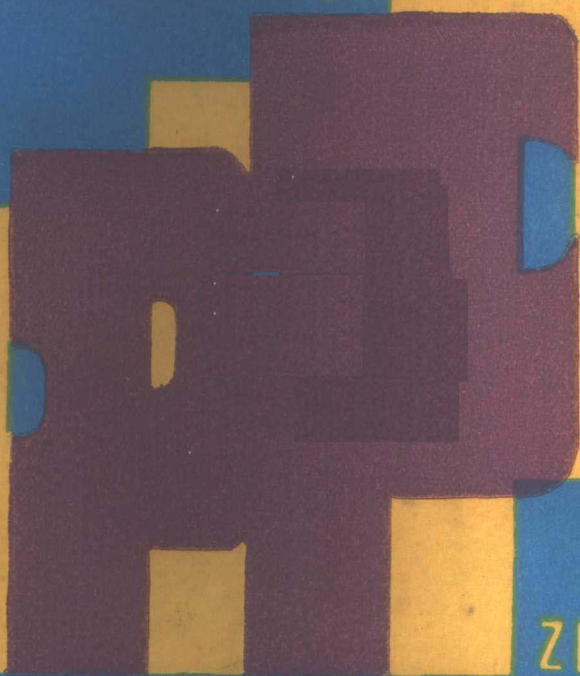


报考硕士研究生复习指导 普通物理

● 刘启耕 等编

PUTONGWULI



ZHIDAO

四川大学出版社

报考硕士研究生复习指导

普 通 物 理

刘启耕 吴瑞贤 杨慕贤 编
鲍培德 刘大风

四川大学出版社

内 容 提 要

本书包含普通物理全部内容：力学、热学、电磁学、光学和原子物理学。全书26章，每章分三部分：内容提要；解题方法和例题分析；习题。第一部分系统地总结了该章的主要物理概念和规律；第二部分概括了该章问题的基本类型，归纳了求解一些典型问题的基本解法。对例题着重分析问题的类型、解题的思路和基本方法的应用，以提高读者分析问题解决问题的能力；第三部分精选了少量习题，并给出了参考答案。书中的例题和习题大都选自近年来许多高校和科研单位的研究生入学试题。虽然本书是为报考研究生的人编写的，但是，对于理工科院校、电大、夜大和职大有关课程的师生也是一本较好的参考书。

报考硕士研究生复习指导

普 通 物 理

刘启耕等编

责任编辑：杨守智

封面设计：蒋仲文

※

四川大学出版社出版发行（四川大学校内）

四川省新华书店发行 西南冶金测绘队制印厂印刷

开本787×1092毫米1/16 印张21.25 字数477千

1988年7月第一版 1988年7月第一次印刷

印数：0001—4500册

ISBN 7-5614-0119-1/O·17 定价：5.80元

前 言

这本书是为报考理工科研究生的人编写的《普通物理》复习指导读物。它曾以油印本的形式，在四川大学使用过多次，此次出版前又作了不少补充和修改，使之更趋完整和精练。

该书包含了普通物理的全部内容：力学、热学、电磁学、光学和原子物理学，共二十六章。每一章都按“内容提要”、“解题方法及例题分析”、“习题”三部分的体例编写。第一部分简明准确地表述了该章的主要物理概念和规律，阐明了在理解和应用这些概念和规律时应注意的问题，这可以使读者在复习时不必再详细阅读有关教材。第二部分概括了该章问题的基本类型，归纳了求解一些典型问题的基本方法；在讲述精选的若干例题时，作重分析问题的类型、解题思路和应用基本解题方法的训练，其目的是使读者加深对物理概念和规律的理解、提高分析问题解决问题的能力。第三部分精选了数量不多的练习题，并给出了参考答案，读者可以通过习题的演算，检查自己对基本概念、基本规律和基本解题方法的掌握情况。书中的例题和习题很大一部分选自近年来许多高等院校和科研单位的研究生入学试题。

