哥德巴赫猜想与素数辐射法

Goldbach Hypothesis and Method of Prime Radiation

陈抗战 陈 岗 著

西北工业大学出版社

哥德巴赫猜想与素数辐射法

陈抗战　　陈岗　著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书从分析素数的无限性及其在自然数中的分布出发，总结出素数辐射法。然后利用素数辐射数的性质及其在自然数里的含量，说明了哥德巴赫猜想的成立。最后利用素数的辐射的规律，造出五万以内的素数表。

此书可供广大数学爱好者参考。

图书在版编目(CIP)数据

哥德巴赫猜想与素数辐射法/陈抗战，陈岗著．—西安：西北工业大学出版社，2002.10

ISBN 7-5612-1514-2

Ⅰ．哥… Ⅱ．①陈… ②陈… Ⅲ．①哥德巴赫猜想-研究②素数-研究 Ⅳ．O156.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第076101号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路127号 **邮编**：710072
电 话：029-8493844
网 址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西友盛印务有限责任公司
开 本：850 mm×1 168 mm 1/32
印 张：7.25
字 数：180千字
版 次：2002年10月第1版 2003年6月第2次印刷
印 数：1 501～3 500册
定 价：15.00元

前　言

1742年，德国数学家哥德巴赫在写给他的挚友欧拉的信中提出一个数学方面的命题，即："任何一个大于5的奇数都是三个素数之和"。欧拉在给哥德巴赫的回信中同时也提出一个数学命题，即："任何一个大于2的偶数都是两个素数之和"。这两个命题有着微妙的共联性，即："哥德巴赫命题是欧拉命题的推论"。人们把这两个命题统称为"哥德巴赫猜想"。

"哥德巴赫猜想"的证明当时没有解决，两个半世纪过去了，仍然没有肯定或否定的答案。虽然有人验算了三亿三千万个偶数，都证明"猜想"是正确的，但从理论上讲却没有落实。1966年，我国数学家陈景润证明了"任何一个充分大的偶数都可以表示两个数之和，其中一个是素数，另一个或为素数，或为两个素数的乘积"。这是迄今为止世界上关于"哥德巴赫猜想"研究的最好成果。这个成果在世界数学界引起强烈反响，被誉为"陈氏定理"。

陈景润的研究成果给后来人以很大的鼓舞，看起来"哥德巴赫猜想"的秘密将会被揭示，人们已预感到"登天之日、近在咫尺"了。谁知又过了近半个世纪，被誉为世界数学王冠明珠的"哥德巴赫猜想"依旧嵌镶在数学皇后的金冠上而未被摘取。

由于爱好，20多年来一直从事"哥德巴赫猜想"的探索，从各个方面研讨这一课题，但一直进展不大。近五六年来，在陈岗、陈岩的协助下，在王人瑞老师的指导下，大家共同努力，1996年，完成了论文的初稿。2000年，在初稿的基础上经过提炼、压缩和补充，以"揭开哥德巴赫猜想之谜"为题的论文总算完成。随后，经过20多位从事数学教学的老师、教授、数学爱好者的精心指教，使该

论文更加充实，现将此论文呈现给大家，以供广大数学爱好者共同探讨，促进数学研究事业蓬勃发展。

作　者

2000 年 3 月 16 日

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一部分　揭开"哥德巴赫猜想"之谜 …… 1

一、问题的提出 …… 1
二、素数的无限性命题 …… 1
三、万以内的素数表 …… 2
四、素数的分布命题 …… 6
五、素数的存在命题 …… 7
六、素数表里的素数整体存在法则 …… 10
七、偶数分解奇数对的计算方法 …… 11
八、偶数分解奇数对中素数对的概率 …… 13
九、求偶数分解数奇数对中的素数对 …… 14
十、"哥德巴赫猜想"成立性的确立 …… 17
十一、利用素数定理来计算较大偶数分解素数对 …… 19

