

# 漸开線齒輪的干涉

蔡初醒編著



机械工业出版社

# 漸開線齒輪的干涉

(修訂第二版)

蔡初醒編著



机械工业出版社

本书內容叙述各种漸开線齒輪：直齒圓柱齒輪、斜齒圓柱齒輪、直齒圓錐齒輪、斜齒圓錐齒輪、蝸杆与蝸輪、螺旋齒輪及斜齒准双曲面齒輪的干涉以及避免干涉的方法，每章均附有例題。书中对于齒輪原理亦有简单的叙述。

本书讀者对象为工程技术人员和大专学生。

## 漸开線齒輪的干涉

(修訂第二版)

蔡初醒編著

\*

机械工业出版社出版(北京苏州胡同 141 号)

(北京市书刊出版业营业許可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

\*

开本 850×1168 1/32 · 印張 8 13/16 · 字数 225 千字

1958年 8 月北京第一版

1966年 3 月北京第二版·1966年 3 月北京第三次印刷

印数 08,151—15,650 · 定价(科六)1.30 元

\*

统一书号：15033 · 1057(1752)

## 目 次

一	渐开线圆柱齿轮的原理 .....	1
二	圆柱齿轮的干涉 .....	17
三	圆柱齿轮不发生干涉的最少齿数 .....	24
四	圆柱齿轮避免干涉的方法 .....	29
五	斜齿圆柱齿轮的原理 .....	90
六	斜齿圆柱齿轮的干涉 .....	96
七	直齿圆锥齿轮的原理 .....	112
八	圆锥齿轮的干涉 .....	123
九	斜齿圆锥齿轮的干涉 .....	141
十	蜗杆与蜗轮的原理 .....	154
十一	蜗杆与蜗轮的干涉 .....	171
十二	螺旋齿轮的原理及其干涉 .....	186
十三	斜齿准双曲面齿轮的原理及其干涉 .....	216
	渐开线函数表 .....	254
	三角函数表 .....	274

## 一 漸開線圓柱齒輪的原理

齿轮不但可以传动较大的动力，而且运转时还不会因为相对的滑动而影响原定的传动比。由于齿轮要求在任何一点接触时，都应当保持其原来的传动比；因此，齿轮的齿廓曲线必须是渐开线或摆线这两种曲线。采用摆线齿廓的齿轮称为摆线齿轮；采用渐开线齿廓的齿轮称为渐开线齿轮。普通机械制造上，除特殊需要采用摆线齿轮外，一般都用渐开线齿轮。因为应用渐开线齿廓的齿轮有以下几个优点：

- (1) 齿廓曲线的曲度简单，因此，制造容易；
- (2) 凡模数或周节相等的齿轮，都可以互换使用；
- (3) 喷合线为一直线，喷合角一定，因此，不计摩擦力时轮轴所受的压力的大小与方向不变；
- (4) 两轮的中心距离可以稍为变更而不会影响两轮原定的传动比。即具有中心距的可分离性。

渐开线最简单的画法就是拿一根绳子绕在一个圆柱体上，绳子的一端加以固定。如图 1， $O$  为一圆柱体中心， $AB$  为绕于圆柱体上的一根绳子，在  $B$  点固定于圆柱体上。将这根绳子逐渐脱离圆柱体，但在脱离时，被脱开的线段必须拉直，并且与圆柱体的圆周相切，即垂直于圆柱体的半径，如  $A_1B_1 \perp OB_1$ ,  $A_2B_2 \perp OB_2$ ; 则绳子他端  $A$  所走的轨迹如图上的虚线  $AA_1A_2A_3$  即为渐开线。渐开线齿轮齿廓的画法基本上与这方法相同。圆柱体  $O$  称为基圆，因此，画渐开线齿轮的齿廓时，应当首先定出基圆，然后才能画出齿廓曲线。

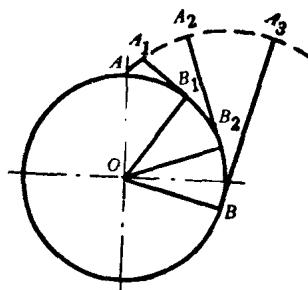


图 1

直齿圆柱齿轮（轮齿的方向与轮轴平行，以下简称直齿圆柱齿轮为圆柱齿轮）各部分的名称、作用以及常用的符号，参考图2。图2为一对啮合的外接圆柱齿轮（以下简称外接齿轮为外齿轮；内接齿轮为内齿轮）。