虽然本书是为报考理工科研究生的人编写的，但是，由于书中内容全面、系统，例题和习题有浅有深，既有基本的，也有综合性较强的，不同的读者都可以从中得到有价值的启示，所以本书对于理工科院校、电视大学、职工大学正在学习普通物理的学生都是一本较好的参考书。对于担任有关课程的教师来说，也可以从书中找到一些有参考价值的资料。

参加编写本书的人员有：刘启耕（力学部分，一至六章）、吴瑞贤（热学部分，七至九章）、杨慕贤（电磁学部分，十至十四章）、鲍培谛（光学部分，十五至十九章）、刘大凤（原子物理学部分，二十至二十六章），全书由刘启耕统稿。

缪钟英和郭永康同志对本书大部分手稿作了仔细的审阅，提出了许多宝贵的意见，这对于本书的定稿起了重要作用。池含芬同志给本书绘制了二百多幅插图，编者在此对他们表示深切的谢意。

由于编者水平所限，缺点错误在所难免，恳请读者批评指出。

编者 1988年元月

1A021/08

目 录

第一章 质点运动学	(1)
1.1 内容提要	(1)
1.2 解题方法及例题分析	(3)
1.3 习题	(7)
第二章 牛顿运动定律	(10)
2.1 内容提要	(10)
2.2 解题方法及例题分析	(12)
2.3 习题	(18)
第三章 动力学基本定理及守恒定律	(21)
3.1 内容提要	(21)
3.2 解题方法及例题分析	(27)
3.3 习题	(37)
第四章 刚体动力学	(40)
4.1 内容提要	(40)
4.2 解题方法及例题分析	(43)
4.3 习题	(60)
第五章 机械振动和机械波	(63)
5.1 内容提要	(63)
5.2 解题方法及例题分析	(69)
5.3 习题	(81)
第六章 流体力学	(84)
6.1 内容提要	(84)
6.2 解题方法及例题分析	(85)
6.3 习题	(89)
第七章 热力学基础	(91)
7.1 内容提要	(91)
7.2 解题方法及例题分析	(95)

7.3 习题	(106)
第八章 气体分子运动论	(109)
8.1 内容提要	(109)
8.2 解题方法及例题分析	(113)
8.3 习题	(119)
第九章 实际气体、固体、液体及相变	(122)
9.1 内容提要	(122)
9.2 解题方法及例题分析	(125)
9.3 习题	(131)
第十章 静电学	(134)
10.1 内容提要	(134)
10.2 解题方法及例题分析	(139)
10.3 习题	(152)
第十一章 稳恒电流	(154)
11.1 内容提要	(154)
11.2 解题方法及例题分析	(156)
11.3 习题	(164)
第十二章 稳恒磁场	(166)
12.1 内容提要	(166)
12.2 解题方法及例题分析	(170)
12.3 习题	(180)
第十三章 电磁感应	(183)
13.1 内容提要解	(183)
13.2 解题方法及例题分析	(187)
13.3 习题	(202)
第十四章 交流电	(205)
14.1 内容提要	(205)
14.2 解题方法及例题分析	(209)
14.3 习题	(216)
第十五章 几何光学	(218)
15.1 内容提要	(218)
15.2 解题方法及例题分析	(223)
15.3 习题	(234)

