

圓容較義
方圓闡幽
弧矢啓秘

橢圓術
測天約術



測
天
約
術

陳昌齊
撰

中
華
書
局

測天約術序

古有黃赤道相準之率。大約就渾儀比量得之。無所謂算術。自元郭太史守敬始以弧矢命算。其法一出於句股。然入算必先求矢。又用三乘方。取數不易。西法以弧角八線相求。謂之弧三角法。雖亦出於句股。而能盡句股之變。又其入算也。僅一乘除。視弧矢術爲較便。然猶慮乘除之煩也。則又有八線對數比例法。易乘除爲加減。斯尤便之便者矣。弧三角形內有正角者。曰正弧三角形。無正角者。曰斜弧三角形。參伍錯綜。爲類繁多。諸算書所載。冗雜難稽。學者往往難之。今於正弧三角形約爲六法。斜弧三角形亦爲六法。其正弧三角形。則取利瑪竇之省除法。斜弧三角形。則取穆尼閣之不分線法。凡以求其簡易也。明乎此。而七政之升降出沒。經緯之縱橫交加。無不可知矣。陳昌齊自序。

測天約術

清 海康 陳昌齊 賈臣撰

正弧三角形 以下各三率法用八線表以二三率相乘一率除之得四率若用八線對數表則以二三率相加一率減之得四率

一、有正角、有所知角、有對所未知角之邊。

求所未知角。一率、全數、即正角二率、而知邊餘弦。三率、所知角正切。四率、所求角餘弦。

求對所知角之邊。一率、全數、二率、所知邊正切。三率、所知角正切。四率、所求邊正切。

求對正角之邊。一率、全數、二率、所知角餘弦。三率、所知邊餘切。四率、所求邊餘切。

二、有正角、有所知角、有對所知角之邊。

求所未知角。一率、全數、二率、所知邊正割。三率、所知角餘弦。四率、所求角正切。

求對所未知角之邊。一率、全數、二率、所知邊正切。三率、所知角餘切。四率、所求邊正切。

求對正角之邊。一率、全數、二率、所知角餘割。三率、所知邊正切。四率、所求邊正切。

三、有正角、有所知角、有對正角之邊。

求所未知角。一率、全數、二率、所知邊餘弦。三率、所知角正切。四率、所求角餘切。

求對所未知角之邊。一率、全數、二率、所知角餘弦。三率、所知邊正切。四率、所求邊正切。

求對所知角之邊。一率、全數、二率、所知邊正弦、三率、所知角正弦、四率、所求邊、正弦。
四、有正角、有所知之二邊、中無對正角之邊。

求所未知之角。一率、全數、二率、對所未知又一角之邊正弦、三率、對所求之角之邊餘切、四率、所求角餘切。

求所未知之邊。一率、全數、二率、所知之一邊餘弦、三率、所知之又一邊餘弦、四率、所求邊餘弦。
五、有正角、有所知之二邊、中有對正角之邊。

求對所未知邊之角。一率、全數、二率、對正角之邊餘切、三率、對所未知又一角之邊正切、四率、所求角餘弦。

求對所知邊之角。一率、全數、二率、對正角之邊餘割、三率、對所求之角之邊正弦、四率、所求角正弦。
求所未知之邊。一率、全數、二率、所知之一邊正割、三率、所知之又一邊餘弦、四率、所求邊餘弦。
六、有正角、有所知之二角。

求對正角之邊。一率、全數、二率、所知之一角餘切、三率、所知之又一角餘切、四率、所求邊餘弦。
求餘二邊。一率、全數、二率、所知之一角餘割、三率、所知之又一角餘弦、四率、所求邊餘弦。

以上各術、皆以全數爲第一率、所以省除。蓋八線相當之理、正弦與全數、若全數與餘割、餘弦與全數、若全數與正割、正切與全數、若全數與餘切、正弦與餘弦、若全數與餘切、餘弦與正弦。