节圆——齿轮的节圆相当于摩擦轮的外圆，一对圆柱齿轮在传动时，可以假想为在节圆上的滚动。

齿顶——轮齿伸出节圆外的部分。

齿根——轮齿在节圆内的部分。

顶圆——齿轮的顶圆，就是齿轮轮齿顶部所构成的圆周，也称外圆。

根圆——齿轮的根圆就是齿轮轮齿根部所构成的圆周，又称为内圆。

齿顶高 $h'$ ——为节圆到顶圆的径向距离。

齿根高 $h''$ ——为节圆到根圆的径向距离。

齿高 $h$ ——为齿根高与齿顶高之和。

节圆半径 $R$ ——齿轮节圆的半径。

顶圆半径 $R_e$ ——即齿轮顶圆的半径，也称外圆半径，其值等于节圆半径加齿顶高。

根圆半径 $R_i$ ——即齿轮根圆的半径，也称内圆半径，其值等于节圆半径减齿根高。

齿厚 $a'$ ——在节圆上，一个轮齿的两齿廓曲面之间的弧长。

齿间 $a''$ ——在节圆上，相邻两轮齿齿廓曲面之间的弧长。

周节 $t_n$ ——在节圆上，一轮齿的任意一点，沿圆周到相邻轮

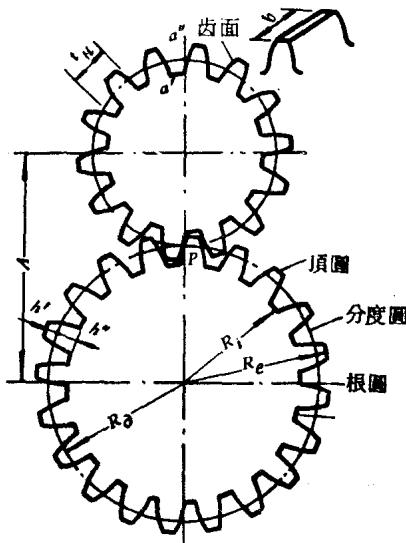


图 2

齿上相对应一点的弧长，其值等于齿厚加上齿间之和。

齿隙——齿间 $a''$ 减去齿厚 $a'$ 的距离。

余隙——一对啮合的圆柱齿轮，由一轮的顶圆到他轮根圆之径向距离。

齿面——轮齿齿廓之曲面。

齿宽 $b$ ——轮齿两外平面之宽度。

节点 $P$ ——两轮的节圆相切之一点。

两轮的中心距离 $A$ ——一对啮合的齿轮，它们两轴的中心相隔之距离，其值等于两轮节圆半径之和。

周节的定义已在上面说明，它与齿轮节圆圆周的关系为：一个具有若干轮齿的齿轮，这个齿轮的节圆圆周，必被周节分为与齿轮齿数相等的等分。例如一个具有 15 齿的齿轮，这个齿轮的节圆圆周可以分为 15 个等分的周节，设齿轮的齿数为 $z$ ，节圆直径为 $D$ ，以公式表示则为

$$D\pi = zt_n. \quad (1)$$

将公式(1)化为

$$D = z \frac{t_n}{\pi}.$$

令 $\frac{t_n}{\pi} = m$ ，这个 $m$ 称为模数。模数的定义就是齿轮的节圆直径被齿数等分后所得到的长度。模数与周节的关系为

$$t_n = m\pi. \quad (2)$$

现在为了统一齿轮的设计和制造，以便于每一个工厂所制造出来的齿轮可以互换使用，因此，就必须制定一定规格的模数或周节。在苏联已经将模数标准化 (OCT 1597)。表 1 为标准模数和相对应的周节的数值。周节的单位为毫米。表中括号内的数值尽可能的避免不用，如接近 (4.25) 的模数改用 4 或 4.5。模数的大小是根据齿轮传动力量的大小计算得出，计算方法这里不再介绍。