第十六章 光的干涉	(236)
16.1 内容提要	(236)
16.2 解题方法及例题分析	(238)
16.3 习题	(251)
第十七章 光的衍射	(254)
17.1 内容提要	(254)
17.2 解题方法及例题分析	(257)
17.3 习题	(270)
第十八章 光的偏振	(272)
18.1 内容提要	(272)
18.2 解题方法及例题分析	(276)
18.3 习题	(287)
第十九章 量子光学	(291)
19.1 内容提要	(291)
19.2 解题方法及例题分析	(294)
19.3 习题	(299)
第二十章 原子有核模型	(300)
20.1 内容提要	(300)
20.2 解题方法及例题分析	(301)
20.3 习题	(303)
第二十一章 氢原子和碱金属	(304)
21.1 内容提要	(304)
21.2 解题方法及例题分析	(306)
21.3 习题	(309)
第二十二章 原子中的磁矩和与磁矩有关的问题	(310)
22.1 内容提要	(310)
22.2 解题方法及例题分析	(312)
22.3 习题	(316)
第二十三章 多电子原子 原子的壳层结构 伦琴射线	(318)
23.1 内容提要	(318)
23.2 解题方法及例题分析	(320)
23.3 习题	(322)

第二十四章 量子力学简介	(324)
24.1 内容提要	(324)
24.2 解题方法及例题分析	(325)
24.3 习题	(327)
第二十五章 分子结构和分子光谱	(329)
25.1 内容提要	(329)
25.2 解题方法及例题分析	(331)
25.3 习题	(333)
第二十六章 原子核及粒子物理	(334)
26.1 内容提要	(334)
26.2 解题方法及例题分析	(337)
26.3 习题	(340)

第一章 质点运动学

1.1 内容提要

质点运动学研究如何描述质点的运动, 寻求描述质点运动特征的基本物理量, 并建立它们之间的关系。要描述质点的运动, 必须选定参照系。在运动学中, 参照系的选择原则上是任意的, 对一具体问题, 选什么物体为参照系, 主要看问题的性质和处理的方便。

一、描述质点运动的矢量法

1. 位置矢量及运动方程 质点的位置矢量定义为由参照点指向质点的矢量, 用 r 表示, r 常简称为位矢或矢径, 随着质点的运动, r 也随之而变化, 即 r 是时间 t 的函数 $r = r(t)$, 它描述了质点的空间位置随时间的变化规律, 称为质点的运动方程。

2. 位移矢量 Δr 它描述质点在时间间隔 Δt 内位置变化, 定义为由初位置指向末位置的有向线段。

3. 速度矢量 V 它描述质点运动快慢和运动方向, 其定义为

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \quad (1-1)$$

4. 加速度矢量 a 它描述质点速度变化情况, 其定义为

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (1-2)$$

二、描述质点运动的直角坐标法

1. 位置、运动方程及轨道方程 以参照点 O 为原点建立直角坐标 $Oxyz$, 质点的空间位置由其坐标 (x, y, z) 确定。当质点运动时, 它的坐标将随时间 t 而变化, 其函数关系 $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, (1-3)

便称为在直角坐标系中质点的运动方程, 由它们消去时间 t , 便得到质点运动的轨道方程。

若分别以 i 、 j 、 k 表示 x 、 y 、 z 轴正向的单位矢量, 则质点对原点 O 的位矢与其坐标的关系为

$$r = xi + yj + zk. \quad (1-4)$$

2. 速度 由式 (1-1) 和式 (1-4) 可得

$$V = \dot{x}i + \dot{y}j + \dot{z}k. \quad (1-5)$$

质点速度在直角坐标三个轴上的投影分别为

$$V_x = \dot{x}, \quad V_y = \dot{y}, \quad V_z = \dot{z}. \quad (1-6)$$

速度的大小和方向余弦为

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \quad \cos\alpha = \frac{V_x}{V}, \quad \cos\beta = \frac{V_y}{V}, \quad \cos\gamma = \frac{V_z}{V}. \quad (1-7)$$

式中 α 、 β 、 γ 分别为速度矢量与 x 、 y 、 z 轴的夹角。

3. 加速度 由式(1-2)和式(1-5)可得

$$\mathbf{a} = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k}. \quad (1-8)$$

$$a_x = \ddot{x}, \quad a_y = \ddot{y}, \quad a_z = \ddot{z}. \quad (1-9)$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1-10)$$

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{a}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{a}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{a}. \quad (1-11)$$