Revealing Goldbach Conjecture …… 23
1. Put Forward a Question …… 23
2. The Infinity Theorem of Prime Number …… 23
3. List of Prime Numbers Within 10 000 …… 24
4. The Distribution Theorem of Prime Numbers …… 30
5. The Existing Theorem of Prime Numbers …… 31
6. The Whole Existing Rule of Prime Numbers in Prime Number List …… 34
7. The Calculating Method of Even Number Decomposition Odd Number Pairs …… 36

8. The Probability of Prime Number Pairs in the Even Number Decomposition Numbers Odd Number Pairs …… 38

9. Calculating Prime Numbers in the Even Number Decomposition Numbers Odd Number Pairs …… 39

10. The Confirmation of Goldbach Conjecture …… 43

11. Calculating Prime Number Pairs of Decomposing Larger Even Number by Using the Theorem of Prime Number …… 46

第二部分 素数辐射法 …… 51

一、什么是素数辐射法 …… 51

二、素数辐射法与埃氏筛法有什么不同 …… 51

三、素数辐射数的性质 …… 53

四、素数辐射数在自然数里的含量 …… 54

五、素数辐射数的几个规律 …… 60

第三部分 几个应注意的问题 …… 65

一、拼组图中的全吻合与半吻合 …… 65

二、素数四竖行等量分布 …… 70

三、再谈素数 2,3,5 辐射图表的框架 …… 72

四、素数辐射表上的存留数 …… 74

五、哥德巴赫命题及 500 万元悬赏命题的解答 …… 75

第四部分 "素数区"、"抽屉原理"与"偶数分解素数对拼组的平均值" …… 79

一、素数辐射与素数区 …… 79

二、哥德巴赫猜想与抽屉原理 …… 83

三、通过素数表里素数整体存在法则，看偶数分解素数对拼组的平均值 …… 87

第五部分　素数的"盲区"、"亮区"以及素数辐射数的滚动循环规律 …… 91

一、素数的"盲区"和"亮区" …… 91
二、素数辐射数的滚动循环规律 …… 95

附录　五万以内的素数表 …… 101

第一部分　揭开“哥德巴赫猜想”之谜

一、问题的提出

一个偶数，分解成两个素数和是个简单的问题，是否所有的偶数都是这样，则是个复杂的问题，这就是著名的“哥德巴赫猜想”。二百多年来，这个问题一直困扰着数学界，而没有得出满意的答案。出于爱好，工作之余我们对“猜想”也进行了探索，自以为得出了结果，今天说出来，希望得到衷恳的审评。

对于“猜想”，我们的回答是成立的。为什么？看看下面的定理、公式、图表及证明就不言自喻。

二、素数的无限性命题

命题 1.1　在自然数里，素数是无限多的。

这个命题在数学上已成定论，我们无须再去论证。但它在“猜想”的证明中，却起了个主心骨作用。因为，有了这个定理，就可以知道素数在自然数里的分布也因自然数表的延伸而延伸。它也像自然数一样永远没有终结。其实，素数也是自然数，所以把它单独提出来，只是为了讨论问题方便罢了。

如果说素数是有限的，那么，它必然有个最大的素数 N。假设，有一个等于或大于 $2N$ 的偶数要找出一对或若干对分解数素数对，那是绝对不会有的。这样，“猜想”即被否定。正因为素数是无限多的，它无休无止地存在于自然数数列里，因而，“猜想”的成立性才得到保障。

三、万以内的素数表

要证明“猜想”的成立性，首先要制作一个万以内的素数表。这个素数表不同于一般的素数表，它的特点是把万以内的所有素数都分别安置在各自的框位里，看起来清清楚楚，使用起来非常方便。因为采用的是“四竖行”形式，因而，我们把它叫“万以内四竖行素数表”(参看本书附录部分“五万以内的素数表”)。

