

XIANDAIJIAN  
ZHUGONGCHENG  
ZHITUDUOMEITI  
XILIECONGSHU

现代建筑工程制图多媒体系列丛书

# 画法几何学

范存礼 亓育岱 王兆文 王 前 编著



中国建筑工业出版社

现代建筑工程制图多媒体系列丛书

# 画 法 几 何 学

范存礼 元育岱 王兆文 王 前 编著

中国建筑工业出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

画法几何学/范存礼等编著. —北京: 中国建筑工业出版社, 2002

(现代建筑工程制图多媒体系列丛书)

ISBN 7-112-05272-6

I . 画... II . 范... III . 画法几何 IV . 0185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 060645 号

本书由《画法几何学》和配套光盘组成。书中以简要文字和插图阐述了画法几何的基础知识、基本原理、作图过程和作图方法等。运用计算机多媒体技术将精选后的文字、声音、图片、动画、视频等有机结合，扩展和延伸了书中的主体内容，增加了信息量，创建了有利教学和学生自学、便于操作、生动、真实地展现画法几何学原理和作图方法的光盘。

**现代建筑工程制图多媒体系列丛书**

**画法几何学**

范存礼 元育岱 王兆文 王前 编著

\*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店 经销

北京市昌平新兴胶印厂印刷

\*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 8 1/2 字数: 207 千字

2002 年 8 月第一版 2002 年 8 月第一次印刷

印数: 1—3000 册 定价: 29.00 元 (含光盘)

ISBN 7-112-05272-6  
TU · 4922 (10886)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.china-abp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

## 前　　言

现代建筑工程制图多媒体系列丛书一套，包括《画法几何学》、《建筑阴影与透视》和《建筑工程制图》等。本书是作者在多年教学实践的基础上，针对《画法几何学》教学中存在的问题，按照面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的要求，依据建构主义理论，运用计算机多媒体技术，对精选的教学内容精心整合，将文字、声音、图片、动画、视频等各种元素进行合理选择设计和有机组合，构建了一种虚拟现实的教学情景，扩展和延伸了书中的主体内容，不但增加了信息量，而且可以生动、形象地展示画法几何学的基本原理、作图过程和方法。从而可以提高教学效率和效果；既可以直接用于课堂教学，也适用于学生自学。

本书分为《画法几何学》多媒体教学系统光盘和配套的教学参考书。书中以简明的文字和插图阐述了画法几何学的基础知识、基本理论、作图过程和方法。

本书自 1997 年开始研制开发以来，在教学中试用多年，先后进行了三次重大修改，并于 1999 年获中国建设教育协会电化教育研究会 CAI 课件二等奖；2001 年获山东省优秀教学成果三等奖。

本书可供工科各专业学生和教师使用，也可供相关工程技术人员参考。

本书由范存礼策划、主编。亓育岱任副主编。本书在试用过程当中得到了山东建筑工程学院教学督导员、学生和制图教研室的老师的鼓励和支持，并提出了许多宝贵的意见，我们在此表示衷心的感谢！

由于水平所限，加之运用计算机多媒体技术进行教学尚属新生事物，缺点和错误在所难免，敬请各位读者批评指正。

编　者  
2002 年 8 月于济南

# 目 录

第1章 绪论 .....	1
§ 1-1 引言 .....	1
§ 1-2 投影基础 .....	2
第2章 点的投影 .....	10
§ 2-1 点的两、三面投影 .....	10
§ 2-2 两点的相对位置 .....	11
§ 2-3 特殊位置上的点 .....	13
第3章 直线的投影 .....	15
§ 3-1 一般位置直线的投影 .....	15
§ 3-2 特殊位置直线的投影 .....	17
§ 3-3 直线上的点 .....	20
第4章 两直线的相对位置 .....	23
§ 4-1 两直线平行 .....	23
§ 4-2 两直线相交 .....	25
§ 4-3 两直线交叉 .....	28
§ 4-4 两直线垂直 .....	29
第5章 平面的投影 .....	32
§ 5-1 平面的表示法 .....	32
§ 5-2 特殊位置平面 .....	33
§ 5-3 平面上的点和直线 .....	36
第6章 直线、平面的相对位置 (1) .....	41
§ 6-1 平行关系 .....	41
§ 6-2 相交关系 .....	45
第7章 直线、平面的相对位置 (2) .....	50
§ 7-1 垂直关系 .....	50
§ 7-2 举例 .....	55
第8章 点、线、面综合题及其解法 .....	57
§ 8-1 解题的一般步骤 .....	57
§ 8-2 解题方法 .....	57
第9章 投影变换 (一) .....	62
§ 9-1 引言 .....	62
§ 9-2 变换投影面法 (换面法) .....	63
§ 9-3 举例 .....	66
第10章 投影变换 (二) .....	69
§ 10-1 旋转法 .....	69
§ 10-2 举例 .....	73

