国外电子与通信教材系列

电磁波理论

Electromagnetic Wave Theory

[美] Jin Au Kong 著

吴 季 等译

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
http://www.phei.com.cn

国外电子与通信教材系列

电磁波理论

Electromagnetic Wave Theory

孔金瓯
[美] Jin Au Kong 著

吴 季 等译

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书详细介绍了基于麦克斯韦方程组的电磁波的完整理论，主要内容包括电磁波理论中的基本定律与方程，传输线理论，电磁波的反射、透射、折射、绕射和散射，波导和谐振腔，辐射和天线理论基础，以及在狭义相对论指导下的、从洛伦兹协变的角度理解的麦克斯韦电磁波理论。在内容的讲解中，本书特别强调了波矢量在电磁波理论中的重要性，并将这一观点应用贯穿于全书。

本书是麻省理工学院的电磁波理论教材，适用于大专院校与电磁波相关专业的高年级学生，也可作为从事电磁场与电磁波、微波工程技术、天线理论与设计、雷达技术、微波遥感、通信系统、射电天文学、生物电磁学以及工业电磁理论等方面研究和设计工作的科技人员的重要参考书。

本书内容可作为许多学科的基础教材，虽然所涉及的理论非常完备，但是各章之间仍具有一定的独立性。因此在把本书作为教材使用时，某一具体专业的课程可根据需要只选择部分内容讲授。

图书在版编目（CIP）数据

电磁波理论/（美）孔金欧（Kong, J. A.）著；吴季等译．—北京：电子工业出版社，2003.1

（国外电子与通信教材系列）

书名原文：Electromagnetic Wave Theory

ISBN 7-5053-8464-3

Ⅰ．电…　Ⅱ．①孔…　②吴…　Ⅲ．电磁波—理论—高等学校—教材　Ⅳ．O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 004565 号

责任编辑：束传政　　特约编辑：李　莉

印 刷 者：北京天竺颖华印刷厂

出版发行：电子工业出版社　http://www.phei.com.cn

北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036

经　　销：各地新华书店

开　　本：787×1092　1/16　印张：36.5　字数：931 千字

版　　次：2003 年 2 月第 1 版　2003 年 2 月第 1 次印刷

印　　数：5 000 册　　定价：52.00 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系。联系电话：（010）68279077

译　者　序

本书为美国麻省理工学院电子工程系 Jin Au Kong(孔金瓯)教授在多年教授电磁波理论课程的基础上,汇集多年教学经验的精华而成的大学高年级和研究生教材。

孔金瓯教授早年师从美国纽约州立大学 Syracuse 分校的郑均先生,毕业后到麻省理工学院任教,成为院长及著名电磁理论学家 Stratton 的助手和得意门生。在 Stratton 教授去世后,他继续承办著名的电磁科学院,并于 1989 年创立了至今影响度非常高的“电磁理论进展(PIERS)系列国际会议”。

他在 36 岁时出版的第一本电磁波理论专著《电磁波理论》就以其精深的理论轰动了学界。其后该书于 20 世纪 80 年代补充改版再次发行。本书是前版的再一次改版更新,主要增加了大量的例题,以及许多专题论述。

1998 年,本人在麻省理工学院孔金瓯教授领导的实验室做访问工作时,受命向国内读者介绍、翻译本书。由于本人学识有限,时间有限,因此动员了国内许多同事共同参加了翻译工作。具体的分工:第 2 章和第 3 章由董晓龙博士负责,第 5 章由董维仁教授负责,第 6 章由王丽巍负责,第 7 章由李涤徽博士负责,本人负责第 1 章和第 4 章,以及全书的统稿和内容的校核。

由于全书内容非常丰富,所涉及的学科面很宽,因此在翻译的过程中大家都遇到了程度不同的困难。特别是原版书中的排印错误比较多,需要一一分辨出来。因此,尽管我们付出了很大的努力,译文中仍会出现一些错误。在此我代表所有译者向读者表示歉意。同时我们希望读者在阅读本书时将发现的错误和不明之处及时通告我们,我们将在原书作者的帮助下,力争在再版时予以更正。联系地址:北京 8701 信箱(邮编 100080),E-mail:wuji@center.cssar.ac.cn

