{u}_0)\vec{a}=\vec{a}\times\vec{b}$$

$$|\vec{a}|^2\vec{u}_0-(\vec{a}\cdot\vec{u}_0)\vec{a}=\vec{a}\times\vec{b}$$

$$|\vec{a}|^2\vec{u}_0=\vec{a}\times\vec{b}$$

由此得到

$$\vec{u}_0=\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}|^2}\tag{1-4}$$

式(1-4)表示一特解，该特解是$\vec{u}_0\perp\vec{a}$.

由式(1-1)和(1-2)得

$$\vec{u}\times\vec{a}=\vec{u}_0\times\vec{a}$$

$$(\vec{u}-\vec{u}_0)\times\vec{a}=\vec{0},$$

可见，$\vec{u}-\vec{u}_0$与$\vec{a}$平行，于是可以写出

$$\vec{u}-\vec{u}_0=\lambda\vec{a}$$

其中λ是与通解$\vec{u}$有关的系数.因此所求之通解为

$$\vec{u}=\vec{u}_0+\lambda\vec{a}\tag{1-5}$$

或写作

$$\boxed{\vec{u}=\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}|^2}+\lambda\vec{a}} \tag{1-6}$$

图 1-2 示出特解 $\vec{u}_0$，通解 $\vec{u}$ 与其它各量之间的关系.由图1-2中的矢量三角形，很容易写出（1-5）式.

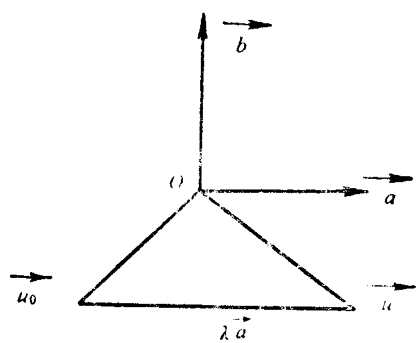

图 1-2

§1-2 反对称映射与反对称场

1.反对称映射

设算符L（ ）为矢量空间（E）在（E）中的映射.对于（E）中的矢量$\vec{a}$，映射L将在（E）中引起对应的矢量L（$\vec{a}$）.

若$\vec{a}$和$\vec{b}$为（E）空间中任意两矢量，如果

$$\vec{a}\cdot L(\vec{b})=-\vec{b}\cdot L(\vec{a})$$

能满足，则L就叫作反对称映射.

设$\vec{a}_1$和$\vec{a}_2$是（E）的两个矢量，α_1和α_2是两个实数，可以证明

$$\alpha_1 L(\vec{a}_1)+\alpha_2 L(\vec{a}_2)=L(\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2).$$

上式说明L是一线性映射.

2. L的特性

由于L的反对称性，必然得到

$$\vec{a}\cdot L\ (\vec{a})=0 \tag{1-7}$$

上式标明了L的特性．当考虑到关系式$L\ (\vec{a})=\vec{\varphi}\times\vec{a}$（详见附录$B$）.式（1-7)可表示为

$$\vec{a}\cdot(\vec{\varphi}\times\vec{a})=0 \tag{1-8}$$

3.反对称场

对于仿射空间中的任一点Q．在矢量空间中总能找到一个矢量$\vec{a}$与之缔合.即矢量场是由映射$\vec{a}$（Q）定义的.

设Q和P是仿射空间中的两个点．$\vec{a}$（Q）和$\vec{a}$（P）是对应的场矢量.根据定义，若存在一个能使

$$\vec{a}\ (Q)=\vec{a}\ (P)+L\ (\overrightarrow{PQ}) \tag{1-9}$$

成立的反对称场，则该矢量场就称为反对称场.

设$\vec{\varphi}$是L的矢量〔见附录B〕，所以有

$$L\ (\overrightarrow{PQ})=\vec{\varphi}\times\overrightarrow{PQ},$$

故式（1-9)可写作

$$\vec{a}\ (Q)=\vec{a}\ (P)+\vec{\varphi}\times\overrightarrow{PQ} \tag{1-10}$$

也可把$\vec{\varphi}$称为反对称场的矢量.

