新编工程实用算法与FORTRAN77程序

刘德贵 费景高 于泳江 编

国防工业出版社

新编工程实用算法与FORTRAN 77程序

刘德贵　费景高　于泳江　编

国防工业出版社

内容简介

本书是一本新编的科学和工程计算中最常用的有效算法及FORTRAN 77程序集。全书共十二章，包括插值与拟合、数值积分计算、线性代数计算、特征值与特征向量计算、多项式计算与多项式方程求根、非线性方程（组）求根、特殊函数计算、概率与统计计算、常微分方程数值解、最优化方法、图形输出和数字信号处理等内容。

本书可供数值计算工作者、科研人员、工程技术人员和技术管理人员阅读，亦可供高等院校有关专业师生参考。

新编工程实用算法与FORTRAN 77程序
刘德贵 费景高 于泳江 编
责任编辑 周烈强
*
国防工业出版社出版、发行
（北京市海淀区紫竹院南路23号）
（邮政编码：100044）
新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装
*
787×1092 1/16 印张57½ 1349千字
1990年11月第一版 1990年11月第一次印刷 印数：0,001—2,000册
ISBN 7-118-00640-8/TP·83 定价：35.80元

序 言

《FORTRAN算法汇编》● 一书的出版，为广大科研和工程技术人员进行科学与工程计算以及数字仿真提供了有效算法和程序，为计算机在我国的推广应用起到了积极的推动作用。该书自出版以来，深受广大读者的欢迎。

近几年来，计算机在科学与工程计算、数字仿真、数字信号处理、图形及图像处理、辅助设计等方面的应用不断发展，一些新的、功能更强的算法不断涌现和日臻完善。为了进一步促进我国计算机应用的发展，我们总结了最近几年来实际计算工作的新成果和新经验，收集了国内外部分有效算法和程序，并精选了原《FORTRAN算法汇编》中的部分算法，在此基础上新编写了本书。可以说，本书反映了当前国内外实用算法的发展水平。

本书各章所包含的主要内容如下：

第一章给出插值与拟合的基本方法。插值是以最常用的拉格朗日插值多项式为基础，采用低次分段的插值方法。拟合是通过最小二乘法，用各种不同形式的多项式去拟合已得到的数据。第二章介绍数值积分计算。该章给出了各种积分类型的更完整而有效的算法，特别在多重积分计算方面，比《FORTRAN算法汇编》一书的计算面更广了。第三章系统介绍了线性代数方程组的解法，增加● 了标度化、解的迭代校正和矩阵条件数的估计，这些算法具有较好的数值稳定性。这一章增加的拟对角线块矩阵和结构对称的稀疏矩阵的算法，可用来进行电路分析、结构分析和求解常微分方程边值问题、偏微分方程问题和逼近问题中出现的大型线性方程组。第四章给出了一套求一般实矩阵和对称矩阵的特征值特征向量的程序，一套求广义特征值问题的程序，并增加了预处理程序，从而提高了计算数值的稳定性。第五章所介绍的多项式方程求根的子程序，都经过了较长时间的试用和考验，本章还增加了在控制系统设计与分析中经常用到的一套多项式计算子程序。第六章系统地介绍了单变量和多变量方程求根的方法，增加了组合算法。组合算法将各种算法进行自适应联用，充分利用各种算法的有效区域，因而比单独应用个别算法更为有效。第七章给出特殊函数计算法，增加了超几何函数、合流超几何函数、变形贝赛尔函数等程序。第八章介绍概率统计方面满足各种类型分布的随机数的产生、数据平滑、方差分析、回归分析和蒙特卡罗方法等的算法与程序。第九章除给出求解常微分方程的一些典型算法外，主要介绍了吉尔（Gear）通用算法、组合算法和右函数间断处理算法等。第十章介绍了最优化计算的基本算法，重点为无约束最优化算法。第十一章介绍了利用行式打印机输出图形的算法与程序。第十二章给出数字信号处理的基本算法与程序，主要包括快速傅里叶变换、Z变换和频谱分析等。