第 11 章 平面立体	.....	75
§ 11-1 平面立体的投影	.....	75
§ 11-2 立体表面的点、直线	.....	77
§ 11-3 平面、直线与立体相交	.....	79
第 12 章 两立体相交（一）	.....	83
§ 12-1 相贯线的求解	.....	83
§ 12-2 同坡屋顶的投影	.....	86
第 13 章 曲线、曲面（一）	.....	90
§ 13-1 曲线	.....	90
§ 13-2 曲面概述	.....	92
§ 13-3 直线曲面	.....	94
§ 13-4 回转面	.....	96
第 14 章 曲面（二）	.....	102
§ 14-1 切平面	.....	102
§ 14-2 螺旋线和螺旋面	.....	105
第 15 章 平面、直线与曲面立体相交	.....	109
§ 15-1 平面与曲面立体相交	.....	109
§ 15-2 直线与曲面立体相交	.....	112
第 16 章 两立体相交（二）	.....	116
§ 16-1 平面立体与曲面立体相交	.....	116
§ 16-2 两曲面立体相交	.....	118
第 17 章 轴测投影	.....	124
§ 17-1 轴测投影的基本概念	.....	124
§ 17-2 体轴测投影图画法举例	.....	127

# 第1章 絮 论

## § 1-1 引 言

### 1.1.1 画法几何学所研究的对象

画法几何学是几何学的一个分支，是专门研究三维空间形体在二维平面介质上的投影理论和方法，并用以解决实际工程问题的科学。

这门学科由法国学者蒙日 (G. Monge 1746~1818) 于 1795 年创立；1920 年由萨本栋、蔡元培引入我国。它通常采用图示法和图解法来进行研究。

#### 1. 图示法

研究用投影法将三维空间几何元素（点、线、面）的相对位置及其几何形状表示在二维图纸上。

#### 2. 图解法

研究在平面上用作图方法解决空间几何问题。

### 1.1.2 本课程的任务

1. 学习平行投影的基本理论，着重掌握正投影法的原理和应用，了解轴测投影的基本知识，并掌握其基本画法。

2. 培养空间几何形状的图解能力，掌握作图解决空间定位问题（平行、相交、从属关系等）和度量问题（距离、角度、实形）。

3. 培养空间想象能力和空间思维能力。

### 1.1.3 本课程的学习方法

1. 关键是尽快认识运用投影方法研究、解决问题的方法。

(1) 在学习图示法时，必须把投影分析与几何元素、几何形体的空间形象结合起来，建立起投影图形与空间形象间的对应关系。这里重点是习惯于空间形象的想象。

(2) 在学习图解法时，还要提高空间逻辑思维能力，亦即通过对几何元素在空间相互关系的推理过程，设计出解题方案，然后在投影图上解决定位和度量问题。无论是静态的想象还是动态的思维，均属于形象思维方式。在学习过程中，要善于使用这种思维方式。

