《展望》丛书

[英]C.A.布瑞比亚 主编
陈祥福 王家林 译
何广乾 唐 军 校

边界单元法进展

(第二卷)

中国建筑工业出版社

边界单元法进展

(第二卷)

〔英〕C·A·布瑞比亚 主编

陈祥福 王家林 译

何广乾 唐军 校

中国展望出版社

一九八六年

内 容 简 介

本书是《边界单元法进展》丛书的第二卷，共八章主要介绍了边界单元法在非线性问题和依赖时间问题应用中的最新研究成果。第一章论述了非线性位势问题；第二章阐述了波的传播问题；第三章讨论了断裂力学的应力分析；第四章介绍了具有体力的弹性力学问题；第五章和第六章分别介绍了接触和薄板弯曲问题；第七章和第八章分别研究了流体-结构相互作用问题和粘塑性力学与蠕变问题。书中的大量应用实例充分说明了边界单元法的突出优点和可靠性。

本书有理论、有应用和有研究课题，是一本具有重要参考价值的著作，可供数学、力学、土木、水利、机械、航天、航空、采矿、造船、石油、化工、冶金、隧道、通讯、地震、气象、海洋、地质和国防等部门的科研工作者、工程技术人员和高等院校师生、研究生参考。

Brebbia, C·A·ed.
Progress in Boundary Element Methods-Vol.2.
Pentech Press 1983

边界单元法进展
（第二卷）
C·A·布瑞比亚 主编
陈祥福 王家林 译
何广乾 唐 军 校
中国展望出版社 出版
（北京西城区太平桥大街4号）
卢龙印刷厂印刷
北京市新华书店发行

开本850×1168毫米1/32 印张9.75 插页1 字数 221千字
1986年10月北京第1版 1986年10月第1次印刷
印数1—3000

统一书号：15271·044 定价2.80元

《展望》丛书编选说明

第四次产业革命的浪潮汹涌而来。一个崭新的信息时代已引起当今世界人们的关注。中国展望出版社，为了更好地迎接新形势，为祖国四化服务，不失时机地迎接新技术革命的挑战，决定出版《展望》丛书。《展望》丛书旨在提供一些资料，供我国学术界、科技界、经济界以及决策部门的重视，同时也为我国广大青年研究、探索、思考一些重大问题时参考。这套丛书的资料来自两个方面：

一是出版我国著名学者的最新著作；

二是翻译出版对我国有重大参考价值的外国最新名著。例如：已出版了《八十年代世界经济前景展望》《窗旁的小豆豆》《东西方经济合作》等；即将出版的有：《预测原理》《未来的一百页》《全球二〇〇〇年展望》《水的知识》等等。

《展望》丛书的主要内容包括以下十个方面：

一、预测学和未来学方面论著；

二、宏观经济技术的战略研究论著；

三、国际新技术，重点：微电子技术、计算机技术、生物工程技术、光和激光技术、光纤通讯、新能源技术、新材料技术等；

四、人类对海洋开发的动向；

五、有关生态平衡、环境保护方面的论著；

六、宇航工程的开拓和发展；

七、系统工程和管理科学技术；

八、有关社会信息化和信息社会方面的论著；

九、当代对国际经济、人口增长、资源保护、教育体制改革等方面的论著；

十、有关领导科学方面的论著。

中国展望出版社

图书编辑部

一九八四年三月二十日

前　言

自从《边界单元法进展》第一卷出版以来，对边界单元法的研究进行了大量的工作。这些最新进展中，大都集中在非线性问题、依赖时间的问题、数值计算技巧和大量工程应用等方面，由此增进了边界单元法的有效性。

本书第一章主要介绍非线性位势问题的解法，其中扩散系数是一个位势函数且边界条件也是非线性的。最新研究指出，只采用简单的变换就能使控制微分方程线性化并可不需要域内单元，因而可为求解大量的非匀质问题开辟了道路。第二章概括了二维和三维纯量波动问题主要积分方程的求解方法。这类问题特别适用于边界单元法，而用有限元法求解时得到的结果往往很不理想。

本书第三章研究断裂力学问题，从而证明采取边界单元法来求解有很多优越性。其最突出的优点是仅用边界未知值的函数就能使问题得到描述，甚至在有体力、离心力和温度作用的条件下也很方便。第四章探讨了二维和三维弹性静力学问题。