尽管书中会出现一些错误,但是总体上来说,本书不同于一般电磁场理论和电磁波方面的教材。它对所阐述理论的深入讲解,必会将读者带入一个新的境界。这也是我们这些译者两年来努力工作的动力之一。如果读者在读了本书后能够得到与我们相似的感受,我们将会感到十分的欣慰。在此书行将出版之际,原著的新版已经面市。经过初步对比,新版除增加了部分习题之外,内容上并无更多的差异。

感谢电子工业出版社的领导。在绝大多数出版商都在极力追求商业利润的时代,电子工业出版社决策出版这样的基础性教材是非常难得的,这充分表示了他们对本行业学术发展的洞察力和热爱。在此我还要感谢本书的编辑、校对、排版人员,他们做了大量认真细致繁琐的具体工作,我向他们的敬业精神和工作态度表示敬佩与感激。

吴　季

2003.2. 北京

原　版　序

本书站在麦克斯韦方程及其本构关系形式不变的立场上，阐述了在狭义相对论原理指导下的、统一的宏观电磁理论。其中特别强调了电磁波理论中波矢量 $\bar{k}$ 的基础性和重要性。书中引入了一个基本单位 $K_0 = 2\pi m^{-1}$ 并称之为空间频率，代表每米空间中电磁波的变化周数。这同时间上的频率单位 Hz 十分相似，代表了每秒钟时间里电磁波变化的周数。单位 K_0 正比于光速乘以单位 Hz，即当空间频率 $K_0 = 1$ 时，时间频率为 300MHz。

这是一本关于电磁波理论的教科书，但对理解电磁波能够起到本质性作用的一些专题也包括在其中。第 1 章引出了电磁波理论中的基本定律与方程；第 2 章讲解传输线理论；第 3 章研究时谐电磁场问题，并演绎出 *kDB* 系统以解决各向不均匀和双向均匀介质中的电磁波传播问题，还详细推导了电磁波的反射、透射、波导和谐振问题；第 4 章以切连科夫 Cerenkov 辐射作引导，研究了辐射和天线理论；第 5 章则推导了对于电磁波传播十分重要的各种定理和麦克斯韦方程的局限性；第 6 章论述了球体、柱体、粗糙面和非均匀体的散射问题；第 7 章站在狭义相对论指导下的洛伦兹协变的角度介绍了麦克斯韦理论。各节后面附的习题向读者提供了必要的练习和应用展示。书中所选列的各种专题可以单独讲授。全书内容的安排遵循了数学上的由易到难，以及概念上的由直观到抽象、繁琐。

符号的运用是有规律的。将用下标和上标来描述 $\bar{k}$ 以区分不同的波矢量和它们的分量，而不是用不同的字符。一个矢量 $\bar{A}$ 用带有上划线的字符来表示，具有单位幅度值的单位矢量 $\hat{A}$ 用带有三角幅的字符来表示，而张量或矩阵 $\bar{\bar{A}}$ 用带有双上划线的字符来表示① 在直角坐标系当中，矢量 $\bar{A}$ 被表示为 $\bar{A} = \hat{x}A_x + \hat{y}A_y + \hat{z}A_z$，其中 $\hat{x}$，$\hat{y}$ 和 $\hat{z}$ 分别为 x，y 和 z 方向上的单位矢量。在圆柱坐标系中，三个方向上的单位矢量为 ρ，ϕ 和 z，其中 ϕ 为由 x 轴起算的极角；$\hat{\rho}$ 为 x-y 平面上的单位径向矢量。球坐标系采用 r，θ 和 ϕ 来做标记，其中 r 是径向单位矢量；θ 为由 z 轴起算的夹角。复变量的实部用 A_R 来表示，虚部用 A_I 来表示。对波矢量 $\bar{k}$，其在直角坐标系下的分解为 k_x，k_y，k_z；在圆柱坐标系下的分解为 k_ρ，k_ϕ，k_z；在球坐标系下的分解为 k_r，k_θ 和 k_ϕ。例如，介质 1 中的波矢量 $\bar{k}$ 的 z 分量的实部和虚部可表示为 k_{1zR} 和 k_{1zI}。对时谐场中的时间因子，在第 2 章中我们用 $e^{j\omega t}$ 来表示，这有助于使读者联想起电路理论中形式相似的方程，同时也符合传输线理论中的惯例。从第 3 章起，我们就改用 $e^{-j\omega t}$ 来表示时谐场中的时间因子，这将与量子理论中的表达方式相同，并便于在复平面中积分。因此无论是在实的时空中、k 空间中还是在 ω 空间中，场量都以明确的独立变量来表示，从而避免了不同符号，或是相同符号但不同形状带来的混淆。在四维空间中，协变张量用加下标来表示，反变张量用加上标来表示。