2. 掌握学习方法，提高空间想象力，是一个渐进的过程，这是一个艰苦的过程，只要能够根据自己的经验，理论联系实践，不断总结，不断努力，就一定能够完成课程任务。

3. 画法几何学的另一个特点就是其实践性。理论上似乎已经解决的问题，还需要在投影作图实践中加深和巩固，因此必须认真完成必要的作业，才能真正掌握课程内容。

## § 1-2 投影基础

### 1.2.1 投影的形成

#### 1. 影子的形成

物体在阳光或灯光（光线）照射下，就会在地面上或物体表面上产生影子。如图 1 所示，一个空间立方体在 S 方向的平行光照射下落影在 P 平面上为六边形。

#### 2. 投影的概念

上述成影过程经过人为的定义，为工程实践建立了本书所讲述的投影系统。

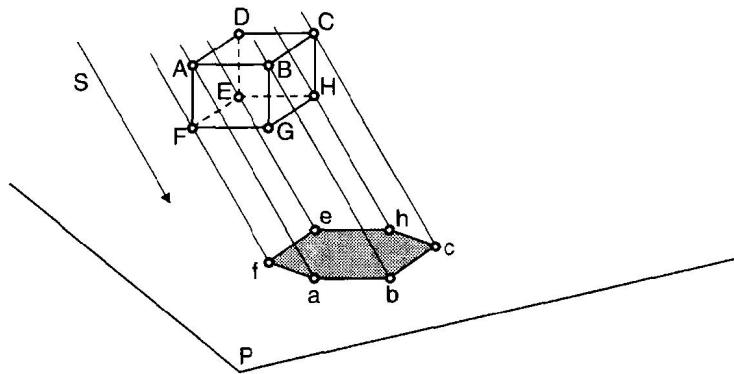


图 1 影子

定义 1：所有的投影必须落在平面上，如图 2 中的 P 平面；

定义 2：投射线具有穿透力，如图 2 中的空间立方体上的 D 点透过该立方体后投影到 P 平面上为 d。

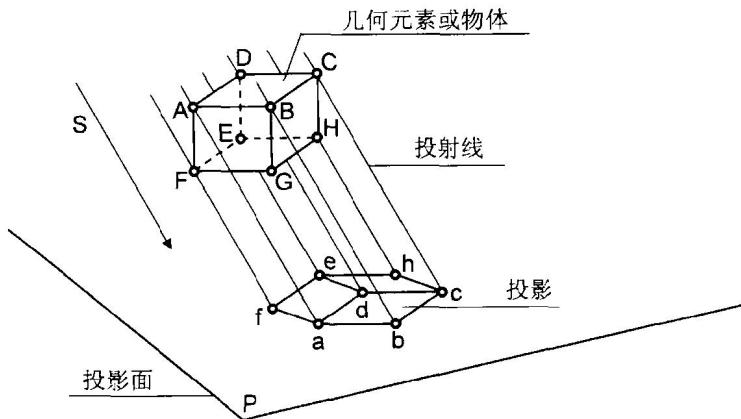


图 2 投影

3. 投影常用术语：投影面，投射线，几何元素或形体，投影，如图 2 所示。

### 1.2.2 投影种类

#### 1. 中心投影

汇交于一点的投射线所形成的投影称为中心投影。如图 3 中空间直线 AB 在以 S 点为

投射中心的中心投影中，在 P 平面上的投影为直线 ab。

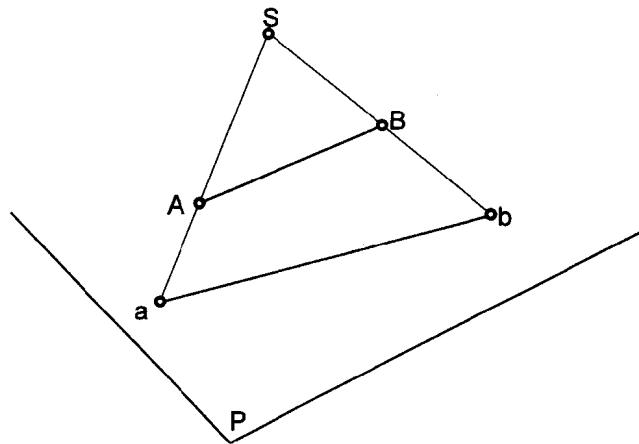


图 3 中心投影

## 2. 平行投影

相互平行的投射线所形成的投影称为平行投影。它包括正投影和斜投影。

(1) 正投影：垂直于投影面的投射线所形成的投影。如图 4 所示空间直线 AB 在投影面 P 上的投影 ab。