在机械工程中，接触问题是十分重要的。边界单元法是很适合于处理这类问题的数值解，因为求得的边界力与位移值的精度相同。最近，有几位专家研究了用边界单元法求解平板弯曲问题，其计算公式均收集在第六章中，并用一些实例来说明计算结果的精度和收敛性。

边界单元法最有前途的应用之一是求解耦合问题。这样可以部份用有限元法来离散，如内部流体问题——即流体在容器之中或外部流体问题——即流体区域趋于无穷大。第七章考虑了流体与结构间的相互作用问题。采用边界单元法来

描述流体，它的应用涉及到液体-薄壳系统，其中包括火箭液体燃料箱、油罐和核反应堆中的容器，有关宇宙飞船着陆时的冲击问题，船的撞击和其它若干问题等。

边界单元法现在已越来越多地被应用于求解材料非线性问题。现已证实在这方面比有限元法更加有效和精确。边界元法在塑性力学中的应用已在本丛书第一卷中讨论得比较深透。第八章主要涉及粘塑性力学和蠕变问题。所讨论的几个实例证实了边界单元法的精确性和求解材料非线性问题的有效性。

本书汇集了边界单元法的一些最新应用问题，这些成果在其它文献中还找不到。有趣的是这些问题在采用边界单元法前一直没有被解决。随着科学技术的迅速发展说明了边界单元法的潜在优势，通过这套丛书必将有助于科技界利用边界单元法来开拓更新的应用领域。

C·A·布瑞比亚

C·A·布瑞比亚近照

C·A·布瑞比亚简介

C·A·布瑞比亚 (C·A·Brebbia)在1962年毕业于阿根廷的利托诺大学，1968年毕业于英国南安普顿大学获博士学位并去美国麻省理工学院作研究工作。1969年在英国南安普顿大学担任讲师，1976年在该校升为高级讲师。1979年在美国加州大学担任土木工程教授。他现在英国南安普顿大学担任工学院院长、计算力学中心主任。他已发表过100多篇论文，他自己著和他人合著的书有9本，他自己编和他人合编的书有25本。他不仅是一位世界著名的科学家，也是一位数值分析、有限元、边界单元法和工程科学的专家。

目　　录

前言

第一章　非线性位势问题

斯克格特和布瑞比亚

1.1 引　言

边界元在线性位势问题中的应用已经在本丛书第一卷第三章以及其它许多刊物讨论了。然而在实际应用中，位势问题可能是非线性的。这是因为使用了非线性材料，例如所研究的位势与材料传导系数有关，或者施加了非线性的边界条件。非线性常常在类似热传导的一些问题中出现。这种非线性问题将在本章中详细讨论。其它类型非线性因素，例如几何非线性将不在本章讨论。到目前为止，非线性位势问题的求解方法都是把区域再分成一系列的内部单元。这种划分可在文献〔1〕中查到，这里不再讨论。

在许多情况下，用基尔霍夫（Kirchhoff*）变换〔2〕可以把由于传导系数是位势的函数而造成的非线性问题转化成线性问题来分析。这种算法导出了给定自然边界条件或基本边界条件问题的线性方程组。

当上述两种边界条件结合起来，即混合边界条件时，基尔霍夫（Kirchhoff）变换能导出非线性边界积分。这个积分通常能用简单的迭代过程求解。

然而，幅射边界条件会在积分方程中引起强烈的非线性，为了使解能收敛需要格外谨慎。

本章给出非线性位势问题有关的理论并着重叙述下列问题：

（1）用基尔霍夫（Kirchhoff）变换，把材料非线性问题转化成线性问题，并且给出几个不同的形函数来定义传

* 原文误为Kirchoff。

导系数。

(2) 如果基尔霍夫 (Kirchhoff) 变换用到混合边界条件的材料非线性问题时，将给出这种积分方程的各种类型。

(3) 当位势与传导系数有关和无关时，给出非线性幅射边界条件的积分公式。

本章还讨论了轴对称公式和采用高阶单元问题。计算实例证明了理论的正确性。基尔霍夫 (Kirchhoff) 变换导出了用边界积分方程而不用建立内部单元来求解材料非线性问题是一个经济而有效的方法。

