



• 机械工人进修丛书 •

# 齿 轮

丁爵曾 编



安徽人民出版社

# 齒 輪

丁爵曾 編

安徽人民出版社出版(合肥市金路寨)

安徽省书刊出版业营业許可證出字第2号

安徽印刷厂印刷 安徽省新华書店

开本：787×1092毫米 1/32 印張： 3 1/2 版數： 67

1960年4月第1版

1960年4月合肥第1次印刷

印數：1—2,000冊

統一書號：15102·64

定 价：(7) 0.28元

## 內容介紹

齒輪是最重要的機械零件，應用非常廣泛，任何機器都非有齒輪不可。本書以流暢的文字，淺顯的道理介紹了齒輪傳動的原理，漸開線齒輪的畫法、計算和製造，輪齒破壞的原因，對各種齒輪的特點和齒輪系的應用也作了講述。本書適合廣大機械工人閱讀。

## “机械工人进修丛书”例言

在党的社会主义建設總路線的光輝照耀下，机械工业正在一日千里地发展着。广大机械工人意气奋发，干勁冲天，掀起了大搞技术革命的群众运动。他們迫切要求提高操作技术，掌握先进操作方法。这一套丛书的出版，正是为了帮助他們提高操作技术和有关理論知識，推动技术革命。

这一套丛书的特点是实际操作方法多，而且介紹了一些先进的操作方法和經驗，并从理論上加以說明；理論知識的介紹，簡明扼要，通俗易懂，因此，适合有一些基本知識的工人同志閱讀。

这一套丛书，包括机械工业的各个方面，以后将續出版。

## 目 录

第一 节	开头的話.....	1
第二 节	怎样完成齒輪傳動.....	3
第三 节	怎样形成漸開線齒形.....	9
第四 节	齒輪的种类.....	12
第五 节	齒輪各部分的名称和标准的漸開線齒輪.....	15
第六 节	漸開線齒輪的嚙合特性.....	19
第七 节	怎样画漸開線齒輪.....	24
第八 节	怎样制造漸開線齒輪.....	34
第九 节	修正的漸開線齒輪.....	43
第十 节	圓柱斜齒輪的特点.....	53
第十一节	圓錐直齒輪的特点.....	62
第十二节	蝸輪傳動的特点.....	67
第十三节	齒輪系的用途和計算.....	73
第十四节	齒輪的牙齿是怎样破坏的.....	84
第十五节	輪齒強度計算簡述.....	88
第十六节	齒形的新发展.....	93

## 第一节 开头的話

齒輪是应用最广的一种傳动机构，差不多所有的現代机器中都有齒輪。金属切削机床、飞机、汽車、軋鋼机、汽輪机、卷揚机、电鍍、起重吊車、电动計算机、钟表、千分表和很多其他机器或仪器中都非有齒輪傳动不行。

齒輪的主要用途是把旋轉的运动从一个軸(主动軸)傳送到另外一个軸(从动軸)上；如果是齒輪和齒条的傳动，那么就可以把旋轉运动变为往复运动。这种齒輪和齒条的傳动，应用也相当广泛，例如机床变速箱中滑动齒輪的移动、工具机床的纵向进刀机构、測量仪器和显微鏡中光学镜头位置的調整，都需要应用。

齒輪的发展已經有了两千多年历史，我国汉朝时代所发明的指南車和晋朝以前所发明的記里鼓車<sup>①</sup>中都应用了整套的齒輪。古代的齒輪是用木材制造的，直到現在，我們还能在老式的水車上看到，在木輪的周圍裝上一些木梢，就成为木制齒輪的牙齿。但是木制齒輪磨損得很快，不能傳动較大的动力，牙齿的形状也是随意制成的，因此在傳递运动时很不平稳。

随着冶金工业的发展，到 18 世紀，在軋鋼机架上开始应用鑄造的齒輪。鑄造齒輪的牙齿部分是和輪子同时鑄成的，不再經過任何加工，所以只能用在一些粗糙的机器上。

1709~1712 年著名的俄罗斯机械师納尔托夫制造的第一

<sup>①</sup> 指南車上有木人，不論车子怎样变换方向，它的手臂始終指着南方。記里鼓車上有两个木人，每人执一木槌，車行一里，一人击鼓；車行 10 里，另一人击鼓。