三、描述质点运动的自然法

自然法是在已知质点运动轨道的情况下,描述质点运动的较为方便的方法,质点的速度矢量为:

$$\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dt} \boldsymbol{\tau} = V \boldsymbol{\tau}. \quad (1-12)$$

式中 $\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}$,为方向与 $\mathbf{V}$ 相同的单位矢量,称为切向单位矢量。

质点的加速度矢量为:

$$\mathbf{a} = \frac{dV}{dt} \boldsymbol{\tau} + \frac{V^2}{\rho} \mathbf{n}. \quad (1-12)$$

式中 $\mathbf{n}$ 是法向单位矢量,其方向与 $\boldsymbol{\tau}$ 垂直且指向轨道的曲率中心,式(1-12)中右端第一项称为切向加速度,第二项称为法向加速度,分别用 a_τ 和 a_n 表示,即

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \ddot{s}, \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}. \quad (1-13)$$

四、相对运动

在有相对运动的两个参照系中观察同一质点的运动会得到不同的结果,质点相对于此二参照系的速度之间和加速度之间的关系,由速度合成定理及加速度合成定理给出。

1. 速度合成定理 将彼此有相对运动的两个坐标系中的一个视作静止,取为定系,另一个取为动系,质点相对于定系的速度称为绝对速度,用 $\mathbf{V}_0$ 表示,质点相对于动系的速度称为相对速度,用 $\mathbf{V}_r$ 表示,质点所占据的动系上的空间点相对于定系的速度称为牵连速度,用 $\mathbf{V}_e$ 表示,速度合成定理表述为:

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_r + \mathbf{V}_e. \quad (1-14)$$

2. 加速度合成定理 质点的绝对加速度 $\mathbf{a}_0$ 等于相对加速度 $\mathbf{a}_r$ 、牵连加速度 $\mathbf{a}_e$ 和科氏加速度 $\mathbf{a}_c$ 的矢量和,即

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e + \mathbf{a}_c. \quad (1-15)$$

当动系作匀角速转动而无平动时, $\mathbf{a}_e = (\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) = -\omega^2 \mathbf{R}$, 其中 $\mathbf{R}$ 为垂直于转轴指向质点的矢量, 这时 $\mathbf{a}_e$ 称为向轴加速度; $\mathbf{a}_e = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r$ 。当动系作平动而无转动时, $\mathbf{a}_e = \mathbf{a}_0$ 。

(动系原点对定系的加速度。), $\mathbf{a}_e = 0$, 这时加速度合成定理为

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_e \quad (1-16)$$

1.2 解题方法及例题分析

一、给定运动条件, 求质点的运动方程, 轨迹和某时刻的速度或加速度。

这类问题的求解, 一般都是先从建立运动方程入手。为此, 首先应根据问题的性质和计算的方便建立适当的坐标系, 再由题给条件将质点的坐标表为时间的函数, 便得到了运动方程。由运动方程消去时间参数 t 即得轨迹方程。再将运动方程对时间求一阶或二阶导数, 便得到了速度或加速度的分量, 进而可确定速度或加速度的大小和方向。

二、已知质点的速度或加速度的变化规律以及必要的初始条件, 求质点的运动方程。

这类问题的求解应先建立适当的坐标系, 再由给定的速度或加速度变化规律, 根据 (1-6) 式积分一次或根据 (1-9) 式积分两次, 并用初条件确定积分常数, 便可得到所求的运动方程。

三、给定运动方程 $x = x(t)$, $y = y(t)$, 求 a_r 、 a_n 及轨道的曲率半径 ρ 。

这类问题应先将运动方程对时间求导, 求得速度分量及加速度分量, 并由它们计算出任意时刻的 v 及 a , 再由 $a_r = \frac{dv}{dt}$, $a_n = \sqrt{a^2 - a_r^2}$, 即可求得 a_r 及 a_n , 最后由 $\rho = v^2/a_n$, 求出轨道曲率半径 ρ 。