本书基本上沿用《FORTRAN算法汇编》一书的编写方式，因为这种方式作为一

● 共三分册，刘德贵等编，国防工业出版社出版。

● 这里所说的增加是相对《FORTRAN算法汇编》一书而言的，余同。

种应用软件的文档形式在读者中已流行多年了。这里不同的只是将部分的顺序做了一些调整。本书的编写格式如下：

一、功能

概要叙述一过程（即子程序段或函数段）的用途和适用范围。

二、使用说明

着重分三项介绍。

1．子程序语句（或函数语句）

列出子程序语句（或函数语句）。由此可知过程的形式，从而确定调用的方式。

2．哑元说明

逐个对一过程的哑元作说明，说明内容包括：

（1）类型　指出是整型还是实型；是变量还是数组。指出是否为外部子程序名。若是数组，需要指出其体积的大小。若是外部子程序名，需要在外部语句中予以说明。

（2）参数形式　指出是输入参数还是输出参数或者是工作单元参数。输入参数是指调用前需对其相应的实元赋值的参数，输出参数是指调用该过程时给相应的实元赋值的参数，工作单元参数是指调用该过程时相应的实元作为工作单元使用。

（3）意义　指出在求解数学问题中参数所代表的量的意义或者在程序控制中所起的作用。

3．所调用的过程

即调用该过程时，还需要使用哪些过程，并指出它们是自带的还是需要用户自编的。对于要求用户自编的过程，对其哑元均需加以说明。

三、方法简介

简要叙述过程所用的计算方法或计算步骤或所做的某些处理，列出有关的计算公式，指出算法的根据。

四、程序

给出用FORTRAN　77语言编写的程序。

五、例题

给出求解例子、计算的数值结果和试通程序。

六、程序附注

指出编制程序和调用该过程时应注意的事项以及该过程某种使用范围的特殊说明等。该项说明视需要而定。

本书所收集的程序均在VAX-11/780机上调试通过。

本书第一、五、七、八、十一章由于泳江编写，第二、九、十二章由刘德贵编写，第三、四、六、十章由费景高编写。冯晶同志调试和编写了第九章和第十二章的部分程序。

由于水平所限，书中难免存在不妥之处，欢迎读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章 插值与拟合

插值与拟合是数值分析的一个重要的方面。它在科学实验与生产实践中有着非常广泛的应用。

插值法虽然多种多样，但其基本思想是构造各种类型的插值多项式。假如已知$y=f(x)$在n个相异点x_1，x_2，…，x_n上的值y_1，y_2，…，y_n，则唯一存在一个不超过$n-1$次的多项式，它在这些点上与函数$f(x)$有相同的值。通常，最常用的插值多项式是拉格朗日(Lagrange)插值多项式，即

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}\left\{f(x_i)\cdot\prod_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\left(\frac{x-x_j}{x_i-x_j}\right)\right\}$$

实践证明，构造一个次数较高的插值多项式并不实用，而宜于采用低次插值多项式进行分段插值。本章所选用的插值公式，通常是从给定的n个数据点中选取与插值点最靠近的两个点或三个点来进行插值，故称为线性插值或抛物线插值。对于二元函数插值来说，若选取与插值点x和y最靠近的两个点进行插值，则称为线-线插值；若分别选取与插值点x和y最靠近的三个点和两个点进行插值，则称为抛-线插值；若选取与插值点x和y最靠近的三个点进行插值，则称为抛-抛插值。本章选编的插值法程序包括：列表函数为等距或不等距结点；不分段或分段结点；一元或二元函数；等等。其组合有：一元等距，一元不等距，一元分段等距，一元分段不等距，二元等距，二元不等距，二元分段等距和二元分段不等距八种类型。