齿轮除有顶圆、节圆与根圆外，还有一个重要的圆周，这个

表 1

模数 $m$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
周节 $t_n$	0.943	1.25	1.57	1.88	2.20	2.51
模数 $m$	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25
周节 $t_n$	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07
模数 $m$	2.5	(2.75)	3	(3.25)	3.5	(3.75)
周节 $t_n$	7.85	(8.64)	9.42	(10.21)	11.00	(11.78)
模数 $m$	4	(4.25)	4.5	5	5.5	6
周节 $t_n$	12.57	(13.35)	14.14	15.71	17.28	18.85
模数 $m$	6.5	7	8	9	10	11
周节 $t_n$	20.42	21.99	25.13	28.27	31.42	34.56
模数 $m$	12	13	14	15	16	18
周节 $t_n$	37.70	40.81	43.98	47.12	50.26	56.55
模数 $m$	20	22	24	26	28	30
周节 $t_n$	62.82	69.12	75.40	81.68	87.97	94.25
模数 $m$	36	39	42	45	50	以下可取 5 的倍数
周节 $t_n$	113.10	122.52	131.95	141.37	157.08	

圆周就是分度圆。分度圆的定义为：齿轮上具有标准模数的圆周。它的半径称为分度圆半径，以符号  $R_d$  表示。分度圆与节圆并不是同一个圆周，但是，如果齿轮是不修正齿廓的齿轮，或者是两轮中心距离保持不变的一对齿轮，二者可以重合。否则分度圆与节圆并不重合。

当齿轮的模数一经决定以后，公制齿轮各部分的尺寸可以根据模数（或用周节）计算求得。常用标准圆柱齿轮的齿宽大约等于  $6 \sim 20$  个模数（齿宽也由受力的情形计算得出）齿顶高  $h'$  等于 1 个模数，齿根高  $h''$  等于 1.2 个模数。由此不修正齿廓的标准齿轮，它的分度圆半径、顶圆半径、根圆半径以及两轮的中心距离分别为：

$$R_d = \frac{zm}{2}; \quad (3)$$

$$R_e = R_\theta \pm m = \frac{(z \pm 2)m}{2}; \quad (4)$$

$$R_i = R_\theta \pm 1.2m = \frac{(z \pm 2.4)m}{2}; \quad (5)$$

$$A = R_{\theta 2} \pm R_{\theta 1} = \frac{(z_2 \pm z_1)m}{2}. \quad (6)$$

公式中之  $z$  为圆柱齿轮之齿数， $z_1$ 、 $R_{\theta 1}$  为主动轮（小齿轮）之齿数与分度圆半径， $z_2$ 、 $R_{\theta 2}$  为被动轮（大齿轮）之齿数与分度圆半径。公式中上面的符号用于外齿轮，下面的符号用于内齿轮●。

**例 1** 已知一对圆柱齿轮的模数  $m = 6$ ，大齿轮的齿数  $z_2 = 40$ ，小齿轮的齿数  $z_1 = 30$ ，求这对外齿轮的分度圆半径，顶圆半径及两轮的中心距离。

**解** 一对传动的齿轮，它们的模数与周节必须相同，因此由公式(3)、(4)、(6) 得

$$\text{小齿轮之分度圆半径 } R_{\theta 1} = \frac{30 \times 6}{2} = 90 \text{ 毫米};$$

$$\text{小齿轮之顶圆半径 } R_{e1} = 90 + 6 = 96 \text{ 毫米};$$

$$\text{大齿轮之分度圆半径 } R_{\theta 2} = \frac{40 \times 6}{2} = 120 \text{ 毫米};$$

$$\text{大齿轮之顶圆半径 } R_{e2} = 120 + 6 = 126 \text{ 毫米};$$

$$\text{两轮的中心距离 } A = 90 + 120 = 210 \text{ 毫米}.$$

**例 2** 有一部遗失一只齿轮的旧机器。现在需要配制这只遗失的齿轮，根据机器上与它啮合的那只齿轮，量出它的顶圆直径为 136 毫米，齿数为 15，两轮的中心距离为 260 毫米。求这只配制齿轮的尺寸。

**解** 设机器上原有的那只齿轮的齿数为  $z_1$ ，顶圆半径为  $R_{e1}$ ，分度圆半径为  $R_{\theta 1}$ 。需要配制的这只齿轮的齿数为  $z_2$ ，顶圆半径为  $R_{e2}$ ，分度圆半径为  $R_{\theta 2}$ 。先算出这对齿轮的模数，由公式(4)化为

$$m = \frac{2R_e}{z + 2}.$$

已知  $2R_{e1} = 136$  毫米， $z_1 = 15$ ，代入上式得

$$m = \frac{136}{15 + 2} = 8.$$

● 内齿轮两轮齿数之差，当  $\alpha_0 = 14\frac{1}{2}^\circ$  时为 12 齿， $\alpha_0 = 15^\circ$  时为 10 齿， $\alpha_0 = 20^\circ$  时为 8 齿。