(2) 斜投影：与投影面斜交的投射线所形成的投影。如图 4 所示空间直线 CD 在投影面 P 上的投影 cd。

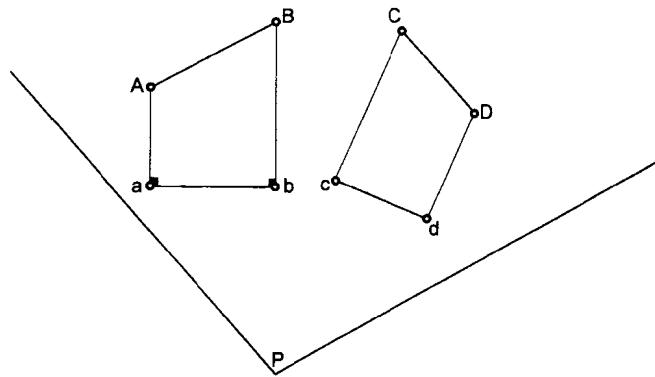


图 4 平行投影

### 1.2.3 平行投影的基本知识

#### 1. 同素性

(1) 点的投影是点。如图 5 中空间一点 A 在 P 平面上的投影为点 a。

(2) 直线的投影一般情况下是直线。如图 5 中空间直线 BD、BC、CD 在 P 平面上的投影分别为直线 bd、bc 和 cd。

(3) 平面的投影一般情况下形成与原平面相类似的平面图形。如图 5 中三角形平面 BDC 在 P 平面上的投影为三角形 bdc。

#### 2. 积聚性

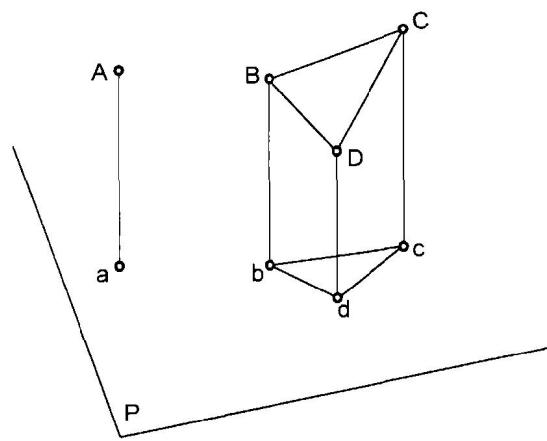


图 5 同素性

(1) 当直线与投射线平行时，其投影积聚为一点。如图 6 中的空间直线 KL 垂直于投影面 P，与投射线同向，因此它在 P 平面上的投影积聚为一点 kl。

(2) 当平面与投射线平行时，其投影积聚为一条直线。如图 6 所示垂直于 P 平面的平面 ABCD 的 P 面正投影积聚为直线 acbd。

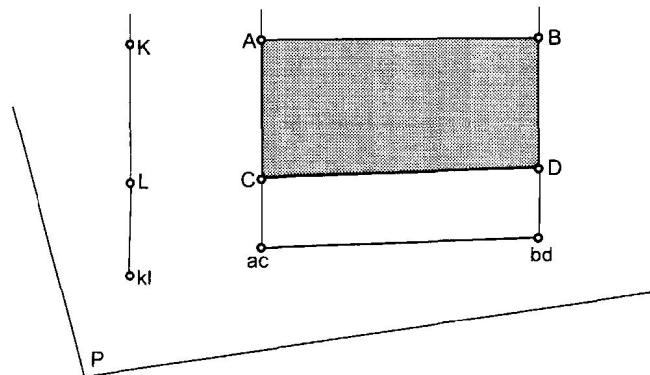


图 6 积聚性

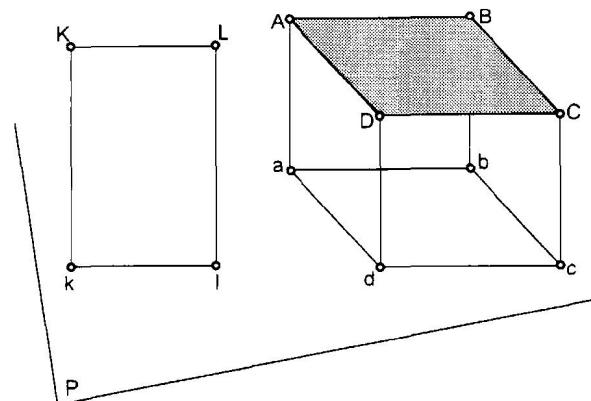


图 7 全等性

### 3. 全等性

(1) 当直线平行于投影面时，其投影反映实长。如图 7 中的  $KL = kl$ 。

(2) 当平面平行于投影面时，其投影反映实形。如图 7 中的  $ABCD = abcd$ 。

### 4. 从属性

(1) 若点在直线上，则该点的投影必在该直线的投影上。如图 8 中的 M 点。

(2) 若点或直线在平面上，则该点或该直线的投影必在该平面的投影上。如图 8 中的 A 点或直线 AD。