台金属切削机床，采用了經過加工的齒輪。牙齿經過加工以后，齒輪的质量大大提高了。同时，为了减小齒輪的尺寸，开始采用强度較高的材料——鋼来制造齒輪，于是傳动更为紧凑了。

隨着机器制造工业的不断发展，机器变得动力更大和速度更快，对于齒輪傳动的要求也不断提高了。例如，海船上的汽輪机，在上一世紀末期，齒輪傳动的动力已經超过 10000 馬力，齒輪的圓周速度已經达到 12 米/秒。

在現代机器中，齒輪傳动应用范围之广，可以用下面的数字来表明：齒輪傳动的动力从 0.01 到 50000 馬力；齒輪的圓周速度从 0.03 到 140 米/秒；齒輪的直徑从 3~4 毫米到 12 米；模数是表示牙齿大小比例的一个数值，有些齒輪的模数只有 0.07 毫米，而在重型大动力的机器中，齒輪的模数可以大到 50~70 毫米。

齒輪傳动的应用所以如此广泛，是由于它具有下面所述的显著优点：

(1) 主动軸与从动軸的轉数之比(这个比值叫做傳动比)能保持固定不变。这是一个很重要的优点，因为很多机器都有这样的要求。

(2) 齒輪的体积小，寿命长，傳动效率比較高。加工精度很高的齒輪，效率可以达到 99%。

(3) 齒輪傳动使用方便，平时的管理和維护也很简单。

在本书中，我們將討論齒輪啮合的基本原理、制造圓柱齒輪的現代方法、齒輪傳动的基本設計与計算等問題。

## 第二节 怎样完成齒輪傳動

圓柱齒輪傳動的起源，可以从两个光滑的圓柱体靠摩擦力来相互轉动談起。图 1 的两个光滑圓柱体表面相接触的地方，是很窄的平面，理論上只是一条直線。在这种情形下，不容易产生足够的摩擦力来傳递即使很小的动力，所以主动圓柱免不了要沿着从动圓柱的表面打滑，而它們的傳動比也不可能固定。为了消除这种現象，在圓柱表面上做一些正确地依次排列的凸块，于是形成了牙齿和齒間槽。工作的时候，一个齒輪的牙齿插入另一个齒輪的齒間槽，靠着主动輪牙齿的側面将压力加在从动輪牙齿的側面上来傳递旋轉运动。这样傳递运动的輪子就叫做齒輪，如图 2。

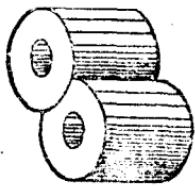


图 1



图 2

齒輪是一种旋轉物体，它均匀地等速旋轉着。虽然它的旋轉速度不变，但是齒輪上离开中心距离不同的各个点，将要以不同的直線速度移动，离开中心距离愈远的点，直線速度愈快。就象整齐的游行行列轉弯一样，把每一排的一端当做回轉中心，这一端的人在轉弯时几乎站在原地不动，可是在这一排另外一端的人，为了保持行列的整齐 必須要加大步伐，加快速度。齒輪的

轉動也是一样，它的中心的速度等于零，而牙齿頂部的直線速度要比牙齿底部大一些。

根据上面所說，旋轉物体上各点的直線速度与这个物体的旋轉速度之間的关系，可以用下面的公式来表明：

$$V_A = R_A \omega \quad (1)$$

式中：  $V_A$  旋轉物体上  $A$  点的直線速度

$R_A$   $A$  点到旋轉物体中心的距离(半徑)

• 旋轉物体的旋轉速度

从这个公式可以很清楚地看出，旋轉物体上某一点的半徑越大，它的直線速度就越快。

直線速度的方向應該与半徑垂直。

齒輪傳動的傳動比是固定不变的。設想有一对齒輪，主动齒輪有 10 个牙齿，从动齒輪有 30 个牙齿，因为主动齒輪轉过一个牙齿，从动齒輪也同样的轉过一个牙齿，所以主动齒輪轉三圈，轉过了 30 个牙齿，从动齒輪也要轉过 30 个牙齿，恰好轉一圈，它們的傳動比等于 3，是固定不变的。