四竖行素数表的制作方法采用的是素数辐射法。素数辐射法的含义是：从最小的素数 2 开始，依次按 2,3,5,7,11,13,… 的顺序进行辐射，从自然数表里减去各自的辐射数后，剩余在表上的数即为素数。这些素数除 2 与 5 外，其它的全部集中在自然数表里的 B_1,B_3,B_7,B_9 四个竖行里。因此，我们叫它“四竖行万以内素数表”。它的制作过程如下：

1. 首先，制一个万以内的自然数表 1.1

表 1.1　万以内的自然数表

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_0
A_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A_3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A_4	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A_5	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A_6	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A_7	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
A_8	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A_9	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
A_{10}	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A_{11}	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
A_{12}	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
A_n	……									

万以内的自然数表的横行用 A 标出(见表 1.1),其数码用自然数 10 位以上的数字并参考个位数来决定。当自然数个位数是“0”时,A 的标码不变,当自然数的个位不是“0”时,(即是 1,2,3,4,5,6,7,8,9)则 A 的标码加 1。例如 320 在横行 A_{32};321,322,…,329 则在横行 A_{33};竖行以 B 标出,其标码是自然数的个位数数字。例如:1,11,21,… 列入 B_1 行;2,12,22,… 列入 B_2 行;3,13,23,… 列入 B_3 行,依此类推。

2. 素数的辐射与辐射数

自然数表里的“1”是单位数,应从数表里去掉。下来是 2;2 符合素数的规定,因而是素数。2 乘以数表里等于它和大于它的数,即 $2\times2=4,2\times3=6,2\times4=8,2\times5=10,2\times6=12,2\times7=14,\cdots$ 其乘得的积即为 2 的辐射数;这些数从数表里划掉并去掉,此表即为素数 2 的辐射数表。2 的辐射数从表上去掉后,自然数表里的 B_2,B_4,B_6,B_8,B_0,五个竖行除 2 以外,其它的数全部消失。见表 1.2。

表 1.2　素数 2 的辐射数表

	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9
A_1	2	3	5	7	9
A_2	11	13	15	17	19
A_3	21	23	25	27	29
A_4	31	33	35	37	39
A_5	41	43	45	47	49
A_6	51	53	55	57	59
A_7	61	63	65	67	69
A_8	71	73	75	77	79
A_9	81	83	85	87	89
A_n	……				

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

素数 2 辐射后，下来是素数 3。素数 3 的辐射数是 3 乘以等于它和大于它的素数 2 辐射表的存留数。即：$3\times3=9$，$3\times5=15$，$3\times7=21$，$3\times9=27$，$3\times11=33$，$3\times13=39$，$3\times15=45$，$3\times17=51$，$3\times19=57$，…，$3\times3\ 333=9\ 999$。我们把所乘的积从数表里划掉并去掉，即变成了表 1.3 的形式。

表 1.3　2,3 的辐射数表

	B_1	B_3	B_5	B_7	B_9
A_1	2	3	5	7	
A_2	11	13		17	19
A_3		23	25		29
A_4	31		35	37	
A_5	41	43		47	49
A_6		53	55		59
A_7	61		65	67	
A_8	71	73		77	79
A_9		83	85		89
A_{10}	91		95	97	
A_{11}	101	103		107	109
A_n	……				

5 是素数，5 的辐射数分别是：$5\times5=25$，$5\times7=35$，$5\times11=55$，$5\times13=65$，$5\times17=85$，$5\times19=95$，…，$5\times1\ 999=9\ 995$。把 5 的辐射数从辐射表里划掉并去掉，即变成了表 1.4 的形式。

表 1.4　2,3,5 的辐射数表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1	2	3	5　7	
A_2	11	13	17	19
A_3		23		29
A_4	31		37	
A_5	41	43	47	49
A_6		53		59
A_7	61		67	
A_8	71	73	77	79
A_n	……			

7 是素数,7 的辐射数分别是:$7\times7=49$,$7\times11=77$,$7\times13=91$,$7\times17=119$,$7\times19=133$,$7\times23=161$,$7\times29=203$,…,$7\times1\ 427=9\ 989$。从辐射表上去掉 7 的辐射数,即变成表 1.5 的形式。