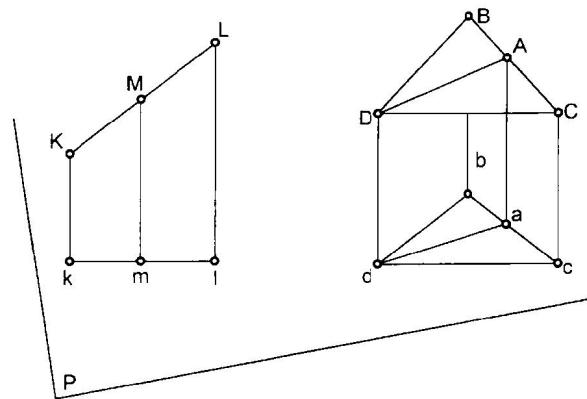


图 8 从属性

### 5. 平行性

(1) 空间相互平行的直线，其同名投影必定互相平行。如图 9 中的直线 AB 与直线 DE。

(2) 空间相互平行的平面，其同名投影必定互相平行。如图 9 中的三角形 ABC 与三角形 DEF。

(3) 空间相互平行的直线与平面，其同名投影必定平行。如图 9 中的直线 AB 与三角形 DEF。

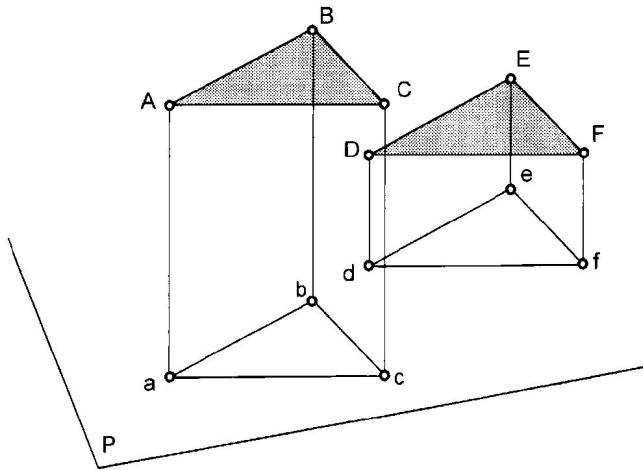


图 9 平行性

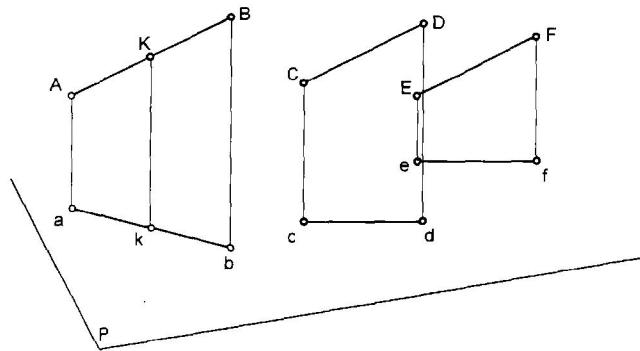


图 10 分比性（定比性）

#### 6. 分比性（定比性）

- (1) 空间直线上各线段投影后，其相互间比例不变。如图 10 中的 AK 与 KB。
- (2) 空间平行直线投影后，其相互间比例不变。如图 10 中的平行两直线 CD 与 EF。

#### 7. 相仿性

一般情况下，空间平面图形的投影与原平面图形相仿。如图 11。

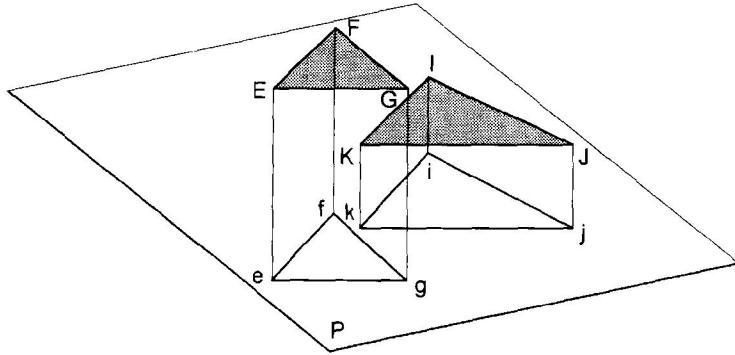


图 11 相仿性

#### 1.2.4 工程上常用的几种投影图

工程上常用的投影图有正投影图、轴测投影图、标高投影图、透视投影图。

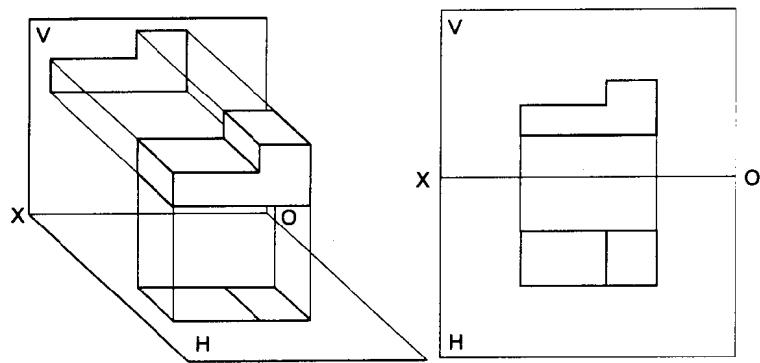
1. 正投影图（如图 12）。
2. 轴测投影图（如图 13）。
3. 标高投影图（如图 14）。
4. 透视投影图（如图 15）

#### 1.2.5 形体的正投影图

##### 1. 形体的两面投影图

如图 16 所示，两个不同形体的两面正投影，其投影结果是相同的。很显然，空间形体的两面投影图一般情况下难以准确表达其空间形态的惟一性，通常需要对形体进行三面投影。