本书是我在麻省理工学院教授本科与研究生课程的教材。第 1 版曾经于 1975 年由 Wiley Interscience，New York 出版，书名叫《电磁波理论》(Theory of Electromagnetic Waves)。1986 年曾对该书进行修改和再发行，并将书名改为目前的书名。本书的第 2 版于 1990 年问世。书中各种概念的发展主要依赖于大量的已经发表的文章、著作。在本书最后参考文献中所列的著作和

① 在译为中文时，统一将矢量、张量、矩阵的符号改用了黑斜体。

期刊文章只是最具代表性的而不是全部。书中一些研究结论与结果出自我本人承担的研究项目。这些项目的经费与合同来自国家科学基金会，国家航空与航天局，海军研究部，陆军研究部，加州理工学院的喷气动力实验室，麻省理工学院林肯实验室，施伦伯格－多尔研究中心，DEC 公司和 IBM 公司。在本书的撰写和准备过程中，许多人给予了帮助。特别需要感谢的是 Chi On Ao，是他帮助我为这一版书编制了 TEX 程序的宏指令，精心排版并建立了索引。张雁和 Bae-Ian Wu 负责了许多习题的解答和制图工作，而 Henning Braunisch 负责了文字的校对。多年来，教学和研究助手都对本书的内容提出过有价值的建议和进行了校读，特别是郑亮(Leung Tsang)、米歇尔·祖尼卡(Michael Zuniga)、周文(Weng Chew)、塔瑞克·哈比什(Tarek Habashy)、罗伯特·辛(Robert Shin)、庄淑连(Shun-lien Chuang)、李昆杰(Jay Kyoon Lee)、阿普·赛兹基那(Apo Sezginer)、朴书云(Soon Yun Poh)、艾瑞克·杨(Eric Yang)、米歇尔·许(Michael Tsuk)和韩崔奇(Hsiu Chi Han)。我愿向他们表示感谢，并向那些在我讲课时表现出积极响应，连续反馈和令我满足的学生们表示感谢。

孔金瓯(Jin Au Kong)
麻省剑桥城
1999 年 3 月

目　录

第1章 基本概念

1.1 自由空间中的麦克斯韦方程组

电场与磁场的定律是詹姆斯·克拉克·麦克斯韦(1831—1879年)于1873年建立的。若采用三维空间中的矢量符号,麦克斯韦方程组为

$$\nabla\times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)=\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)+\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t) \tag{1.1.1}$$

$$\nabla\times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)=-\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) \tag{1.1.2}$$

$$\nabla\cdot \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)=\rho(\boldsymbol{r},t) \tag{1.1.3}$$

$$\nabla\cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)=0 \tag{1.1.4}$$

其中,$\boldsymbol{E},\boldsymbol{B},\boldsymbol{H},\boldsymbol{D},\boldsymbol{J}$和$\rho$是位置与时间的实变函数。

$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$—电场强度(V/m)	$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)$—电位移(C/m^2)
$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$—磁通量密度(Wb/m^2)	$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)$—电流密度(A/m^2)
$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$—磁场强度(A/m)	$\rho(\boldsymbol{r},t)$—电荷密度(C/m^3)

方程(1.1.1)是安培定律或称一般性的安培电路定律。方程(1.1.2)是法拉第定律或称法拉第磁感应定律。方程(1.1.3)是库仑定律或称电场的高斯定律。方程(1.1.4)是高斯定律或称磁场的高斯定律。麦克斯韦对电磁定律的贡献是在安培定律(1.1.1)中增加了电位移项$\partial\boldsymbol{D}/\partial t$。

电流密度$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)$和电荷密度$\rho(\boldsymbol{r},t)$之间的关系遵循连续性定理

$$\nabla\cdot \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t)=-\frac{\partial}{\partial t}\rho(\boldsymbol{r},t) \tag{1.1.5}$$

其描述了电流和电荷的密度在$\boldsymbol{r}$处是守恒的。在$\boldsymbol{r}$处一个无限小的体积中电流$\boldsymbol{J}$的散度等于此处电荷密度ρ随时间t减少的变化率。