四、相对运动问题的求解

普通物理中讨论的相对运动问题, 一般都只限于下面两种情形: (1) 动系为平动坐标系, 这时牵连速度和牵连加速度就等于动系相对于定系的速度和加速度; (2) 动系为单纯匀角速转动的坐标系, 这时牵连速度 $\mathbf{v}_e = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, 牵连加速度 $\mathbf{a}_e = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -\omega^2 \mathbf{R}$, 科氏加速度 $\mathbf{a}_c = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r$ 。在这两种情况下, 求质点的某种速度或某种加速度, 既可以用矢量法, 也可以用投影法, 用矢量法时, 应根据合成定理作出速度或加速度的矢量多边形, 再由几何关系求得未知量。用投影法时, 应根据合矢量在某轴上的投影等于各分矢量在同一轴上的投影的代数和, 列出若干代数方程联立求解。无论用矢量法或用投影法, 都必须先选好动系和定系, 分析清楚绝对运动、相对运动和牵连运动, 明确已知什么, 待求什么。

【例1-1】 一半径为 R 的圆盘, 在水平直线上作无滑动, 圆盘绕盘心转动的角速度 ω 为恒量。试求盘边上一点 M 的速度和加速度。

【解】 M 为盘边上一点, 题目给出了 M 点的运动条件, 若能求出其运动方程, 则将它们对时间求导, 便可得到 M 点的速度和加速度。

如图1—1所示,取圆盘滚动直线为 $0x$ 轴, M 与 $0x$ 轴接触时为计时零点,并取该瞬时 M 点与坐标原点 O 重合。因圆盘作无滑滚动,所以任一时刻 t 均有 $\overline{OP} = \widehat{PM} = R\omega t$,而 M 点的坐标分别为

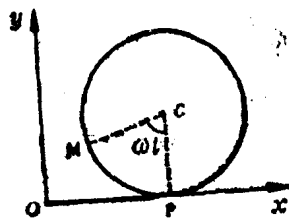


图 1—1

$$x = \overline{OP} - R\sin\omega t = R\omega t - R\sin\omega t,$$

$$y = R - R\cos\omega t.$$

此二式便是 M 点的运动方程,故

$$v_x = \dot{x} = \omega R(1 - \cos\omega t),$$

$$v_y = \dot{y} = \omega R\sin\omega t.$$

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = 2\omega R\sin\omega t/2.$$

$$a_x = \omega^2 R\sin\omega t, \quad a_y = \omega^2 R\cos\omega t,$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \omega^2 R.$$

此题亦可用速度合成定理及加速度合成定理求解。请读者试一试。

【例1—2】 有一质点初始时刻静止于 x_0 处,以加速度 $(-\frac{k}{x^2})$ 沿 x 轴运动, k 为大于零的常量,求该质点的速度与其坐标间的关系。

【解】 题目给出了质点作直线运动、加速度的表达式以及运动的初始条件,故用积分法便可求得 $v = v(x)$ 。已知

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = -\frac{k}{x^2}$$

所以

$$v dv = -\frac{k}{x^2} dx,$$

积分上式,得

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{k}{x} + C$$

式中 C 为积分常数,可由初始条件确定:当 $x = x_0$ 时, $v = 0$,故 $C = -\frac{k}{x_0}$;代入上式,便得到质点速度与其坐标之间的关系

$$v^2 = 2k \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0} \right).$$

例1—3 草地喷水器的球面喷头的半顶角 $\alpha_0 = 45^\circ$,如图1—2所示,球面上有大量相同的小喷水孔,设各小孔喷出的水的速率均为 v_0 ,要使草地在圆形面积内被均匀喷洒,小孔密度 ρ 与 α 的关系怎样?不计空气阻力,喷头表面为地平面。