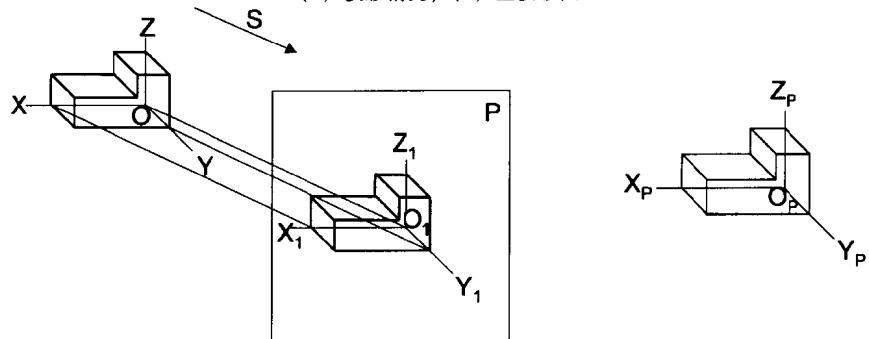
##### 2. 形体的三面投影图



(a)

(b)

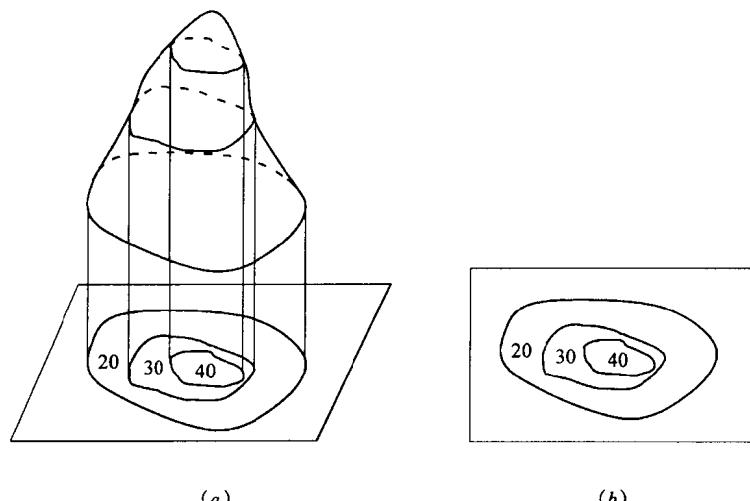
图 12 正投影图  
(a) 投影情况; (b) 正投影图



(a)

(b)

图 13 轴测投影图  
(a) 投影情况; (b) 轴测投影图



(a)

(b)