齒輪的傳動比用  $i$  来代表，那末，齒輪傳動的傳動比是：

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (2)$$

式中：  $n_1$  主动齒輪每分钟的轉數

$z_1$  主动齒輪的齒數

$n_2$  从动齒輪每分钟的轉數

$z_2$  从动齒輪的齒數

公式(2)表明：一对齒輪傳動时，轉數与齒數成反比。

可是要正确地完成齒輪傳動，牙齿必須有严格規定的齿形。

我們想象一下，假使齒輪的牙齿是任意形状的，如图 3 所示，主动齒輪和从动齒輪的牙齿侧面是成直線的，那么，它們將怎样工

作呢？

图 3 表示齿輪啮合在三个不同位置的一刹那的情形。在第一个位置，主动齒輪的牙齿侧面压在从动齒輪的齒尖上，把旋转运动傳給从动齒輪，牙齿的接触点沿着主动齒輪的牙齿侧面向着牙齿底部的 A 点移动，这时，主动齒輪的有效半徑漸漸減小，所以从动齒輪的旋转速度不断減低。在第二个位置，两个齒輪的牙齿侧面重合，在这一刹那，接触点从主动齒輪牙齿底部的 A 点移到顶部的 B 点，这时主动齒輪的有效半徑很快加大，因而从动齒輪的旋转速度就突然加快。到第三个位置时，主动齒輪的齒尖沿着从动齒輪牙齿侧面向外移动，它的有效半徑又漸漸減小，于是从动齒輪的旋转速度又不断減低。

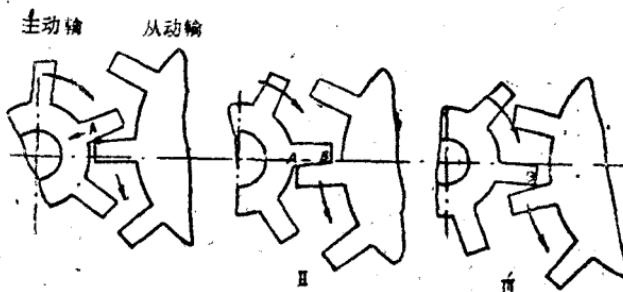
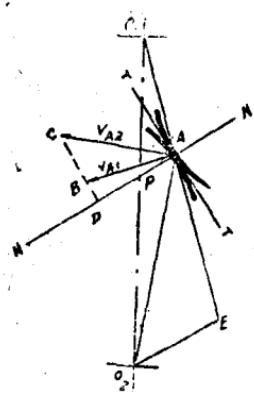


图 3

从上面的討論可以看出，采用这种任意齿形的齒輪，虽然就齿数的关系來說，它們在一定時間內，傳動比还是固定的，但是在傳動過程的每一刹那間，从动齒輪的速度却在起伏波动的變化着。这种不均匀的轉動是机器所不允許的。車床上要是采用这种齒輪來傳動，車头一定轉得快慢不匀，一会儿进刀多，一会儿进刀少，这样做出来的产品，准是个廢品。所以要使齒輪傳動均匀，齿形就不能隨隨便便，它必須合乎一定的規律才行。

為了說明齒輪的側面齒形應該符合什么样的規律，我們必



須从两个齒輪旋轉速度之間的關係、轉數之間的關係談起。

假設两个齒輪的牙齒側面接觸在  $A$  点，如圖 4。經過  $A$  点画一条直線  $T-T$ ，它与两个牙齒側面只接觸在  $A$  点，而沒有其他任何的点再与牙齒側面接觸，这样的直線叫做牙齒側面的公切綫。再从  $A$  点画一条与公切綫  $T-T$  垂直的直線  $N-N$ ，这样的直線叫做牙齒側面的公法綫①，它就是主动齒輪 1 推動從動齒輪 2 的压力綫。