【解】 各小孔喷出的水的速率虽相同,但方向不同,其方向与竖直方向的夹角 α 最大为 45° ,与此相应的射程也最大,随着 α 角的减小,射程亦减小,因而不同小孔喷出的水不

会落于地面上同一地点。若射出方向与水平方向的夹角

为 θ ，则射程为 $X = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$ ，由于 θ 与 α 互余，故

$$X = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha, \quad (1)$$

可见， X 不是 α 的线性函数，因而，要使水均匀喷洒，喷头球面上的小孔分布不应是均匀的，即小孔密度 $\rho = \rho(\alpha)$ ，不是 α 的线性函数。

在喷头球面上取一小球带（如图），其面积为

$$dS = 2\pi r^2 \sin \alpha d\alpha,$$

该面元上小孔的数目为

$$dN = 2\pi r^2 \rho(\alpha) \sin \alpha d\alpha,$$

这些小孔喷出的水将洒在草地上半径为 X 到 $X + dX$ 的环形区域内，其面积 $dA = 2\pi X dX$ ，水滴密度为：

$$dN/dA = r^2 \rho(\alpha) \sin \alpha d\alpha / X dX, \quad (2)$$

将（1）式及其微分代入（2）式，得

$$\frac{dN}{dA} = \frac{r^2 g^2 \sin \alpha}{v_0^4 \sin 4\alpha} \rho(\alpha) \quad (3)$$

今要求 $\frac{dN}{dA} = C$ （恒量），所以由（3）式解得

$$\rho(\alpha) = \frac{C v_0^4 \sin 4\alpha}{r^2 g^2 \sin \alpha} = \frac{C v_0^4}{r^2 g^2} \cdot 4 \cos \alpha \cos 2\alpha$$

例1—4 以初速 v_0 、抛射角 θ 抛出一小球，试求任一时刻 t 小球所在处轨道的曲率半径。

【解】 方法1：设抛出瞬时为计时零点，以抛出点为坐标原点 O ，在小球轨道平面内建立 Oxy 直角坐标，如图1—3所示。

任意时刻 t 小球的速度为

$$v_x = v_0 \cos \theta, \quad v_y = v_0 \sin \theta - gt,$$

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - gt)^2}$$

切向加速度为

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0 \sin \theta - gt}{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - gt)^2}} g.$$

法向加速度为

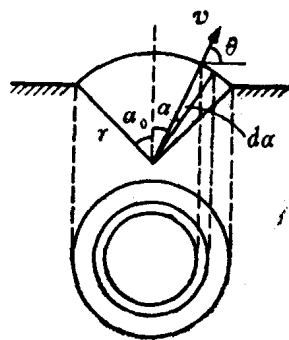


图 1—2

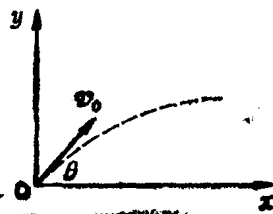


图 1—3

$$a_n = \sqrt{g^2 - a_t^2} = \frac{v_0 g \cos \theta}{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - gt)^2}}$$

该时刻小球所在处轨道曲率半径为:

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{1}{v_0 g \cos \theta} [v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - gt)^2]^{\frac{3}{2}}$$

方法2: 设 t 时刻小球速度方向与 x 轴夹角为 φ , 则有

$$\tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \theta - gt}{v_0 \cos \theta},$$

由于小球加速度竖直向下, 大小为 g , 故 t 时刻小球的法向加速度大小为

$$a_n = g \cos \varphi = g \left(\frac{1}{1 + \tan^2 \varphi} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{v_0 g \cos \theta}{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - gt)^2}}$$

所以, 在该时刻小球轨道的曲率半径为

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{1}{v_0 g \cos \theta} [v_0^2 \cos^2 \theta + (v_0 \sin \theta - gt)^2]^{\frac{3}{2}}$$

【例1-5】 图1-4中的 x 轴是在同一水平面上的草地和沙滩的分界线, 一步行者欲从草地上的 A 地走到沙滩上的 B 地, 已知他在草地上行走的速度 $v_1 = 5.00$ 公时/小时, 在沙滩上行走的速度 $v_2 = 3.00$ 公里/小时, 为在较短的时间内完成这一行程, 他选择了折线路径 APB 。问: 当 α 和 β 的正弦之比为何值时, 此步行者从 A 到 B 用时最少?