由公式(4)化为

$$R_{\theta 1} = R_{e1} - m = \frac{136}{2} - 8 = 60 \text{ 毫米.}$$

再由公式(6)得出:

$$R_{\theta 2} = A - R_{\theta 1} = 260 - 60 = 200 \text{ 毫米.}$$

则

$$R_{e2} = 200 + 8 = 208 \text{ 毫米.}$$

$$z_2 = \frac{2 \times 200}{8} = 50.$$

渐开线齿轮的齿廓(以下渐开线齿轮简称为齿轮)是根据基圆画出。齿轮基圆的大小求法如下:图3为一对外齿轮,图中 $O_1$ 为小齿轮之轴心, $L_1$ 为小齿轮之顶圆圆周, $T_1$ 为小齿轮之根圆圆周, $U_1$ 为小齿轮之节圆圆周, $O_2$ 为大齿轮之轴心, $L_2$ 为大齿轮之顶圆圆周, $T_2$ 为大齿轮之根圆圆周, $U_2$ 为大齿轮之节圆圆周, $O_1O_2$ 为两轮之中心距离, $\bar{u}$ 为通过节点 $P$ 与 $O_1O_2$ 垂直的直线。图上 $E$ 点为一对轮齿开始接触时的一点。实际上 $E$ 、 $F$ 两点是两根直线的投影点。连接 $E$ 、 $F$ 两点,则 $EF$ 这根直线就是这一对轮齿由 $E$ 点转动到 $F$ 点时所有接触点的联线,并通过节点 $P$ ,

(证明可参考机械原理), $EF$ 称为啮合线。然后过 $O_1$ 及 $O_2$ 各作 $EF$ 的垂线交 $EF$ 之延长线 $NN'$ 上 $A$ 及 $B$ 两点。再以 $O_1$ 及 $O_2$ 为圆心, $O_1A$ 及 $O_2B$ 为半径,所画出的圆周就是这一对圆柱齿轮的基圆 $S_1$ 及 $S_2$ 。啮合线 $EF$ 与 $\bar{u}$ 的夹角称为啮合角,啮合角以

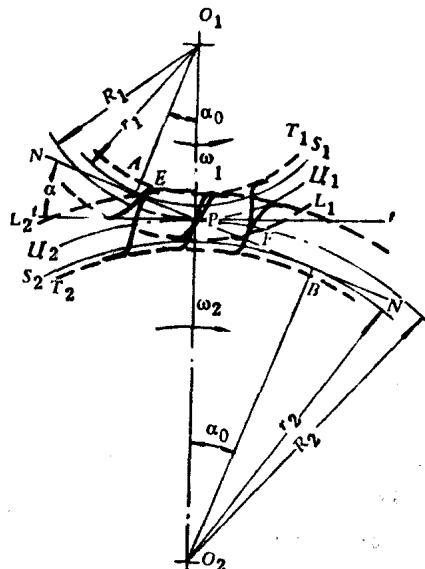


图 3

$\alpha$  表示。根据这个过程，如欲作出一对圆柱齿轮基圆的步骤是先定出两轮啮合时的啮合角  $\alpha$ ，再根据啮合角的大小作出啮合路线  $NN$ ，然后，由两轮的轴心各作啮合路线的垂直线，这两根垂直线就是这一对齿轮的基圆半径。齿轮的基圆半径以符号  $r$  表示。由图 3 得出两轮基圆半径的大小为