因为  $A$  点是两个齒輪的牙齒接觸点，所以  $A$  点既在齒輪 1 上，又在齒輪 2 上。如果把  $A$  点看做是在齒輪 1 上，那么这点的直線速度，根据公式(1)，应当是：

$$V_{A_1} = O_1 A \cdot \omega_1$$

式中：  $V_{A_1}$  齒輪 1 上  $A$  点的直線速度

$O_1 A$  齒輪 1 上  $A$  点的半徑

$\omega_1$  齒輪 1 的旋轉速度

$V_{A_1}$  的方向應該与半徑  $O_1 A$  垂直。

假如把  $A$  点看做是在齒輪 2 上，那么这点的直線速度应当是：

$$V_{A_2} = O_2 A \cdot \omega_2$$

式中：  $V_{A_2}$  齒輪 2 上  $A$  点的直線速度

$O_2 A$  齒輪 2 上  $A$  点的半徑

$\omega_2$  齒輪 2 的旋轉速度

① 与切綫垂直的直線，叫做法綫，与公切綫垂直的直線叫做公法綫。

$V_{A_1}$  的方向應該与半徑  $O_2A$  垂直。

从上面的两个公式, 可知两个齒輪的旋轉速度之比是:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} \cdot \frac{O_2A}{O_1A} \quad (3)$$

因为旋轉速度之比就是两个齒輪的轉數之比, 即傳動比, 所以公式(3)也可以写成:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} \cdot \frac{O_2A}{O_1A} \quad (3')$$

从速度  $V_{A_1}$  的端点  $B$  画一条与公法綫  $N-N$  垂直的直綫  $BD$ , 那么  $\overline{AD}$  就是  $V_{A_1}$  在公法綫方向上的分速度。再从  $V_{A_1}$  的端点  $C$  画一条与公法綫  $N-N$  垂直的直綫  $CD$ , 那么  $\overline{AD}$  就是  $V_{A_1}$  在公法綫方向上的分速度。因为两个牙齿在傳動时总是保持着接触的关系, 所以  $V_{A_1}$  和  $V_{A_2}$  在公法綫(或压力綫)方向上的分速度應該是相等的, 都等于  $\overline{AD}$ 。可以設想, 如果它們不相等, 那么两个牙齿的侧面就要互相卡住(如果  $V_{A_1}$  的分速度大于  $V_{A_2}$  的分速度时)或者互相分离(如果  $V_{A_1}$  的分速度小于  $V_{A_2}$  的分速度时)。

再从  $O_2$  点画一条与  $N-N$  平行的直綫, 与  $\overline{O_1A}$  的延长綫相交在  $E$  点。按照几何学的关系:

因为  $\angle CAO_2 = \angle BAE = 90^\circ$

所以  $\angle BAC = \angle O_2AE$

因为  $\angle DCA + \angle CAD = \angle CAD + \angle DAO_2 = 90^\circ$

$O_2E \parallel N-N$

所以  $\angle DCA = \angle DAO_2 = \angle AO_2E$

$\triangle ABC \sim \triangle AO_2E$

于是  $\frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} = \frac{AE}{O_2 A}$

把上式的关系代入公式(3'), 就得到:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{AE}{O_2 A} \times \frac{O_2 A}{O_1 A} = \frac{AE}{O_1 A} \quad (4)$$

因为  $\overline{O_2 E}$  是与  $N-N$  平行的, 并且直綫  $N-N$  与  $O_1 O_2$  相交在  $P$  点, 所以:

$$\frac{AE}{O_1 A} = \frac{O_2 P}{O_1 P}$$

把这个关系代入公式(4), 就得出:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{O_2 P}{O_1 P} \quad (5)$$

公式(5)的意思就是一对齿輪的轉數与  $P$  点所分聯心綫的兩段成反比。 $P$  点叫做节点, 它是聯心綫上固定的一点。

現在我們來說明齒輪側面齒形的規律。如果要想一对齒輪在傳動過程的任意時刻, 它們的傳動比都是固定不變的, 那末, 两个牙齿側面在任何点接触时, 經过接触点所画的牙齿側面的公法綫, 必須通過节点。