表 1.5　2,3,5,7 的辐射数表

	B_1	B_3	B_7	B_9
A_1	2	3	5　7	
A_2	11	13	17	19
A_3		23		29
A_4	31		37	
A_5	41	43	47	
A_6		53		59
A_7	61		67	
A_8	71	73		79
A_9		83		89
A_{10}			97	
A_{11}	101	103	107	109
A_{12}		113		
A_n	……			

素数 7 辐射完后，下来就是 11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97 共 25 个素数进行按次序辐射，并从辐射表上去掉它们的辐射数。这件事完成后，存留在辐射表上的数全是素数。万以内的素数表即算制成。

3. 素数区与非素数区的划分

素数区的划分是用某素数的平方数决定的。当某素数未辐射前，它的平方数以内的数就是素数，这个区域即为该素数的素数区。

例如：素数 2；$2^2=4$，4 以前的数 2 和 3 即为素数，这个区域即为：素数 2 的素数区。

素数 3；$3^2=9$，$4\sim9$ 以内的数有 5 和 7，即为素数，这个区域即为素数 3 的素数区。

素数 5；$5^2=25$，$9\sim25$ 以前的辐射表上的存在数有 11,13,17,19,23 都是素数，这个区域，即为素数 5 的素数区。

素数 7；$7^2=49$，$25\sim49$ 以前的辐射表上的存在数有 29,31,37,41,43,47 各数均是素数，这个区域即为素数 7 的素数区。

其余素数 11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97 各素数的相继辐射，素数区也随之扩大，直到这些素数辐射完毕。并且，把辐射数从辐射表上去掉，万以内的素数表即算制成。

四、素数的分布命题

命题 1.2　素数除 2 与 5 外，其它素数均分布在自然数表里的四竖行(B_1,B_3,B_7,B_9)里；每竖行素数无限多；各竖行里的素数的数目相等。

这个命题包括三个方面。其一是分布区，即“四竖行”；其二是每竖行的素数无限多；其三是每竖行的素数数目相等。

先看第一个问题分布区“四竖行”。我们知道，素数 2,3,5 辐射

后，自然数表的 B_2，B_4，B_5，B_6，B_8，B_0 六个竖行里的所有数(2 与 5 除外）全被取掉，数表上只有 B_1，B_3，B_7，B_9 四个竖行。当然，其它所有素数就只能存留在这四个竖行里。

再看第二个问题：每竖行的素数无限多。这个问题要结合素数的无限性定理来理解。我们知道在自然数里素数是无限多的。而"四竖行"里的各数实际上就是自然数的分行排列，每竖行的排列数无休无止。因而，存在于里边的素数也应该是无休无止，即无限多。

第三问题：从理论上讲，四竖行中各行的素数数目相等。这个问题从何说起呢?我们看素数 2,3,5 辐射表，这个辐射表四竖行的存留数的个数是相等的，从这个等量的存留数中减去一个素数的等量的辐射数，其剩余部分依然相等。