关于样条（Spline）函数插值，本章选编了应用十分广泛的三次样条函数成组插值、成组微商和积分程序。对于给出的一组结点$a=x_1<x_2<\cdots<x_n=b$及相应的函数值y_1，y_2，…，y_n，当给定一组插值点$x_1\leqslant t_1<t_2<\cdots<t_m\leqslant x_n$时，我们用三次样条函数$S(x)$求出各插值点上的函数值以及一、二阶导数值和定积分$\int_a^b S(x)dx$的值。

关于数据平滑，本章选编了五点三次平滑程序。使用本程序可以对$N\geqslant 5$的数据点进行平滑。如果重复调用该程序，则可将平滑了的结果再次进行平滑。除此之外，本书第八章还收集了对时间序列x_1，x_2，…，x_n进行线性平滑和三重指数平滑的两个程序。

最小二乘法是曲线拟合经常使用的基本方法，通过最小二乘法，可以用各种不同形式的曲线去拟合已得到的数据。本章选编了指数曲线拟合、多项式曲线拟合、最小二乘曲线拟合和切比雪夫（Чебышев）曲线拟合四个算法程序。

读者可根据具体列表函数曲线形式选用适当的插值法、样条函数插值法和曲线拟合法程序。

1.1 一元三点等距插值 微商

一、功能

本程序利用拉格朗日三点插值公式对一元等距插值表 选取 相邻 三点 进行插值或求微商。

二、使用说明

1. 子程序语句

SUBROUTINE LAGRE(Y0, N, A, B, L, X, Y)

2. 哑元说明

Y0　N个元素的一维实数组，输入参数，存放插值结点处的函数值。

N　整变量，输入参数，插值结点个数。

A　实变量，输入参数，第一个插值结点值。

B　实变量，输入参数，第N个插值结点值。

L　整变量，输入参数，程序控制信息。当L＝0时，进行插值；当L＝1时，求微商（L只取0或1）。

X　实变量，输入参数，插值点。

Y　实变量，输出参数，插值或微商结果。

三、方法简介

设插值区间$[a, b]$被分为$N-1$个区间，N为结点个数，则计算公式如下：

$$h=\frac{b-a}{N-1},\quad i_1=\left[\frac{x-a}{h}+\frac{1}{2}\right]$$

$$i=\begin{cases}1, & i_1<1\\ i_1, & 1\leqslant i_1\leqslant N-2\\ N-2, & i_1>N-2\end{cases}$$

$$t=\frac{x-a}{h}-i$$

$$y(x)=c_i y_i+c_{i+1}y_{i+1}+c_{i+2}y_{i+2}$$

$$y'(x)=\frac{1}{h}(c'_i y_i+c'_{i+1}y_{i+1}+c'_{i+2}y_{i+2})$$

其中

$$c_i=\frac{1}{2}(t^2-t),\quad c_{i+1}=1-t^2,\quad c_{i+2}=\frac{1}{2}(t^2+t)$$

$$c'_i=\frac{1}{2}(2t-1),\quad c'_{i+1}=-2t,\quad c'_{i+2}=\frac{1}{2}(2i+1)$$

四、程序

```
      SUBROUTINE LAGRE(YC,N,A,B,L,X,Y)
      DIMENSION YO(N)
      RN=N
      H=(B-A)/(RN-1.0)
```

```
5         I=(X-A)/H+0.5
6         IF (I-1) 30,10,10
7    10   IF(I-(N-2)) 40,20,20
8    20   I=N-2
9         GO TO 40
10   30   I=1
11   40   TI=I
12        T=(X-A)/H-TI
13        IF(L.EQ.1) GO TO 50
14        C0=0.5*T*(T-1.0)
15        C1=1.0-T*T
16        C2=0.5*T*(T+1.0)
17        Y=C0*Y0(I)+C1*Y0(I+1)+C2*Y0(I+2)
18        RETURN
19   50   C0=0.5*(2.0*T-1.0)
20        C1=-2.0*T
21        C2=0.5*(2.0*T+1.0)
22        Y=(C0*Y0(I)+C1*Y0(I+1)+C2*Y0(I+2))/H
23        RETURN
24        END
```