1.2 控制方程

现在来考虑扩散方程，当传导系数k是势的函数，也就是$k=k(u)$，这时方程可以写成

$$c\rho\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial Z}\left(k\frac{\partial u}{\partial Z}\right)+p \quad (1.1)$$

其中c和ρ是材料常数，例如在温度问题中（u=温度），c是热容量，ρ是材料密度，而k是热传导系数。对于地下含水层问题，cρ用存储系数S代替，u是水压头，k是渗透系数（通常对于正交各个方向是不同的，也就是有k_x，k_y 而关于Z的项不出现）。P是一个热源、流源，等等。由于方程（1.1）适用于许多问题，在下面将主要涉及在热传导问题中的应用。读者很容易改换不同参数而应用于其它一些问题。

相应于方程（1.1）的线性边界条件是

$$u=\bar{u} \qquad \text{在}\Gamma_1$$

$$k\frac{\partial u}{\partial n}=-\overline{q} \quad 在\Gamma_2 \tag{1.2}$$

$$k\frac{\partial u}{\partial n}=-h_c\ (u-u_f) \quad 在\Gamma_3$$

其中h_c是定常热传导系数，而u_f是周围介质或流体的温度。

当非线性幅射存在时，方程（1.2）的最后一个变成

$$k\frac{\partial u}{\partial n}=-h(u-u_f)-\sigma\varepsilon\ (u^4-u_s^4) \quad 在\Gamma_3上 \tag{1.3}$$

其中σ是斯忒藩–玻耳兹曼（Stefan–Boltzmann）常数，ε是由表面Γ_3和温度为u_s的周围介质间幅射率所确定的温度。h则是与热传导系数有关的温度。

求解方程（1.1）所需要的初始条件是

$$u=u_i \qquad 在\Omega中，当t=t_i时 \tag{1.4}$$

其中t_i是初始时间。

方程（1.1）和边界条件（1.3）是非线性的，很难用边界求解方法求解。这有一种可能是用加权残数法或类似方法去建立相应的积分方程。现在的问题是，当采用了这种标准的基本解法之后它仍然保留区域积分，而这个区域积分要用内部单元计算。这种区域内的离散化破坏了边界单元法仅离散边界这一主要优点。因此，这个求解方法将不在这里讨论。

对于上述方程的一个更合适的求解方法是采用基尔霍夫（Kirchhoff）变换，这种方法把非线性方程变为线性的。这个变换是定义一个使方程（1.1）线性化的新变量Ψ(u)来实现的。考虑这个函数的梯度，即

$$\vec{\nabla}\Psi=\frac{d\Psi}{du}\vec{\nabla}u \tag{1.5}$$

比较方程（1.5）和方程（1.1）的右端项，可以用如下表达式定义Ψ

$$\frac{d\Psi}{du}=k(u) \tag{1.6}$$

或以积分形式表示基尔霍夫（Kirchhoff）变换

$$\Psi=K(u)=\int_{u_0}^{u} k(u)du \tag{1.7}$$

其中u_0是一个任意的参考值。由方程（1.7）可得

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t}=k\frac{\partial u}{\partial t} \tag{1.8}$$

和

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}=k\frac{\partial u}{\partial x};\quad \frac{\partial\Psi}{\partial y}=k\frac{\partial u}{\partial y};\quad \frac{\partial\Psi}{\partial Z}=k\frac{\partial u}{\partial Z} \tag{1.9}$$

方程（1.1）可以写成

$$\frac{c\rho}{k}\ \frac{\partial\Psi}{\partial t}=\nabla^2\Psi+p \tag{1.10}$$

或

$$\frac{1}{\alpha}\ \frac{\partial\Psi}{\partial t}=\nabla^2\Psi+p \tag{1.11}$$

于是，具有定常传导系数和均质各向同性的扩散方程保持齐。次的形式。但要注意，系数α是Ψ的函数（$\alpha=k(\Psi)/c\rho$）然而，在许多实际问题中，扩散系数随温度u（或广义的势u）的变化要比传导系数的变化慢得多，因此作为一个合理的近似α可以取成常数。在这种情况下，方程（1.11）变为

$$c\rho\frac{\partial u}{\partial t}=k_0\nabla^2 u+ \tag{1.12}$$