（二）螺旋的基本概念

§1-3 螺旋的定义

1.定义

反对称场$\overset{\curvearrowright}{M}$（旋转箭头表示一旋转量）和矢量$\vec{\varphi}$组成的矢量偶称为螺旋，用$\tau_\varphi$表示.其中$\overset{\curvearrowright}{M}$是$\tau$的矩，而$\overset{\curvearrowright}{\varphi}$是其矢量.〔$\vec{\varphi}$，

$\overset{\curvearrowright}{M}$〕是$\tau_\varphi$的坐标。

例如：现有一矢量$\vec{\varphi}$，以及$\vec{\varphi}$对空间某一点O之矩$\overset{\curvearrowright}{M}(O)$，那么根据反对称场的定义，可通过下式给出任一点$P$的场$\overset{\curvearrowright}{M}(P)$。

$$\overset{\curvearrowright}{M}(P)=\overset{\curvearrowright}{M}(O)+\vec{\varphi}\times\overrightarrow{OP}, \qquad (1\text{-}11)$$

于是$\vec{\varphi}$、$\overset{\curvearrowright}{M}$就组成螺旋$\tau_\varphi$。

2.螺旋形成的必要和充分条件

由定义可知，螺旋是平动参量与转动参量的综合.为了进一步说明螺旋形成的条件现将其必要条件和充分条件作如下规范。

如果广义矢量$\vec{A}$与广义矢量矩$\overset{\curvearrowright}{B}$有对应关系（必要条件），且$\vec{A}$、$\overset{\curvearrowright}{B}$共存于反对称场的表达式中（充分条件），那么$\vec{A}$、$\overset{\curvearrowright}{B}$这样一对矢量（或矢量偶）就组成该广义矢量的螺旋，用τ_A表示，$\vec{A}$、$\overset{\curvearrowright}{B}$是螺旋$\tau_A$的两个坐标，用〔$\vec{A}$，$\overset{\curvearrowright}{B}$〕表示。

必要条件中所说的$\vec{A}$、$\overset{\curvearrowright}{B}$有对应关系，指的是矢量$\vec{A}$对空间任一点（如$O_1$）取矩为$\overset{\curvearrowright}{B}$（如$\overset{\curvearrowright}{B}_{O_1}$）；

充分条件中所说的$\vec{A}$、$\overset{\curvearrowright}{B}$共处于反对称场表达式中，指的是$\vec{A}$与$\overset{\curvearrowright}{B}$满足关系式

$$\overset{\curvearrowright}{B}_{O_2}=\overset{\curvearrowright}{B}_{O_1}+\vec{A}\times\overrightarrow{O_1O_2}$$

其中

$$\overset{\curvearrowright}{B}_{O_1}=\overrightarrow{O_1O}\times\vec{A}$$

$$\overset{\curvearrowright}{B}_{O_2}=\overrightarrow{O_2O}\times\vec{A}$$

图1-3表示上述关系.

为了便于表达，我们用符号“$\Longleftrightarrow$”把螺旋τ_A与其坐标〔$\vec{A}$，$\overset{\curvearrowright}{B}$〕联系起来，且把起联系作用的符号“$\Longleftrightarrow$”叫作**关联号**.关

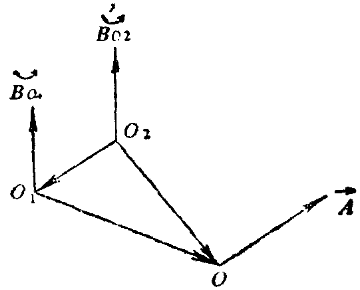

图 1-3

联号只表示一种关联的意思，它指出符号两边的项密切相关，但不相等．据此，广义矢量螺旋τ_A与其坐标的关联式为

$$\tau_A \Longleftrightarrow [\vec{A},\ \breve{B}]$$

其中$\vec{A}$是τ_A的第一个坐标；$\breve{B}$是τ_A的第二个坐标．$[\vec{A},\ \breve{B}_{O_1}]$ 是螺旋τ_A在O_1点的坐标；$[\vec{A},\ \breve{B}_{O_2}]$是螺旋$\tau_A$在$O_2$点的坐标．

§1-4　螺旋的性质及基本运算法则

螺旋作为一个新物理量引入物理学之前，必须先弄清它的性质和基本运算．本节只就螺旋的主要性质和基本运算作一简介．

1．螺旋的主要性质

第一个性质　当两螺旋$\tau_{A_1} \Longleftrightarrow [\vec{A}_1,\ \breve{B}_1]$和$\tau_{A_2} \Longleftrightarrow [\vec{A}_2,\ \breve{B}_2]$的对应坐标相等时，则这两个螺旋相等，即