五、例题

已知一元列表函数

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	0.39894	0.39695	0.39104	0.38138	0.36827	0.35206

求 $x=0.04$，0.08，0.12，…，0.52的函数值及微商。

输入参数：

N＝6，A＝0.0，B＝0.5，L＝0（进行插值）或L＝1（求微商），Y0见试通程序第3、4两行。

输出结果见表1.1。表中，Y表示函数值，DY表示微商值。

表 1.1

X	Y	DY
0.04000	0.39861	－0.01598
0.08000	0.39765	－0.03166
0.12000	0.39608	－0.04734
0.16000	0.39385	－0.06285
0.20000	0.39104	－0.07785
0.24000	0.38763	－0.09285
0.28000	0.38359	－0.10695
0.32000	0.37903	－0.12075
0.36000	0.37389	－0.13420
0.40000	0.36827	－0.14660
0.44000	0.36216	－0.15900
0.48000	0.35555	－0.17140
0.52000	0.34845	－0.18380

试通程序：

```
      PROGRAM LAGREP
      DIMENSION Y0(6)
      DATA Y0/0.39894,0.39695,0.39104,
     1 0.38138,0.36827,0.35206/
      X=0.
      WRITE(4,50)
      WRITE(4,30)
      WRITE(4,40)
      WRITE(4,30)
   10 X=X+0.04
      CALL LAGRE(Y0,6,0.0,0.5,0,X,Y)
      CALL LAGRE(Y0,6,0.0,0.5,1,X,DY)
      WRITE(4,20) X,Y,DY
      IF(X.LT.0.5) GOTO 10
      WRITE(4,30)
   20 FORMAT(13X,3F12.5)
   30 FORMAT(18X,'--------------------------------')
   40 FORMAT(24X,'X',11X,'Y',10X,'DY')
   50 FORMAT(20X,'TABLE 1.1')
      STOP
      END
```

1.2 一元三点不等距插值

一、功能

本程序选取最靠近插值点的相邻三个插值结点，用拉格朗日三点插值公式对一元不等距插值表进行插值。

二、使用说明

1. 子程序语句

SUBROUTINE LAGRN(X0, Y0, N, X, Y)

2. 哑元说明

X0　N个元素的一维实数组，输入参数，存放给定的插值结点。

Y0　N个元素的一维实数组，输入参数，存放插值结点上相应的函数值。

N　整变量，输入参数，结点个数。

X　实变量，输入参数，插值点。

Y　实变量，输出参数，插值结果。

三、方法简介

给定 n 个插值结点 $x_1<x_2<\cdots<x_n$ 及对应函数值 $y_1, y_2, \cdots, y_n$，利用拉格朗日

三点插值公式，计算 x 点的函数值 $y(x)$：

$$y(x)=\sum_{k=i}^{i+2}\left(\prod_{\substack{j=i\\ j\neq k}}^{i+2}\frac{x-x_j}{x_k-x_j}\right)y_k$$

其中

$$i=\begin{cases} j-1, & x<\dfrac{x_j+x_{j+1}}{2}, \quad j=2, 3, \cdots, n-2 \\ n-2, & x\geqslant\dfrac{x_{n-2}+x_{n-1}}{2} \end{cases}$$

四、程序

```
      SUBROUTINE LAGRN(XO,YO,N,X,Y)
      DIMENSION XO(N),YO(N)
      I=1
   10 IF(X.LT.0.5*(XO(I+1)+XO(I+2))) GO TO 30
      IF(X.GE.0.5*(XO(N-2)+XO(N-1))) GO TO 20
      I=I+1
      GO TO 10
   20 I=N-2
   30 M=I+2
      Y=0.0
      DO 60 J=I,M
      P=1.0
      DO 50 K=I,M
      IF(J-K) 40,50,40
   40 P=P*(X-XO(K))/(XO(J)-XO(K))
   50 CONTINUE
   60 Y=Y+P*YO(J)
      RETURN
      END
```