图 14 标高投影图  
(a) 投影情况; (b) 标高投影图

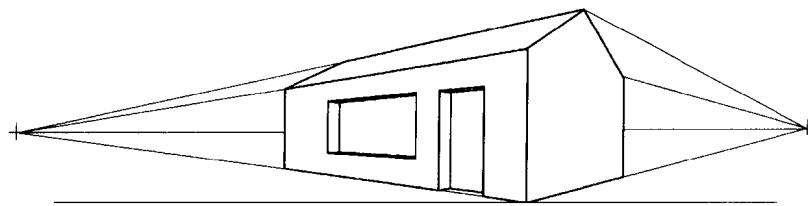


图 15 透视投影图

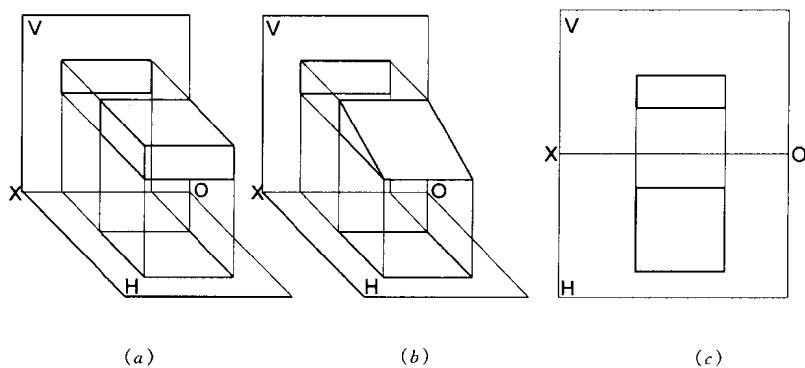


图 16 形体的两面投影图

(a) 投影情况 1; (b) 投影情况 1; (c) 正投影图

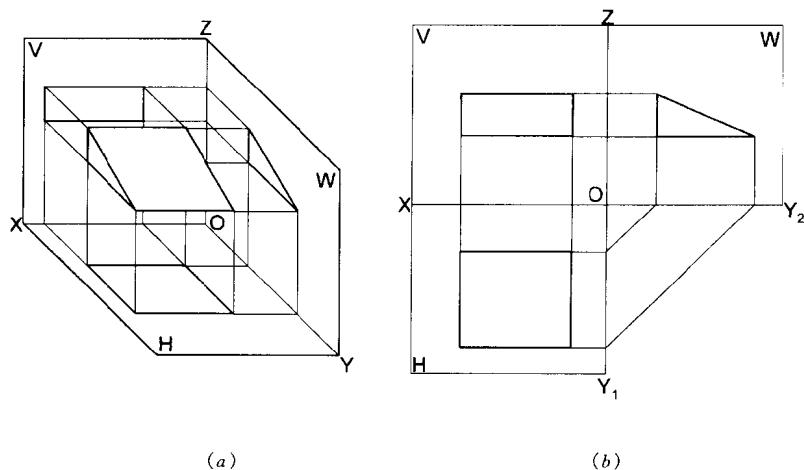


图 17 形体的三面投影图

(a) 投影情况; (b) 投影图

如图 17 所示, 空间形体的三面正投影图准确地表达了其空间形态的惟一性。

### 3. 形体的三面投影关系 (见图 18)

每个物体都用 3 个投影图分别表示其 3 个侧面, 所以 3 个投影图之间既有区别又有联系, 他们之间具有“三等”关系, 即: 长对正, 高平齐, 宽相等。

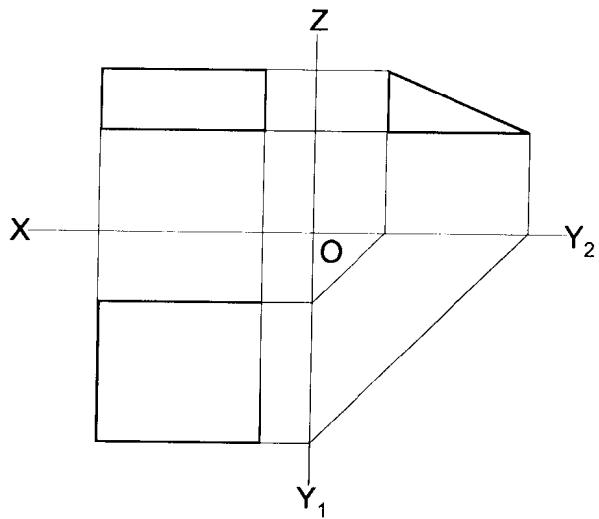


图 18 形体的三面投影关系

## 第2章 点的投影

空间形体可以概括为无数个点的集合，而其投影则可认为是形体上关键点的投影的有序连接，因此空间点的投影规律是研究空间形体投影的基础。

### § 2-1 点的两、三面投影

#### 2.1.1 点的两面投影

如图 19 所示，空间点 A 在 V、H 面的投影分别为  $a'$  和  $a$ 。在正投影的条件下， $a'$  和  $a$  位于 OX 轴的同一垂直线上。很显然该点的两面投影仅能反映该点到 H、V 面的距离，尚不能完全反映空间点的三维向量。

