高等职业技术教育教材

数　学

第二册

王新芳　主编

中国铁道出版社
2002年·北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本套教材是针对五年制高等职业技术教育数学课的要求编写的，遵循“加强基础，注重能力，突出应用，增加弹性，适度更新，兼顾体系”的原则定位教学内容，并在每章后附有本章内容小结和复习题.

本书为第二册，内容包括向量、复数、排列与组合、二项式定理、概率与统计、直线、二次曲线、极坐标、参数方程和立体几何. 适合作为高等职业教育学校数学教材，也可作为中等职业技术学校教材.

图书在版编目(CIP)数据

数学. 第 2 册/王新芳主编. —北京：中国铁道出版社，2002.8
高等职业技术教育教材
ISBN 7-113-04766-1

Ⅰ. 数… Ⅱ. 王… Ⅲ. 数学－高等学校：技术学校－教材 Ⅳ. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 050886 号

书　　名：高等职业教育教材
数学·第二册
作　　者：王新芳 主编
出 版 发 行：中国铁道出版社(100054，北京市宣武区右安门西街 8 号)
责 任 编 辑：李小军
编辑部电话：010-63583214(市) 021-73133(路)
封 面 设 计：马 利
印　　刷：北京市燕山印刷厂
开　　本：880×1230 1/32 印张：9.75 字数：302 千
版　　本：2002 年 9 月第 1 版 2002 年 9 月第 1 次印刷
印　　数：1～5000 册
书　　号：ISBN 7-113-04766-1/O·94
定　　价：17.00 元

前　言

随着教育体制改革和社会对人才培养的需求，五年制的高等职业教育欣然兴起。数学作为现代科技发展的基础，随着科技的高速发展，知识结构的日益更新，其作用越来越突出，它的内容、思想、方法和语言已成为现代文化的重要组成部分，数学已成为一门必修公共课程。从全面提高素质的角度来说，数学是五年制高等职业教育的一门重要的基础课；从综合职业能力的要求来说，它又是进一步学习及参加社会生活、生产实践所必不可少的工具课。为此，我们根据五年制高等职业教育数学课的要求，遵循“加强基础，注重能力，突出应用，增加弹性，适度更新，兼顾体系”的原则编写了这套数学教材，以供使用和交流。

拓宽基础，以能力为本位是本教材的特点之一。新世纪是“知识经济”的时代，新知识、新技术、新思维层出不穷，每个人都需要树立终生教育和终生学习的远大目标。学生在校学习的内容毕竟是有限的，要想适应社会的进步、知识的更新，就必须具备良好的继续学习的知识基础和基本能力。因此，我们在编写中力求体现“拓宽基础，以能力为本位”的思想。

从教学内容的安排来看，教材尽量采取“具体→抽象→应用”的思路，强化学生能力的培养和科学的思维方法及辩证唯物主义思想的形成，培养基本的运算能力、空间想象能力、数形结合能力、创新思维能力和实际应用能力。因此，**我们在教材中增大了生活及各专业实践中的应用例题和习题**，积极引导学生用数学知识去解决实际问题，使数学真正体现出它的基础性和工具性，为生活、为其他专业课程服务的特点。

适应教育教学改革和学生不同选择的要求是本教材的又一特点。近期，教育部颁发的高考制度允许职业学校的学生参加普通高考，为高职的学生提供了一个极好的机会。这就要求高职的教材立即跟上，有所改变，有所提高，既要满足学生毕业后马上就业的教学要求，又要对准备参加升学考试的学生起指导作用。为此，本教材的第一、二册包括了所有的初等数学内

容，并且要求较高，题量较大，以满足学生参加再教育考试的需要。另外，教材中内容的多少，知识面的宽窄和练习、习题的难易还兼顾了不同层次学生的需要。

本套教材共分三册。第一册是初等数学的代数部分，第二册是初等数学的部分代数内容及所有的几何部分，第三册是高等数学的微积分和空间解析几何部分。建议学时约为290。主要供初中起点的高等职业技术教育的学生使用，第一、二册也可供工科专业的中等职业技术教育的学生使用。

本套教材由太原铁路机械学校的张义平担任编委会主任委员，太原铁路机械学校王新芳担任主编；山西省冶金工业学校富伯亭担任副主编。参加编写的人员有昆明铁路机械学校尤磊、太原铁路机械学校李明、太原铁路机械学校周凯和华北机电学校的岳鸿。其中，王新芳负责编写第一、二、五、六、七、十四章；尤磊负责编写第三、四章；李明负责编写第八、九章；周凯负责编写第十、十一、十二、十三章；岳鸿编写第十五、十六、十七章；富伯亭负责编写第十八、十九和第二十章。