若$\vec{A}_1 = \vec{A}_2$，$\breve{B}_1 = \breve{B}_2$　则$\tau_{A_1} = \tau_{A_2}$．

第二个性质　α为一标量，若螺旋τ_A倍增α倍，则它的两个坐标也分别倍增α倍，即

$$\alpha\tau_A \Longleftrightarrow [\alpha\vec{A},\ \alpha\breve{B}]$$

2．螺旋的基本运算法则

为了减小篇幅，便于阅读，在此只给出运算法则，有关推导部分以附录的形式列在书后．

①加法法则　今有$\tau_{A_1} \Longleftrightarrow [\vec{A}_1, \breve{B}_1]$和$\tau_{A_2} \Longleftrightarrow [\vec{A}_2, \breve{B}_2]$，两螺旋，该二螺旋之和仍是一螺旋，且和螺旋坐标分别为原二螺旋对应坐标之和.即

$$\tau_A = \tau_{A_1} + \tau_{A_2}$$

关联式为$\tau_A \Longleftrightarrow [\vec{A}_1 + \vec{A}_2, \breve{B}_1 + \breve{B}_2]$

或　　$\tau_A \Longleftrightarrow [\vec{A}, \breve{B}]$

其中$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$；　$\breve{B} = \breve{B}_1 + \breve{B}_2$.(详见附录C)

②乘法法则　今有$\tau_{A_1} \Longleftrightarrow [\vec{A}_1, \breve{B}_1(O)]$和$\tau_{A_2} \Longleftrightarrow [\vec{A}_2, \breve{B}_2(O)]$两螺旋，该二螺旋之积等于$\tau_{A_1}$和$\tau_{A_2}$的对应坐标交叉乘积之和.即$\tau_{A_1}$与$\tau_{A_2}$之积写作

$$P = \tau_{A_1} {}^{*} \tau_{A_2}$$

$$P(O) = \vec{A}_1 \cdot \breve{B}_2(O) + \vec{A}_2 \cdot \breve{B}_1(O)$$(详见附录D)

③微商法则　螺旋$\tau_A \Longleftrightarrow [\vec{A}, \breve{B}(O)]$的微商仍为一螺旋，其坐标由$\tau_A$的坐标的微商表示.即

$$\frac{d}{dt}\tau_A \Longleftrightarrow \left[\frac{d}{dt}\vec{A}, \frac{d}{dt}\breve{B}(O)\right]$$(详见附录E)

④螺旋点积法则　两螺旋（用分量式表示）

$$\tau_{A_1} = \left\{ \begin{matrix} \vec{i}\,A_{X_1}, \vec{j}\,A_{Y_1}, \vec{k}\,A_{Z_1} \\ \breve{\alpha}\,B_{\alpha_1}, \breve{\beta}\,B_{\beta_1}, \breve{\gamma}\,B_{\gamma_1} \end{matrix} \right\} \qquad \{\mathrm{I}\}$$

$$\tau_{A_2} = \left\{ \begin{matrix} \vec{i}\,A_{X_2}, \vec{j}\,A_{Y_2}, \vec{k}\,A_{Z_2} \\ \breve{\alpha}\,B_{\alpha_2}, \breve{\beta}\,B_{\beta_2}, \breve{\gamma}\,B_{\gamma_2} \end{matrix} \right\} \qquad \{\mathrm{II}\}$$

的点积等于如下36项标量之和，即

$\tau_{A_1} \cdot \tau_{A_2} = \{\mathrm{I}\}$中的第一行的每一元素分别与

$\{\mathrm{II}\}$中的第一行的每一元素作点积之和

$+\{\mathrm{I}\}$中的第一行的每一元素分别与

$\{\mathrm{II}\}$中的第二行的每一元素作点积之和

$+\{\mathrm{I}\}$中的第二行的每一元素分别与

$\{\mathrm{II}\}$中的第一行的每一元素作点积之和

$+\{\mathrm{I}\}$中的第二行的每一元素分别与

$\{\mathrm{II}\}$中的第二行的每一元素作点积之和

⑤螺旋的叉积法则　两螺旋τ_{A_1}和τ_{A_2}（其分量式同④中给出的形式）的叉积等于如下36项矢量之和，即

$\tau_{A_1}\times\tau_{A_2}=\tau_{A_1}$中第一行的每一元素分别与

τ_{A_2}中第一行的每一元素作叉积之和

$+\tau_{A_1}$中第一行的每一元素分别与

τ_{A_2}中第二行的每一元素作叉积之和

$+\tau_{A_1}$中第二行的每一元素分别与

τ_{A_2}中第一行的每一元素作叉积之和

$+\tau_{A_1}$中第二行的每一元素分别与

τ_{A_2}中第二行的每一元素作叉积之和

以上给出的运算法则，除点积和叉积运算法则主要用于电磁学和光学外，其它几种运算法则将在本专著中用到。