$$r_1 = R_1 \cos \alpha ; \quad (7)$$

$$r_2 = R_2 \cos \alpha . \quad (8)$$

啮合角  $\alpha$  的定义为一对啮合的齿轮在节点  $P$  喷合时，过节点  $P$  作两轮齿廓曲线的公共法线（即两轮基圆的公共切线），与过节点垂直于两轮的中心距离  $O_1O_2$  的垂直线  $tt'$  所成之夹角。当齿轮的齿廓不加以修正、或者两轮的中心距离保持不变，齿轮的啮合角  $\alpha$  等于齿轮的分度圆压力角  $\alpha_0$ （压力角与分度圆压力角的定义参考渐开线齿廓的计算作图法）。因此，(7)、(8) 两式应当改写为

$$r_1 = R_{\alpha_1} \cos \alpha_0 ; \quad (7a)$$

$$r_2 = R_{\alpha_2} \cos \alpha_0 . \quad (8a)$$

齿轮的分度圆压力角常用作标准渐开线齿轮（不修正齿廓）的齿廓形状，也就是用啮合角来表示标准齿轮齿廓的形状。工业上最常用的分度圆压力角有  $14\frac{1}{2}^\circ$ 、 $15^\circ$  及  $20^\circ$  三种，公制齿轮的分度圆压力角采用  $15^\circ$  及  $20^\circ$ 。通常所谓  $15^\circ$  及  $20^\circ$  压力角的标准圆柱齿轮，称为  $15^\circ$  标准圆柱齿轮或  $20^\circ$  标准圆柱齿轮；它的意思就是指分度圆压力角为  $15^\circ$  及  $20^\circ$  不修正齿廓的圆柱齿轮。计算标准圆柱各部分的尺寸与分度圆压力角的大小无关。

齿轮的重合度，参考图 3。一对啮合的齿轮的重合度就是将啮合线  $EF$  的长度被周节  $t_n$  乘以分度圆压力角  $\alpha_0$  的余弦所除，其所得之商即为重合度  $\epsilon$ ，若用公式表示则为

$$\epsilon = EF / t_n \cos \alpha_0 . \quad (9)$$

齿轮重合度的大小可以判断出一对齿轮在传动时同时有几对轮齿彼此啮合。重合度数值大，表示齿轮在传动时有一对以上的

轮齿啮合，这样负荷不会全部作用在一对轮齿上，相当于加强了轮齿的强度，并且轮齿不容易磨损，传动也比较平稳。根据苏联的规定齿轮重合度的数值至少大于 1.1，决不能小于 1。因为如重合度的数值小于 1，表示传动时当一对轮齿脱离后，第二对轮齿还没有开始接触，这样会使连续性的运动变为间歇性的运动，并且负荷全部作用在一对轮齿上，齿面容易磨耗，因而缩短了齿轮的寿命。圆柱齿轮重合度的计算公式如下：

$$\varepsilon = (\sqrt{R_{e1}^2 - r_1^2} \pm \sqrt{R_{e2}^2 - r_2^2} \mp A \sin \alpha) / t_n \cos \alpha_0, \quad (10)$$

公式中上面的符号用于外齿轮，下面的符号用于内齿轮。

当圆柱齿轮的分度圆半径为无穷大时，这个齿轮就成为齿条。由于齿条的分度圆半径为无穷大，根据公式 (7a) 及 (8a) 齿条的基圆半径也应当变成无穷大，

于是画出齿条齿廓曲线的曲率半径也等于无穷大，这是表示齿条轮齿的齿面已经不再是渐开线，而是两根直线；其齿面的倾斜角等于啮合角  $\alpha$  或分度圆压力角  $\alpha_0$ 。

(齿条的啮合角等于标准分度圆压力角)。因此齿条的齿面角等于两倍啮合角或分度圆压力角。参

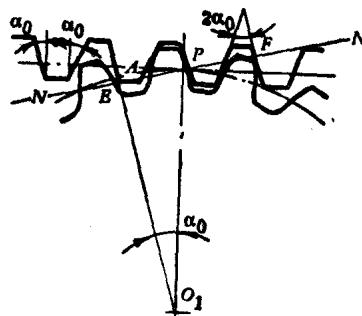


图 4

考图 4，图 4 为齿条与圆柱齿轮啮合时的情形。齿条与齿轮啮合时的重合度用下式计算：

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{R_{e1}^2 - r_1^2} - R_{\theta 1} \sin \alpha}{t_n \cos \alpha_0} + \frac{2h'}{t_n \sin 2\alpha_0}. \quad (11)$$