在编写中我们努力博采众长，参考了苏州大学出版社出版的江苏省五年制高等职业教育试用教材《数学》，高等教育出版社出版的《高等数学》、全国高等教育自学考试教材《高等数学》、国家教委中等专业学校规划教材《数学》和普通高级中学课本《数学》，以及山西教育出版社出版的职业高级中学课本《数学》等内容。在此向这些教材的编者们表示感谢。

尽管如此，由于时间仓促，我们能力有限，书中难免还存在缺点和错误，望能得到有关专家的指导和批评，不甚感激。

编 者

2002年4月

目　　录

第六章　向　　量

第一节　向量的概念

一、向量、有向线段

在实际工程技术问题中，有一种量例如时间、长度、质量等，它们只有大小，没有方向，在取定一个单位后，可以用一个数来表示，这种量叫数量；另外还有一类量除了大小还有方向，如一点的位移、速度、加速度、力矩、电场强度等．我们把这种**既有大小又有方向的量叫向量**．也就是说，**向量是由大小和方向两要素所确定的**．

平面中的一条线段 AB，若在线段的两个端点中确定一个顺序，如以 A 为始点，B 为终点，这就等于给出线段 AB 的方向，我们把线段 AB 的长度连同它的方向表示成$\overrightarrow{AB}$，把这种**具有方向的线段称为有向线段**．应该注意，表示有向线段时，始点一定要写在终点的前面．例如：以 B 为始点，A 为终点的有向线段记为$\overrightarrow{BA}$，以 A 为始点，B 为终点的有向线段记为$\overrightarrow{AB}$．$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BA}$确定了两个相反方向的有向线段．

有向线段包含三个要素：始点、大小和方向．知道了有向线段的始点、大小和方向，它的终点就被唯一确定了．

已知有向线段$\overrightarrow{AB}$，线段 AB 的长度称为有向线段$\overrightarrow{AB}$的**长度或模**，记做$|\overrightarrow{AB}|$．

二、向量的表示法

向量是一个由大小、方向两要素确定的量，而有向线段是可以表示大小和方向的线段，所以我们在平面中，可以用有向线段来表示向量．有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向．用有向线段$\overrightarrow{AB}$

表示向量时，我们就说向量$\overrightarrow{AB}$. 向量$\overrightarrow{AB}$的大小是有向线段的长度$|\overrightarrow{AB}|$. 长度为零的向量叫做**零向量**，记做 $\mathbf{0}$. 长度为 1 个长度单位的向量，叫做**单位向量**，记做 $\boldsymbol{e}$.

我们用有向线段来表示向量时，印刷体用一个粗体字母如 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，…表示向量，书写体用一个上面加箭头的字母如$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，…或用线段端点的字母上面加箭头如$\overrightarrow{AB}$来表示. 如图 6-1 所示.

由于向量只有大小和方向，所以用有向线段表示向量时与有向线段起点的选择无关，它的起点是任意的. 也就是说，对于两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，只要它们的大小相等、方向相同，向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 是**相等**的，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 相等的向量表示同一个向量，从这个角度讲，向量是自由的. 所以，我们把向量也叫自由向量. 这就是说，经过平行移动能完全重合的向量是相等的. 如图 6-2 所示，平行四边形 $ABCD$ 中，则有$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. 如果一向量与已知向量的方向相反、大小相等，称它为已知向量的**相反向量**，如图 6-2 中的平行四边形 $ABCD$ 有$\overrightarrow{BA}$是$\overrightarrow{AB}$的相反向量，记做$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$.

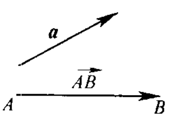


图 6-1

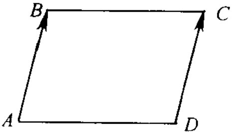


图 6-2

方向相同或相反的向量，我们把它们叫做**平行向量**，也叫做**共线向量**. 如图 6-2 中，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{CD}$都是共线向量.

例 1 如图6-3，设 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心，分别写出图中与向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$相等的向量，并指出与$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$共线的向量.

解：由图得：

$$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DO};$$

$$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EO};$$

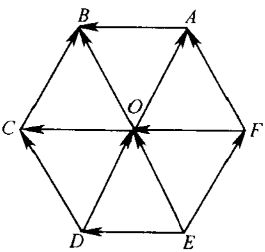


图 6-3

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FO}.$$

与$\overrightarrow{OA}$共线的向量有：$\overrightarrow{AO}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{EF}$，$\overrightarrow{FE}$，$\overrightarrow{DO}$，$\overrightarrow{OD}$；

与$\overrightarrow{OB}$共线的向量有：$\overrightarrow{BO}$，$\overrightarrow{FA}$，$\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{EO}$，$\overrightarrow{OE}$；

与$\overrightarrow{OC}$共线的向量有：$\overrightarrow{CO}$，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{FO}$，$\overrightarrow{OF}$.