自由空间中的本构关系

麦克斯韦方程组是自由空间与介质中电磁场的基本定律。自由空间的特性由下面的物质本构关系确定。

$$\boldsymbol{D}=\epsilon_0\boldsymbol{E} \tag{1.1.6a}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{H} \tag{1.1.6b}$$

其中,$\epsilon_0\approx8.85\times10^{-12}$(F/m),$\mu_0\approx4\pi\times10^{-7}$(H/m),分别为自由空间中的介电常数与磁导率。

波动方程

微分形式的麦克斯韦方程组在自由空间中的任何一点都成立。首先来研究麦克斯韦方程

组在无源,即 $J=\rho=0$ 区域中的解。这并不是说在整个空间中没有源存在,而只是指在我们感兴趣的区域中不存在源。这样,自由空间无源区域中的麦克斯韦方程组就变为

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E} \tag{1.1.7}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{H} \tag{1.1.8}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0 \tag{1.1.9}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{H}=0 \tag{1.1.10}$$

如果表示成标量偏微分方程,我们有

$$\frac{\partial}{\partial y}H_z-\frac{\partial}{\partial z}H_y=\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}E_x \tag{1.1.11a}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}H_x-\frac{\partial}{\partial x}H_z=\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}E_y \tag{1.1.11b}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}H_y-\frac{\partial}{\partial y}H_x=\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}E_z \tag{1.1.11c}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}E_z-\frac{\partial}{\partial z}E_y=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}H_x \tag{1.1.12a}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}E_x-\frac{\partial}{\partial x}E_z=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}H_y \tag{1.1.12b}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}E_y-\frac{\partial}{\partial y}E_x=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}H_z \tag{1.1.12c}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}E_x+\frac{\partial}{\partial y}E_y+\frac{\partial}{\partial z}E_z=0 \tag{1.1.13}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}H_x+\frac{\partial}{\partial y}H_y+\frac{\partial}{\partial z}H_z=0 \tag{1.1.14}$$

关于 $\boldsymbol{E}$ 的波动方程可以通过从方程(1.1.11)和(1.1.12)中消去 $\boldsymbol{H}$ 得到。将(1.1.11a)两边对时间求导,然后将(1.1.12c)和(1.1.12b)代入,我们有

$$\begin{aligned}\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}E_x &= -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial x}E_y-\frac{\partial}{\partial y}E_x\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial}{\partial z}E_x-\frac{\partial}{\partial x}E_z\right)\\ &=\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)E_x\end{aligned}$$

其中,也利用了式(1.1.13)。这样就得到了如下关于 $\boldsymbol{E}$ 的三个分量的方程组。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E_x=0 \tag{1.1.14a}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E_y=0 \tag{1.1.14b}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}-\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E_z=0 \tag{1.1.14c}$$

采用直角坐标系中的拉普拉斯算符∇^2,

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{1.1.15}$$

我们有

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E}=0 \tag{1.1.16}$$

这就是通常所称的亥姆霍兹(Helmholtz)波动方程。

波动方程的解

满足波动方程(1.1.16)和麦克斯韦方程组的解就是电磁波。我们现在研究当 $E_y = E_z = 0$ 时,方程(1.1.14a)的解。这是一种电磁波沿 $\hat{z}$ 方向传播的情形。假设 E_x 只是 z 和 t 的函数,独立于 x 和 y,则电场矢量可以写为

$$\boldsymbol{E} = \hat{x}E_x(z,t)$$

它所应满足的波动方程(1.1.16)就简化为

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}E_x - \mu_o\varepsilon_o\frac{\partial^2}{\partial t^2}E_x = 0 \tag{1.1.17}$$

式(1.1.17)的最简解为

$$\boldsymbol{E} = \hat{x}E_x(z,t) = \hat{x}E_0\cos(kz - \omega t) \tag{1.1.18}$$

将(1.1.18)代入(1.1.17)式我们发现,如下称为色散关系的方程必须得到满足,这个色散关系式给出了空间频率 k 和时间频率 ω 之间的重要联系。

$$k^2 = \omega^2\mu_o\varepsilon_o \tag{1.1.19}$$

在研究如 $E_x(z,t)$ 的空间时间变量时有两种有用的观察方式。时间观察方式是在固定的空间位置观察变量随时间的变化。空间观察方式是在不同的确定时刻观察变量的空间变化,如同进行许多次照相一样。