符合齒輪側面齒形的規律, 并且曾經廣泛應用在齒輪上的齒形有两种, 一种是摆綫齒形, 另一种是漸開綫齒形。摆綫齒形最先得到廣泛的应用, 但是現在已經淘汰, 差不多完全被漸開綫齒形所代替了。摆綫齒輪被淘汰的原因是由于它制造起來比較复杂, 安裝要求很准确, 假如安裝得不准确, 齒輪的傳動比就要改变。而漸開綫齒形則制造比較容易, 精度比較高, 安裝時允許齒輪的中心距有一些誤差, 而并不影响它們的傳動比。

### 第三节 怎样形成漸开線齒形

漸开線是一種數學上的複雜曲線，它的形狀可以用簡單的實驗方法畫出。如圖 5，圓柱 A 能繞着中心旋轉，柱上繞一條繩子，並經過滑輪 B，在繩子上任意一點 T 捆一隻鉛筆，在圓柱 A 下面裝一塊平板能跟着 A 一起轉。如果沿着滑輪把繩子象圖上所示，從圓柱上拉下時，筆尖就在旋轉着的平板上畫出一條曲線  $aT$  來， $aT$  就叫做漸開線。相反的，當繩子往圓柱上繞的時候，也就是當圓柱照虛線的方向旋轉時，筆尖就畫出曲線  $Ta$  來，它也是一條同樣的漸開線。

這個圓柱體在平板上的底圓，叫做這條漸開線的基圓。

現在我們已經明白，繞在圓柱上的線，引直伸開的時候，線頭所畫出的曲線，叫做漸開線。

從圖 5 可以看出，漸開線有下面的幾個特點：

- (1) 漸開線上任何點的法線總是和基圓相切的。如  $cT$  與基圓相切，它就是漸開線上 T 點的法線。
- (2) 只在基圓的外面才有漸開線，基圓的裏面是沒有漸開線的。
- (3) 漸開線的形狀是隨着基圓的大小而不同的，基圓越小，漸開線越彎曲，基圓越大，漸開線越平直。
- (4) 法線上的一段直線長度  $cT$  和基圓上相應的一段圓弧

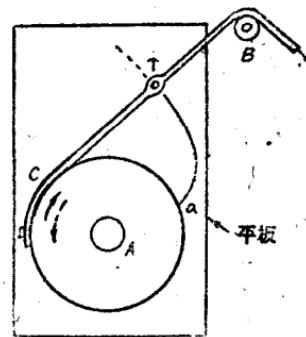


圖 5

長度  $ca$  相等。因为  $cT$  这段直線本来是圍繞在基圓上的。

用漸開線作齒形的齒輪，叫做漸開線齒輪。漸開線齒形為什麼能符合傳動比固定不變的規律呢？可以由下面的例子來說明。

如果已經知道兩個齒輪的中心距離  $O_1O_2$  和它們的傳動比  $i$ ，于是，可以寫出下面的方程式：

$$\left\{ \begin{array}{l} O_1P + O_2P = O_1O_2 \\ i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{O_2P}{O_1P} \end{array} \right.$$

解上面的聯立方程式，可以求出  $O_1P$  和  $O_2P$  的大小，於是聯心線上節點  $P$  的位置就可以決定了，如圖 6 所示。

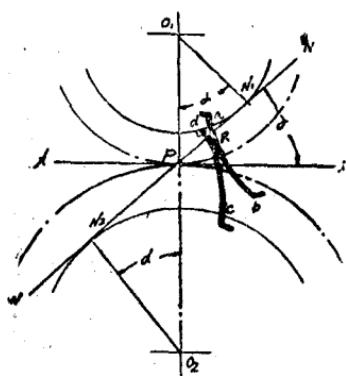


圖 6

經過節點畫一條與聯心線  $O_1O_2$  垂直的直線  $t-t$ ，再從節點畫一條與  $t-t$  傾斜成  $\alpha$  角的直線  $N-N$ 。從  $O_1$  点畫一條與  $N-N$  垂直的直線  $O_1N_1$ ，再從  $O_2$  点畫一條與  $N-N$  垂直的直線  $O_2N_2$ 。以  $O_1$ 為圓心， $O_1N_1$ 為半徑，畫一個圓，再以  $O_2$ 為圓心， $O_2N_2$ 為半徑，畫另一個圓。把這兩個圓做為基圓，在