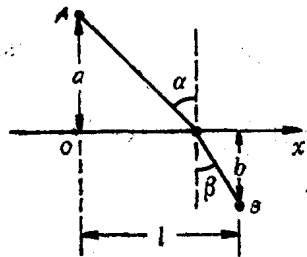


图 1-4

【解】 设 A 、 P 和 B 的 x 坐标分别为零、 x 和 l , A 和 B 到 x 轴的距离分别为 a 和 b 。

步行者由 A 到 B 所用的时间为

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}}{v_2},$$

由极值条件 $\frac{dt}{dx} = 0$, 得

$$\frac{1}{v_1} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2} \cdot \frac{l-x}{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}} = 0,$$

由图可知, $\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, $\sin \beta = \frac{l-x}{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}}$, 代入上式, 解得

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{5.00}{3.00} = 1.66.$$

【例1-6】一质点沿着转动圆盘的半径运动，其速率 $v = 3.0$ 米/秒，时间 $t = 0$ 时，质点位于盘中心，盘转动的角速度 $\omega = 20$ 弧度/秒。求从时刻 $t_1 = 9$ 秒到时刻 $t_2 = 10$ 秒这段时间内，质点相对于静止参照系所走过的路程长度的近似值。

【解】取圆盘为动参照系，质点相对于圆盘作匀速直线运动，其速率 $v_r = v = 3.0$ 米/秒，方向沿径向，牵连运动为圆周运动，其速率 $v_e = \omega r$ ，方向与径向正交，如图1-5所示。由速度合成定理可得质点绝对速率：

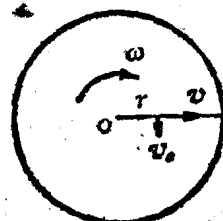


图 1-5

$$v_a = \sqrt{v^2 + \omega^2 r^2} = \frac{ds}{dt},$$

式中 ds 为绝对轨道的弧元， r 为质点到盘心的距离，且 $r = vt$ ，将其代入上式，得

$$ds = \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 t^2}} v \omega t dt. \quad (1)$$

在9到10秒这段时间内，有 $\frac{1}{\omega^2 t^2} \ll 1$ ，因而近似有

$$\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 t^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{\omega^2 t^2},$$

将其代入 (1) 式，得到

$$ds = \left(v \omega t + \frac{v}{2 \omega t} \right) dt. \quad (2)$$

积分上式，得

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \left(v \omega t + \frac{v}{2 \omega t} \right) dt = \frac{1}{2} v \omega (t_2^2 - t_1^2) + \frac{1}{2 \omega} \ln \frac{t_2}{t_1},$$

代入 v 、 ω 、 t_1 及 t_2 的给定值后，可以明显看出，上式第二项远小于第一项，可略去，于是

$$S \approx \frac{1}{2} v \omega (t_2^2 - t_1^2) \approx 5.7 \times 10^2 \text{ 米}.$$

1.3 习 题

1-1 一水平圆盘绕过中心的竖直轴作匀角速转动，其角速度为 ω 。在盘上距盘心 r 的地方安装一竖直小棒。今有一水平的平行光束将所有装置照亮，使得在竖直光屏上可以看到小棒在任何时刻的影子，光线与屏面夹角为 φ 。求棒影在屏上的运动方程，并确定屏上棒影的运动速度和加速度对时间的依赖关系。