详细证明可参看本书第二部分的第五节之 4 的"素数辐射数四竖行等量分布"和第三部分的第二节"素数四竖行等量分布"两节的内容。

即　　　　　　**等量－等量＝等量**

素数分布命题的建立，为偶数分解数素数对各竖行拼组的几率相等提供了条件。

五、素数的存在命题

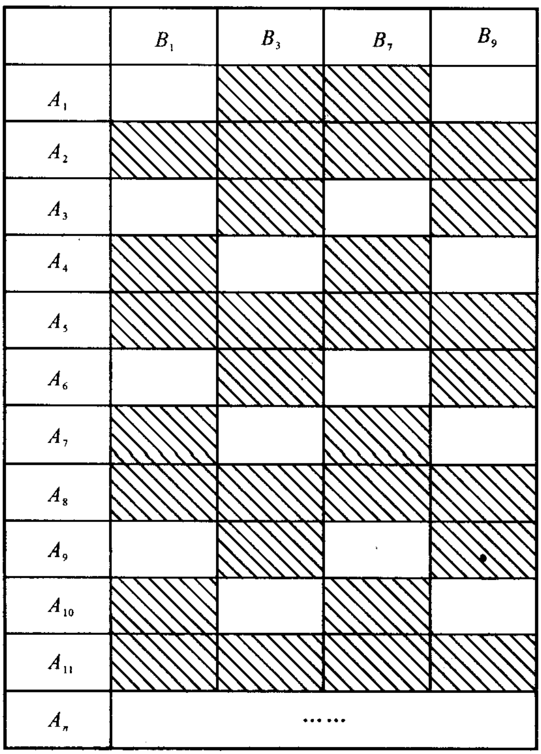
命题 1.3　素数除 2 与 5 外，其它素数均存在于素数 2,3,5 辐射表的框架里。

这个命题的建立构筑了"猜想"成立的必然性。为什么这样说呢?下面分两方面来谈：

其一，什么是素数 2,3,5 辐射表的框架?参看表 1.4。素数 2,3,5 辐射后，数表里从竖行看存在着两个有数格加一个无数格的形式，并且无穷无尽地延伸下去。我们把有数格用黑框表示，无数格用白框表示。于是，就出现了表 1.6 的形式。我们把这个表叫素

数 2,3,5 辐射表的框架。从四竖行整体来看,B_1,B_7 两竖行中,凡横行 A 的数码是 $3n$(n 是自然数)时,必为白框,(或叫空框);B_3 和 B_9 两竖行凡横行 A 的标码是 $3n+1$(n 是自然数)时必是空框。这个"黑、黑、白"(或叫"实、实、空")的结构形式我们称素数 2,3,5 辐射表的框架。因为,除素数 2 和 5 外,其它所有素数都存在于这个框架里。我们深入的研究它对解开"猜想"之谜是大有裨益的。

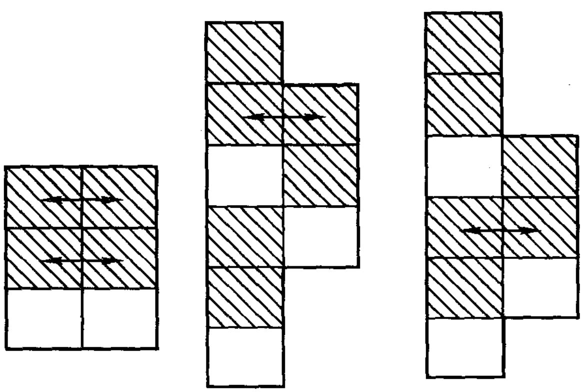
表 1.6　2,3,5 的辐射数表



其二,"猜想"成立的"基因密码"。从素数 2,3,5 辐射表看,它

们的基本组成形式是两个有数格加一个无数格，即"实、实、空"。我们把这种组成形式，称为"猜想"成立的"基因密码。"因为它给了我们打开"猜想"秘密之锁的钥匙。为什么这样说呢？我们看一看下面的拼组图就会明白。

如图1.1所示，图(a)中有"实一实、实一实、空一空"三对组合。两对"实、实"组合在三对组合中占67%；图(b)，图(c)中只有一对"实、实"组合，只占全体组合的33%。除去这3种组合外，没有第四种组合。而三种拼组中，虽然"实、实"组合的几率有大有小，但没有"0"几率，这就预示着偶数分解数的拼组不会没有素数对。



(a)　(b)　(c)

图1.1　拼组图

(a) 全吻合；(b) 半吻合；(c) 半吻合

另外，我们把第一拼组的形式叫全吻合，第二和第三拼组叫半吻合。全吻合与半吻合决定了偶数分解素数对中计算素数对和实查素数对之间的正负误差。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com