应用公式计算重合度不仅麻烦而且费时间，最好以一定的比例用图 3、图 4 作图法计算。当作出图后量出  $EF$  的长度，再用公式 (9) 计算。图 3、图 4 的开始接触点为大齿轮的顶圆或齿条的齿顶线与啮合线  $NN'$  的交点，最后接触点  $F$  为小齿轮的顶圆与啮合线的交点。

齿轮的传动既可以当作在基圆上的滚动，则由摩擦轮传动比的原理，得出圆柱齿轮的传动比 $i$  等于两节圆半径或转数之比。由图 3 设  $n_1$  为小齿轮之转数， $n_2$  为大齿轮之转数，则 标准 齿轮（以下标准齿轮简称齿轮）之传动比为：

$$i = \frac{R_2}{R_1} = \frac{n_1}{n_2}.$$

由公式 (3)、(7) 及 (8) 得

$$R_1 = \frac{z_1 \cdot m}{2} = \frac{r_1}{\cos \alpha}; \quad R_2 = \frac{z_2 \cdot m}{2} = \frac{r_2}{\cos \alpha}$$

$$\text{代入上式得 } i = \frac{R_2}{R_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1}. \quad (12)$$

这个公式说明渐开线齿轮的传动比，不但与两轮的节圆半径、齿数及转数成比例，而且主要与两轮的基圆半径成比例。上述渐开线齿轮的优点为：两轮的中心距离可以稍些变动而不会影响两轮原定的传动比。所谓变更两轮的中心距离，也就是等于变更两轮的节圆半径。无论是放大或缩小两轮的中心距离，变更了两轮节圆半径的大小，但并没有变更原来两轮基圆半径的大小，因此两轮还是得到很好的啮合，保持原来的传动比。这一点很重要，以后介绍避免齿轮干涉的各种方法中某几种方法，基本上与这个原理有关。

**齿轮廓的画法** 如果齿轮的精度要求不高，轮齿可以用铸造齿。因为铸造齿齿轮的精度要求不高，因此铸造齿的轮齿可以不必画成渐开线的齿廓，画成渐开线的近似曲线。这是由于渐开线的画法太麻烦，可以画成渐开线的近似曲线。铸造齿画法的种类很多，现例举两种方法于下：

**第一种方法参考图 5。**

(1) 根据所给的条件，分别画出顶圆  $L$ 、节圆  $l$ 、与根圆  $T$ 。

(2) 过节点  $P$  作直线  $\overline{NN}$  使与直线  $\overline{ll}$  之夹角为啮合角  $\alpha$ ，由齿轮轴心  $O$  点作  $NN$  线的垂线交  $NN$  线于  $A$  点。再以  $O$  点为圆心  $OA$  为半径作出基圆  $S$ ，也可以用公式 (7) 求出基圆半

径。

(3) 自节点起，在节圆上量取线段 $\widehat{Pq}$ 等于齿厚， $\widehat{Pn}$ 等于齿间。通常铸造齿的齿厚 $a' = \frac{19}{40}t_n$ ，齿间 $a'' = \frac{21}{40}t_n$ （如节圆与分度圆不重合，则节圆上的齿厚与齿间的大小不能以标准模数所对应的周节计算）。