與餘切餘割與正割若全數與正切此法之所由立也

三角形

知一角二邊中有對所知角之邊。

爲對所
知邊之
角正弦
者以三
角形不
論斜角
正角值
有一弧
者亦一
弧可以
知對弧
之角皆
以其正
弦

用三率比。既得此角。則此形有所知二角二邊矣。求又一角及邊。用後法。

二、有所知一角二邊。中無對所知角之邊。

求餘角餘邊法。先以所知二邊相併。半之。餘弦爲一率。相減。半之。餘弦爲二率。所知角半之。餘切爲三率。求得四率。爲所未知二角之半正切。又以所知二邊相併。半之。正弦爲一率。相減。半之。正弦爲二率。所知角半之。餘切仍爲三率。求得四率。爲所未知二角之又半正切。兩得數相加。爲對所知大邊之角。相減。爲對所知小邊之角。求得此二角。則此形有三角二邊矣。求所未知之邊。用後法。

三、有所知二角。有對所知角之一邊。

求餘角餘邊。先以對所知邊之角。正弦爲一率。所知邊。正弦爲二率。對所求邊之角。正弦爲三率。求得四率。爲對所知角之邊。正弦。既得此邊。則此形有二角二邊矣。求對所未知角之邊。以所知二角相減。半之。正弦爲一率。所知二角相併。半之。正弦爲二率。所知二邊相減。半之。正切爲三率。求得四率。爲所求邊之半正切。倍之。爲所求邊。求又一角。用前法。

四、有所知二角。有對所未知角之邊。

求餘角餘邊法。先以所知二角相併。半之。餘弦爲一率。相減。半之。餘弦爲二率。所知邊半之。正切爲三率。求得四率。爲所未知二邊之半正切。又以所知二角相併。半之。正弦爲一率。相減。半之。正弦爲二率。所知邊半之。正切爲三率。求得四率。爲所未知二邊之又半正切。兩得數相加。爲對所知大角之邊。相

減。爲對所知小角之邊。求所未知角。用前法。

五、有三邊。

求三角法。任指一角。爲所求之角。以所求之角兩腰。二角旁。正弦相加。爲一率。兩腰之較。以兩腰相減餘數。與所求之角對邊。一相加。一相減。各半之。取兩正弦相加。爲二率。倍全數。全數一倍。爲三率。求得四率。半之。爲所求角之半弧。正弦。倍弧。爲所求角。既得此角。則此形有三邊一角矣。求餘二角。用前法。

六、有三角。

求三邊法。以三角各與半周相減。用其餘度。是爲有三角形。爲有三邊形。用上法求之。得角度。卽爲邊之度。

右測天約術一卷。國朝海康陳昌濟賓臣撰。按先生乾隆辛卯翰林。官浙江溫處道。事蹟具見阮通志。儀徵太傅原聘總纂志事。草稿略定。歸二十五日而卒。補傳焉。從祀郡縣學鄉賢。登雲山房文稿。稱先生於學無所不窺。天文、歷算、樂律、音韻尤爲洞悉。有書數萬卷。自少至耄。未嘗一日不觀。所相與切劘者曰紀相國昀、陸學士錫熊、朱學士筠、戴檢討震、錢少詹大昕、王侍御念孫、邵學士晉涵、陸費宮詹曄、曹學士仁虎、暨任子田大椿、沈雲椒初、周駕堂厚齋、程魚門晉芳諸君子。皆當世碩學。先生上下其間。博考衆南。學益宏以深。書局之設也。以先生精天文。遂爲總纂官。擢巡道之歲。欽天監以推日食秒分不準。奏言歷法當改。戴可亭相國時爲少宗伯。欲奏留改定其法。先生辭以精力不足。遂止。又嘗謂黃石齋三易洞璣所推平交中交。按之大明歷法。俱不合。不知先生立法爲何也。阮通志稱先生嘗著有天學勝說。及是書。而是書尤簡要。爲渾天家所必須。特重梓之。道光庚戌夏至後五日。後學伍崇曜謹跋。