它們的外面畫出兩條漸開線  $ab$  和  $cd$  來。

如果用這兩條漸開線做為齒輪的牙齒側面，那麼從漸開線的第一個特點可以知道，這兩個牙齒側面在傳動過程中，接觸在  $R$  點時，經過接觸點  $R$  的公法線就是兩個基圓的公切線  $N_1N_2$ 。當它們接觸在另一點時，經過接觸點的公法線還是那兩個基圓的公切線  $N_1N_2$ 。因此我們可以得出結論，兩條漸開線無論在那

一点接触时，經過接触点的公法綫总归和两个基圓的公切綫重合，也就是說公法綫总是通过联心綫上的节点  $P$ ，因此我們說，漸开綫齒形是符合傳動比固定不变的規律的。

在图 6 中，分別以  $O_1$  和  $O_2$  为圓心， $O_1P$  和  $O_2P$  为半徑画出两个圓来，这两个圓叫做漸开綫齒輪的節圓。

从公式(3)和(5)，可以知道：

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}$$

所以  $\omega_1 \cdot O_1P = \omega_2 \cdot O_2P$

由公式(1)知道， $\omega_1 \cdot O_1P$  就是齒輪 1 上  $P$  点的直線速度， $\omega_2 \cdot O_2P$  就是齒輪 2 上  $P$  点的直線速度，因此，上式的意思就是：在两个齒輪的節圓圓周上，切点的直線速度是相等的。同时，一对齒輪的轉數，是和它們的節圓半徑成反比的。这就是節圓的特点。也可以說，節圓相当于图 1 所示的的两个光滑圓柱体，它們在沒有牙齿时，从理論上說，切点的直線速度是相等的。

从图 6 可以看出，齒輪的節圓半徑与基圓半徑有下面的三角函数关系：

$$\cos \alpha = \frac{O_1N_1}{O_1P} = \frac{O_2N_2}{O_2P} \quad (6)$$

于是可知一对齒輪的轉數，也与它們的基圓半徑成反比。

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1} \quad (7)$$

直綫  $b-b$  是两个節圓的公切綫，直綫  $N_1N_2$  是两个基圓的公切綫，也是两个漸开綫牙齿侧面相互作用的压力綫，所以它們的交角  $\alpha$  叫做節圓压力角，又叫做啮合角。



根据上面的討論，两个漸开線齒形側面的接觸点总是在直線  $N_1N_2$  上，也就是說直線  $N_1N_2$  是漸开線齒形接觸点的軌跡，我們称这条直線为啮合線。

图 7 漸开線齒輪的真实齒形是由两条互相对称的漸开線組成的，如图 7 所示。

#### 第四节 齒輪的种类

齒輪的种类很多，可以按照不同的方法分类。

按照齒輪的齒形，它可以分成：

1. 摆線齒輪。
2. 漸开線齒輪。

上面說过，現在摆線齒輪的应用已經很少，所以本書只討論漸开線齒輪。

最常用的分类方法，是按照齒輪傳動中主动軸与从动軸的相互位置来分类：

1. 主动軸与从动軸平行。在这样的两根軸之間应用的齒輪叫做圓柱齒輪，因为，在这种情况下，齒輪是个圓柱体。

圓柱齒輪又可以按照牙齿的方向分成两种：

(1) 圓柱直齒輪，它的牙齿方向和齒輪的軸是平行的，如图 8。

(2) 圓柱斜齒輪，它的牙齿方向和齒輪的軸是傾斜的，如图 9a。人字齒輪，是圓柱斜齒輪的一种，每一个人字齒輪就象是由两个对称的斜齒輪合在一起，如图 9b。