(4) 以 $A$ 为圆心， $PA$ 为半径作圆弧交顶圆于 $C$ 点，交基圆于 $d$ 点，则 $CPd$ 曲线即为轮齿的齿廓曲线。

(5) 自基圆上 $d$ 点至根圆这一段线段，为作向轴心 $O$ 的辐射线（实际上，这段线段为延伸外摆线或延伸渐开线）。

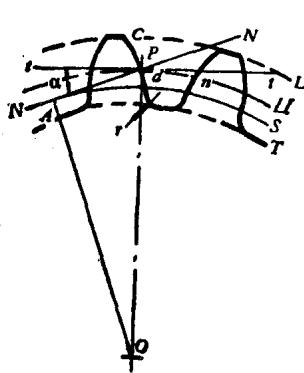


图 5

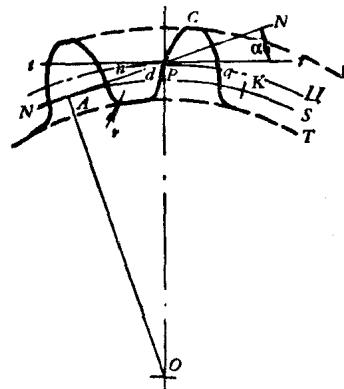


图 6

(6) 画出节圆上 $q$ 与 $n$ 两点的齿廓曲线是以 $PA$ 为半径，并在基圆上得出一点为圆心作圆弧。在基圆上当作圆心的这一点，至 $q$ 或 $n$ 的距离必须等于 $PA$ 。所作出圆弧的弧长以顶圆及基圆为极限，而自基圆以下的线段同样为向轴心 $O$ 的辐射线，并以半径 $r$ 等于 $0.2m$ 作圆弧与根圆连接。

第二种方法参考图 6。

(1) 如第一种方法画出顶圆、节圆、根圆以及基圆，并在节圆上量出齿厚及齿间。

(2) 以节点 $P$ 为圆心， $\frac{1}{4}\overline{OP}$ 为半径作圆弧与基圆相交于

K 点。

(3) 再以 K 点为圆心, PK 为半径作弧交顶圆及根圆于 C 及 d 两点。则 CPd 即为轮齿齿廓曲线。自 d 点内至根圆的线段与第一种方法相同为作向轴心 O 的辐射线, 并以 0.2m 为半径作圆弧与根圆连接。

(4) 节圆上 q 及 n 两点的曲线与第一种方法的画法类似, 为以 PK 为半径, 在基圆上得一点为圆心而画出。

以上是铸造齿齿廓曲线的画法, 同样用于铸造齿的木模就是用这种方法画出齿廓的形状。若齿轮要求较高的精度, 则轮齿必须用机械加工制造, 因此机铣齿的齿廓应当是正确的渐开线的形状。机铣齿齿廓的画法可分为二种: 第一种方法为作图法, 第二种方法为计算法。现分别介绍于下。

#### (一) 渐开线齿廓的作图法。参考图 7。

(1) 绘出齿轮的顶圆、节圆、根圆及基圆。

(2) 将基圆圆周分为一系列相等等分的圆弧如  $\widehat{12} = \widehat{23} = \widehat{34} = \widehat{45} \dots$  等, 并自各点各向轴心 O 引半径  $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5 \dots$  等。

(3) 参考图 1 渐开线的原理。自基圆上诸点各作基圆的切线, 即垂直于基圆半径的垂线,  $11' \perp O_1, 22' \perp O_2, 33' \perp O_3 \dots$ 。

(4) 自  $2, 3, 4 \dots$  诸点起在  $22', 33', 44' \dots$  诸线上截取长度  $22'', 33'', 44'' \dots$  使等于弧长  $12, 13, 14 \dots$ , 或者使等于各段的弦长  $12, 13, 14 \dots$ 。但是取弦长时必须在基圆上所取的每小段弧长  $12 = \widehat{23} = \widehat{34} \dots$  时不可大于  $\frac{1}{10}$  基圆半径, 而

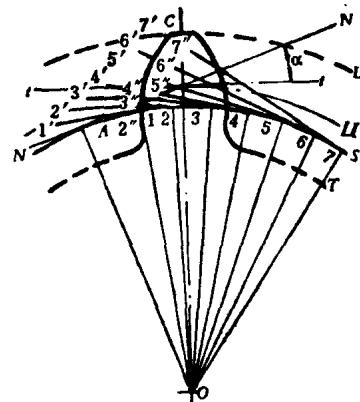


图 7

且 $\overline{12}$ 、 $\overline{13}$ ……等弦长必须为每小段弦长的总和，如截取弦长 $\overline{14}$ 必须使 $\overline{14} = \overline{12} + \overline{23} + \overline{34}$ 。假如每小段的弧长超过十分之一的基本圆半径以及直接量出各段的弦长，由于弦长与弧长的差别，当弧长愈大时，两者长度相差愈大，如此所得出之渐开线不很准确。若弧长的长度在十分之一基本圆半径以内，则弧长与弦长之差别，不会超过0.02(2%)可以用弦长代替弧长。