采用时间观察方式,应先将注意力集中到空间中的一个点上,如 $z = 0$。这样电场就可表示为 $E_x(z=0,t) = E_0\cos\omega t$。将其沿时间轴描述,如图 1.1-1 所示,发现波形每隔 $\omega t = 2m\pi$,时间就重复一次,其中 m 为任意整数。因此将时间周期定义为 T, $\omega T = 2\pi$。每一秒钟时间波形变化的周期数即是频率 f,定义 $f = 1/T$,由此得到

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \tag{1.1.20}$$

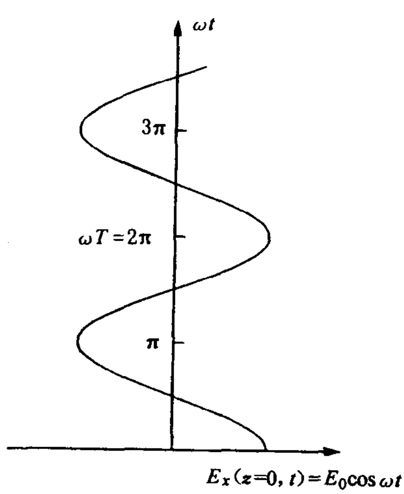

图 1.1-1 在 $z = 0$ 点作为 ωt 的函数的电场强度

频率的单位是赫兹(Hz),$1\text{Hz} = 1\text{s}^{-1}$(每秒的周数)。由于 $\omega = 2\pi f$, ω 就是波的角频率。

在本书中，通常用 ω 来表示频率，这只是因为 ω 比 f 更经常遇到。时间频率 ω 描述了波随时间变化的特性。在图 1.1-2(a)中，描述了 $E_x(z=0,t)$随时间 t 而不是 ωt 的变化，将 1s 的波形变化表示为一个周期，这样 $f=f_0=1\text{s}^{-1}=1\text{Hz}$，并令 $\omega=\omega_0=2\pi\ \text{s}^{-1}$。在图 1.1-2(b)中，我们给出了 $\omega=2\omega_0$ 的波形，其在 1s 的时间间隔内有两个周期，每一个周期用的时间是 0.5s。在图 1.1-2(c)中，$\omega=3\omega_0$，其在 1s 的时间间隔内有三个周期。

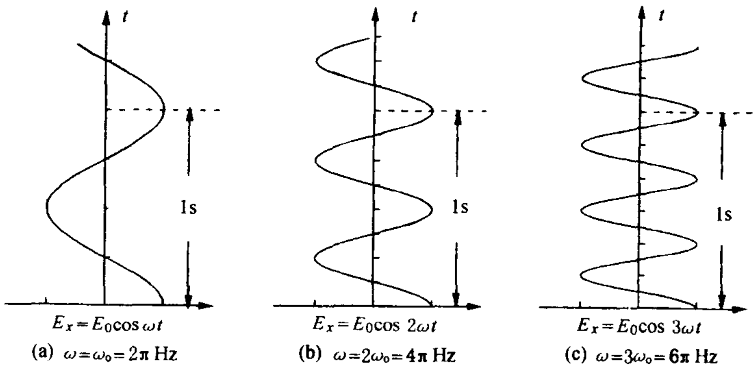

图 1.1-2 不同频率 ω 下的电场强度与时间的关系

1.1.1 空间频率 k

为了用空间观察的方式研究波的行为，可令 $\omega t=0$ 且将 $E_x(z,t=0)$示于图 1.1-3 中。其波形在空间每隔 $kz=2m\pi$ 就重复一次，其中 m 为任意整数。空间频率 k 描述了波在空间中的变化特征。波长 λ 定义为空间中的距离，满足 $k\lambda=2\pi$。这样就有 $\lambda=2\pi/k$，或