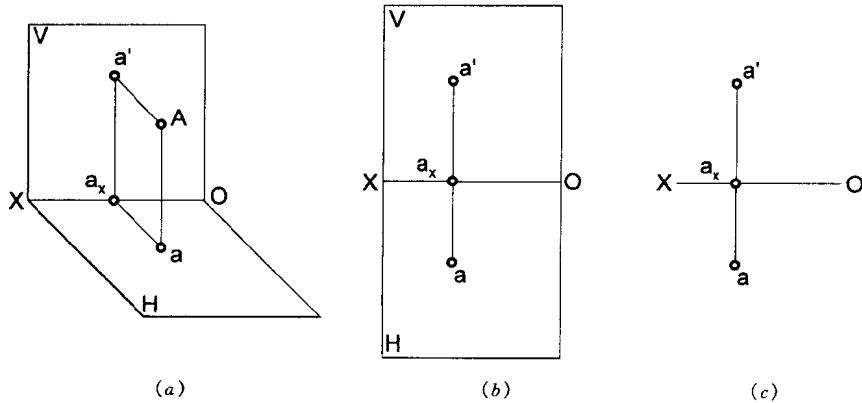


图 19 点的两面投影  
(a) 空间状况; (b) 展开图; (c) 投影图

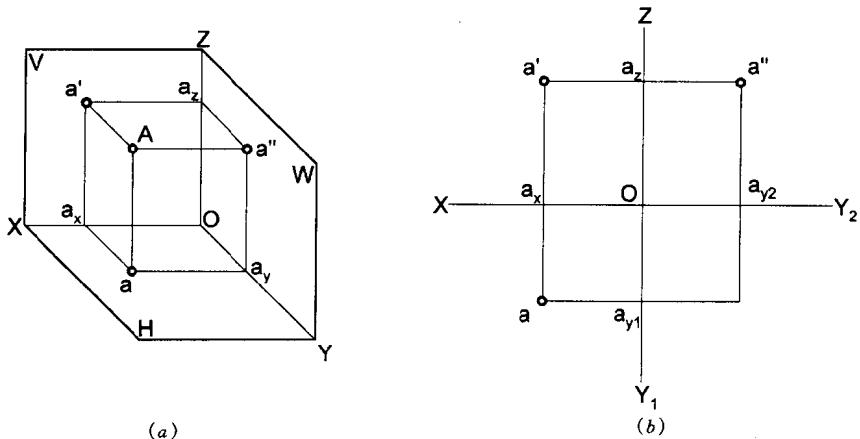


图 20 点的三面投影  
(a) 空间状况; (b) 投影图

### 2.1.2 点的三面投影

如图 20 所示，空间点 A 在 H、V、W 面上的投影分别为  $a$ 、 $a'$  和  $a''$ ，它们分别反映了该点到 3 个投影面的距离，完全反映了空间点 A 的三维特性。

## § 2-2 两点的相对位置

### 2.2.1 一般位置

如图 21 所示，空间点 A、B 的三面投影  $a$ 、 $a'$ 、 $a''$  和  $b$ 、 $b'$ 、 $b''$  之间呈现为随机性，表现了 A 点较 B 点偏高、靠后和居左的位置偏差，这是空间形体上点的一般位置状态。

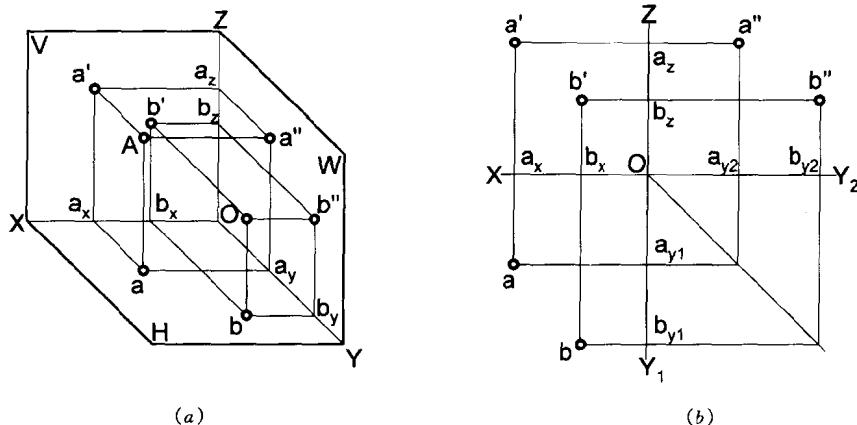


图 21 两点的相对位置

(a) 空间状况；(b) 投影图

### 2.2.2 特殊位置

#### 1. 等偏点

如图 22 中 A、B 两点的投影所示， $a$ 、 $a'$  与  $b$ 、 $b'$  位于 OX 轴的同一条垂直线上，这表明该两点与 W 面是等距的。很显然， $a''$  与  $b''$  之间的距离反映了空间点 A 与 B 之间的实际距离。这一特性经常用于作图实践。处在这样位置上的点，通常称为等偏点。

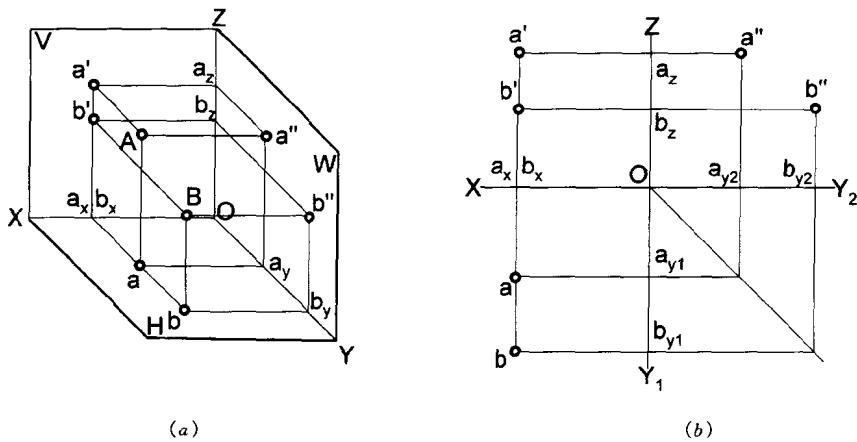


图 22 等偏点

(a) 空间状况；(b) 投影图