(5) 将1、2''、3''……诸点连接成一曲线，与顶圆相交于C点，则此曲线即为齿廓的渐开线齿面。

(6) 基圆d点内的齿廓的画法与铸造齿的画法相同，向轴心引直线，并以0.2m为半径作圆弧与根圆连接。

(7) 节圆圆周上q点或其他各点齿廓的画法同上法。但机铣齿的齿厚在理论上应该等于齿间，即 $a' = a'' = 0.5 t_n$ (当节圆与分度圆重合时)，实际上齿厚应小于齿间，其齿隙为 $\frac{1}{40} t_n \sim \frac{1}{80} t_n$ 。

(二) 渐开线齿廓的计算作图法。这个方法的主要原理是应用渐开线函数求出齿廓上各点对中心轴的座标的位置，然后连接各点得出齿廓的曲线。

当介绍这个方法之前必须先了解压力角这个名称的定义。所谓压力角就是在齿廓曲线上任意一点，过此点作该齿廓曲线的曲率半径即法线。根据以前所讨论的原理，此点之法线必然与基圆相切得出一切点，由此切点作向齿轮轴心之辐射线与原来在齿廓上的这一点引向齿轮轴心辐射线所成之夹角，这个夹角就是齿廓上这一点的●压力角。参考图8，图上 $AA_1A_2$ 是渐开线齿廓， $A_1$ 为齿廓曲线上任意一点。过 $A_1$ 点作齿廓之法线交基圆于B点，则 $OA_1$ 与 $OB$ 之夹角 $\alpha_x$ 就是齿廓上 $A_1$ 点的压力角。压力角常以字母 $\alpha$ 表示。由图8可知齿廓曲线上每一点的压力角大小彼此不等，在齿顶部分的压力角最大，愈接近齿根部分压力角愈小。假使齿

● 严格地说压力角是齿廓上一点之切线速度的方向与这点引向齿轮轴心辐射线的夹角。

廓上之一点正是齿轮分度圆与齿廓之交点，则此点的压力角称为分度圆压力角，分度圆压力角以  $\alpha_0$  代表。如齿廓上之一点为齿轮节圆与齿廓之交点，则此点的压力角称为节点压力角，节点压力角的大小与啮合角的大小相等，节点压力角也用字母  $\alpha$  代表。当齿轮的齿廓不加以修正时以及两轮的中心距离保持不变，分度圆压力角、节点压力角与啮合角三个角度的大小相等。

现在介绍应用这个方法所需要的渐开线函数的方程式。图 8 中  $O$  为基圆之圆心，已知  $AA_1A_2$  为渐开线。 $A_1$ 、 $A_2$  为渐开线上任意两点， $\alpha_x$  为渐开线上  $A_1$  点的压力角，而  $\overline{A_1B} \perp \overline{OB}$ ，由  $\triangle OA_1B$

$$\overline{A_1B}^2 = \overline{OA_1}^2 - \overline{OB}^2.$$

但

$$\overline{A_1B} = l, \quad \overline{OA_1} = r_x, \quad \overline{OB} = r.$$

所以

$$l^2 = r_x^2 - r^2.$$

由图 8  $\tan \alpha_x = \frac{\overline{A_1B}}{\overline{OB}} = \frac{l}{r} = \frac{\sqrt{r_x^2 - r^2}}{r}.$

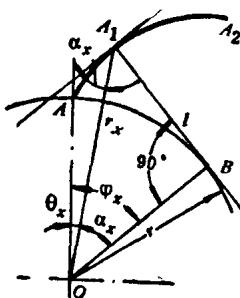


图 8

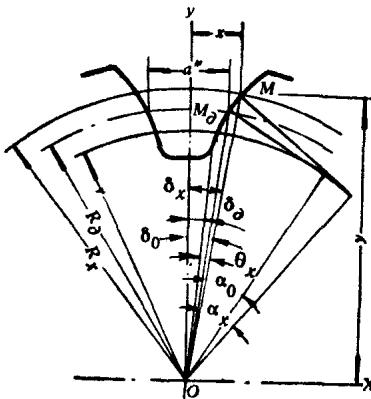


图 9

根据渐开线原理  $\widehat{AB}$  之长度应当等于直线  $\overline{A_1B}$  之长度。

但

$$\widehat{AB} = r\varphi_x, \quad \overline{A_1B} = l,$$

所以

$$r\varphi_x = l,$$

$$\varphi_x = \frac{l}{r} = \tan \alpha_x.$$