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.1.21}$$

我们将 k 称为空间频率或波数，它等于每 2π 空间距离中的波长数，其量纲为长度量纲的倒数。

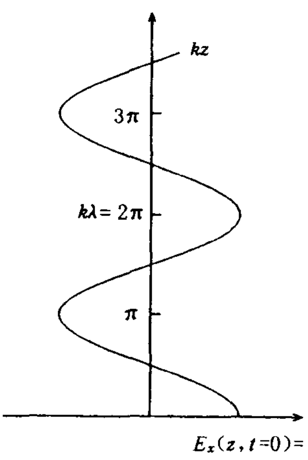

图 1.1-3 当 $t=0$ 时，作为 kz 的函数的电场强度

为了进一步理解空间频率 k 的含义，我们在图 1.1-4(a)中给出以 z 而不是 kz 为变量的 $E_x(z,t=0)$。在一个 1m 的波长中恰有一个变化周期，我们定义 $K_0=2\pi\text{m}^{-1}$，就有 $k=K_0=2\pi\text{m}^{-1}$。在图 1.1-4(b)中，$k=2K_0$，即在 1m 的空间距离中有两个变化周期，波长等于 0.5m。在图 1.1-4(c)中，$k=3K_0$，在 1m 的空间距离中有三个变化周期。

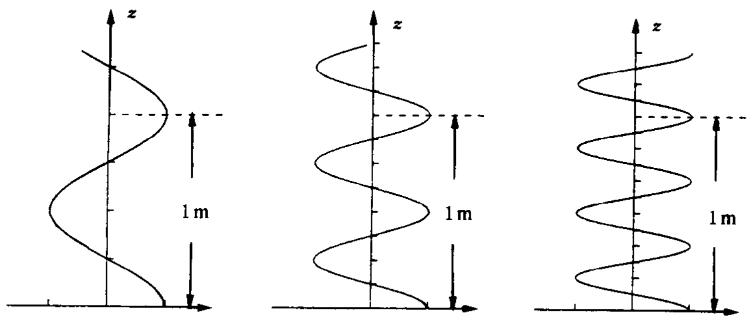

图 1.1-4 不同空间频率 k 时，电场强度与空间距离 z 的关系

我们定义空间频率的基本单位 K_o，

$$K_o = 2\pi m^{-1} \tag{1.1.22}$$

与在时间变量中的单位 Hz 表示每秒钟的变化周期数一样，K_o 在空间变量中表示每米空间中的变化周期数。对一个在每米空间距离上变化一个周期的波，我们有 $k = 1K_o$。一个 $k = 5K_o$ 的自由空间中的电磁波，它在 1m 的空间距离上将会变化 5 个周期。由电磁波的色散关系可知，空间频率与时间频率是由光速联系在一起的。在自由空间中，变换因子为 3×10^8。因此，对空间频率 $1K_o$，其对应的时间频率为 300MHz。

从 $0.01K_o$ 到 $100K_o$ 的空间频率，是电磁波用于微波加热、雷达、导航以及广播、电视和卫星通信载波的主要区间。可见光的空间频率波段是 $1.4\times10^6\sim2.6\times10^6K_o$。图 1.1-5 显示的电磁波谱段既采用了空间频率坐标(K_o)和以米(m)为单位的波长也采用了时间频率(Hz)，以及以电子伏特(eV)为单位的能量坐标。

在本书中非常重视 k 的使用，它在电磁波理论中比更为流行的波长 λ 和频率 f 更为基础和重要。对 $k = AK_o$，波长的对应值为 $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/AK_o = 1/A\text{m}$，频率的对应值为 $f = ck/2\pi = cAK_o/2\pi = 3\times10^8A$ Hz。光子能量的计算是根据 $\hbar\omega = \hbar ck$，其中 $\hbar = 1.05\times10^{-34}$J/s 是普朗克常数除以 2π，又由于电荷电量 $q = 1.6\times10^{-19}$C，因此 $\hbar\omega = \hbar cAK_o = (\hbar cAK/q)$ eV $\approx 1.24\times10^{-6}A$ eV。

相速和相位时延

在图 1.1-6(b)和 1.1-6(c)中，给出了两个时间进程 $\omega t = \pi/2$ 和 $\omega t = \pi$ 中的 $E_x(z,t)$。观察到电场矢量 $\boldsymbol{A}$ 随着时间的推移是在向 $\hat{z}$ 方向传播。传播的速度 v_p 可以由令 $kz-\omega t$ 等于常数给出

$$v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} \tag{1.1.23}$$

我们将 v_p 称为相速。利用色散关系公式(1.1.19)得到 $v_p = (\mu_o\varepsilon_o)^{-1/2}$，其等于自由空间中的光速 c，定义 $c = (\mu_o\varepsilon_o)^{-1/2}$。

根据色散关系，空间频率 k 由相位时延与时间频率 ω 直接联系起来，