答：以盘心在屏上的影子为原点、棒影与盘心影重合时为计时零点。

$$x = \frac{r}{\sin \varphi} \sin \omega t, \quad \dot{x} = \frac{\omega r}{\sin \varphi} \cos \omega t, \quad \ddot{x} = -\frac{\omega^2 r}{\sin \varphi} \sin \omega t$$

1-2 如图1-6所示, 质点以速率 v_0 自水平面上的O点抛出, 欲使该质点用最短时间到达与水平面成 α 角的平面AB, 求抛射角 θ 。

(答: $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{ctg} \alpha$ 。)

1-3 一质点沿半径 $R = 5$ 米的圆周运动, 它运动过的弧长 S 遵循下列规律:

$$S = 2t^2 + \frac{1}{2}t^3,$$

式中 S 以米计, 时间 t 以秒计。求 $t = 2$ 秒时质点加速度的大小。

(答: $a = 40.5$ 米/秒²。)

1-4 一炮车以速率 v 向行驶, 炮筒朝后, 与地面夹 θ_0 角, 炮高出地面 h 。炮车发射一炮弹, 炮弹对车的出口速度为 v_0 ($> v$), 不计空气阻力, 炮弹发射后车速不变, 求:

(1) 炮弹的射程 R ;

(2) $h = 0$ 时, 最大射程所对应的 θ 。

$$\text{答: } R = \frac{1}{g} (v_0 \cos \theta_0 - v)(v_0 \sin \theta_0 + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta_0 + 2gh}),$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{v}{4v_0} + \sqrt{\left(\frac{v}{4v_0} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right)$$

1-5 一小船渡河, 船对水的速率 $v = 0.300$ 米/秒, 方向垂直于河岸, 河宽 $b = 63.0$ 米, 水流速度按如下规律变化:

$$u = u_0 - \frac{4u_0}{b^2} \left(x - \frac{b}{2} \right)^2,$$

式中 x 为到河岸的距离, $u_0 = 5.00$ 米/秒为一恒量。求小船登岸时沿水流方向所走过的距离。

(答: 7.00×10^2 米。)

1-6 竖直上抛一物体, 测得物体从抛出到落回抛出点的时差为 T_1 , 以及物体两次通过高于抛出点 h 的点的时差为 T_2 , 若不计空气阻力, 试证明, 重力加速度的大小可表为:

$$g = \frac{8h}{T_1^2 - T_2^2}.$$

1-7 一飞机在海上布雷, 当它在水面上空高为 h 的地方以速率 v 沿水平方向飞行时, 要想使鱼雷入水时不发生拍击, 即相对于鱼雷来说, 水的速度完全沿着鱼雷的轴线方向。设鱼雷从投下到入水, 它的轴线与水平面的夹角 θ 不变。略去空气阻力, 求当飞机投鱼雷时, θ 应当等于多少?

$$(\text{答: } \theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{2gh}}{v}).$$

1-8 如图1-7所示, 一等腰直角三棱柱体 P , 被置于水平地面上, 小物体 M 放于斜面

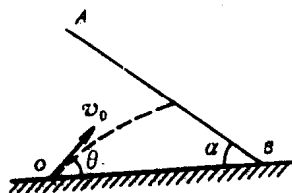


图 1-9

的顶端，其高度为 h 。从静止开始， P 和 M 同时作加速运动， P 沿水平向右运动，其加速度为 1厘米/秒^2 ， M 沿斜面向下运动，其相对加速度为 $\sqrt{2}\text{厘米/秒}^2$ ，试求 M 对地的加速度、速度及运动轨迹。

(答： $a = \sqrt{5}\text{厘米/秒}^2$ ， $v = \sqrt{5}t\text{厘米/秒}$ ，

$$y = h - \frac{x}{2}。)$$

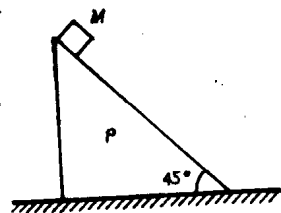


图 1—7