五、例题

已知一元不等距列表函数

x	0.0	0.1	0.195	0.3	0.401	0.5
y	0.39894	0.39695	0.39142	0.38138	0.36812	0.35206

求 $x=0.04$，0.08，0.12，…，0.52的函数值。

输入参数：

N＝6，X0、Y0分别见试通程序第3、4、5行。

输出结果见表1.2。

表 1.2

X	Y
0.04000	0.39862
0.08000	0.39766
0.12000	0.39608
0.16000	0.39385
0.20000	0.39104
0.24000	0.38762
0.28000	0.38359
0.32000	0.37903
0.36000	0.37388
0.40000	0.36827
0.44000	0.36216
0.48000	0.35555
0.52000	0.34845

试通程序：

```
1          PROGRAM LAGRNP
2          DIMENSION XO(6),YO(6)
3          DATA XO/0.0,0.1,0.195,0.3,0.401,0.5/
4          DATA YO/0.39894,0.39695,0.39142,
5        1 0.38138,0.36812,0.35206/
6          X=0.0
7          WRITE(4,50)
8          WRITE(4,30)
9          WRITE(4,40)
10         WRITE(4,30)
11     10  X=X+0.04
12         CALL LAGRN(XO,YO,6,X,Y)
13         WRITE(4,20) X,Y
14         IF(X.LT.0.5) GOTO 10
15         WRITE(4,30)
16     20  FORMAT(13X,2F12.5)
17     30  FORMAT(18X,'--------------------')
18     40  FORMAT(24X,'X',11X,'Y')
19     50  FORMAT(20X,'TABLE 1.2')
20         STOP
21         END
```

1.3 一元三点分段等距插值、微商

一、功能

本程序用拉格朗日三点插值公式对一元分段等距插值表进行三点插值或求微商。

二、使用说明

1. 子程序语句

SUBROUTINE LAGRER (A, N, X, Y, L)

2. 哑元说明

A　N个元素的一维实数组，输入参数，存放分段后的插值表，存放形式如下：

$$RN_1,\ a_1,\ b_1,\ y_{11},\ y_{12},\ \cdots,\ y_{1n_1},\ RN_2,\ a_2,$$
$$b_2,\ y_{21},\ y_{22},\ \cdots,\ y_{2n_2},\ \cdots,\ -RN_k,\ a_k,\ b_k,$$
$$y_{k1},\ y_{k2},\ \cdots,\ y_{kn}$$

其中，k 为段数，a_j, b_j, RN_j($j=1,\ 2,\ \cdots,\ k$)分别为对应第 j 段的插值结点的起点值、终点值和结点个数，且 $b_j=a_{j+1}$($j=1,\ 2,\ \cdots,\ k-1$)；y_{jl}($j=1,\ 2,\ \cdots,\ k$；$l=1,\ 2,\ \cdots,\ n_j$) 为对应第 j 段的插值结点上相应的函数值。注意，最后一段的 RN_k 前要加负号

N　整变量，输入参数，插值表总长度，$N=3k+\sum_{j=1}^{k} n_j$。

L　整变量，输入参数，程序控制信息。当L＝0时，表示插值；当L＝1时，表示微商（L只取0或1）。

X　实变量，输入参数，插值点。

Y　实变量，输出参数，插值或微商结果。

三、方法简介

见1.1节。

四、程序

```
      SUBROUTINE LAGRER(A,N,X,Y,L)
      DIMENSION A(N)
      K=1
   10 IF(X.LT.A(K+2)) GO TO 20
      IF(A(K).LT.0.0) GO TO 20
      M=ABS(A(K))
      K=K+M+3
      GOTO 10
   20 M1=ABS(A(K))
      H=(A(K+2)-A(K+1))/(ABS(A(K))-1.0)
      I=(X-A(K+1))/H+0.5
      IF(I-1) 50,30,30
   30 IF(I-(M1-2)) 60,40,40
```