习 题 6-1

1. 问答题

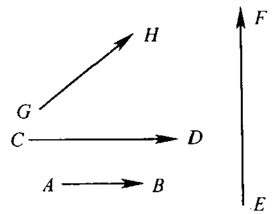
(1) 非零向量$\overrightarrow{AB}$的长度怎样表示？非零向量$\overrightarrow{BA}$的长度怎样表示？这两个长度相等吗？这两个向量相等吗？

(2) 指出图中各向量的长度.

(3) 用有向线段表示两个相等向量，若有相同的起点，那么它们的终点是否相同？

用有向线段表示两个不相等向量，若有相同的起点，那么它们的终点是否相同？

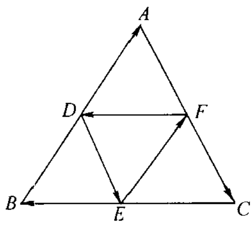
用有向线段表示两个方向相同但长度不同的向量，若有相同的起点，那么它们的终点是否相同？



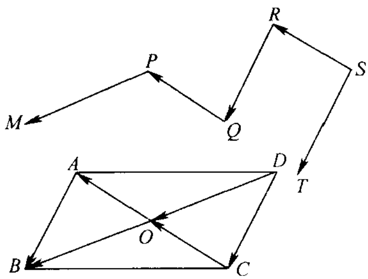
第 1 题图

2. 如图，D、E、F 分别是$\triangle ABC$ 各边的中点，分别写出图中与$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{EF}$，$\overrightarrow{FD}$相等的向量.

3. 如图，在方格纸上的平行四边形$ABCD$和折线$MPQRST$中，点O



第 2 题图



第 3 题图

是平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点，且 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，分别写出图中与 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 相等的向量.

讨 论 题

若 $\overrightarrow{AA'}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BB'}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，那么四边形 $ABB'A'$ 是平行四边形吗？为什么？反之，若 $ABB'A'$ 是平行四边形，那么 $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}$ 吗？

第二节 向量的运算

我们知道，数可以进行加、减、乘、除等运算. 同样，向量也可以进行运算，本节将介绍向量运算的有关内容.

一、向量的加法

向量的加法运算规定如下：

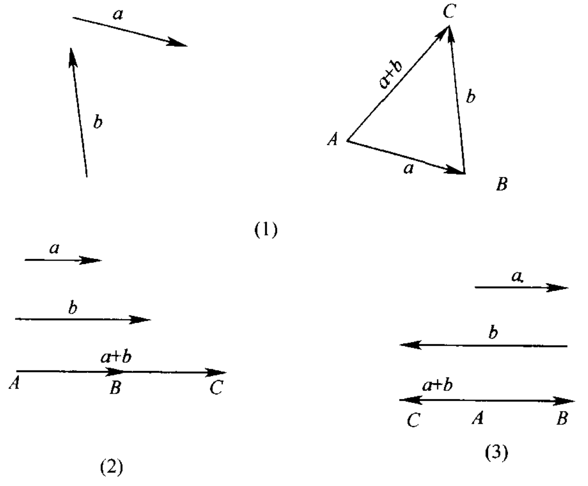


图 6-4

如图 6-4，设有两个非零向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AC}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 即

$$a + b = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

求两个向量和的运算,叫做**向量的加法**.

由上图(2)(3)可知:若向量 a、b 在同一直线上,则它们的和是这样的一个向量:

(1) 当向量 a、b 方向相同时,和向量的方向与它们原来的方向相同,其模等于这两个向量的模的和.

(2) 当向量 a、b 方向相反时,和向量的方向与模较大所对应的向量的方向相同,而模等于它们的模的差.

(3) 对于零向量与任何一向量 a,有

$$a + 0 = 0 + a = a \tag{6-1}$$

像上述,以向量 a 的终点为向量 b 的始点作向量 b,然后作出由 a 的始点到 b 的终点的向量就是 a 与 b 的和向量,记做向量 $a+b$.这种作两个向量和的方法就是向量加法的**三角形法则**.

例 1 如图6-5(1),已知向量 a、b,求作向量 $a+b$.

作法:在平面内任取点 O(图 6-5(2)),作 $\overrightarrow{OA} = a$,$\overrightarrow{AB} = b$.则 $\overrightarrow{OB} = a + b$.

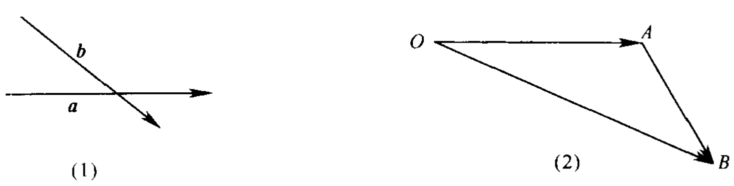


图 6-5

向量的加法满足交换律和结合律,即

$$\begin{aligned} &a + b = b + a; \\ &(a + b) + c = a + (b + c). \end{aligned} \tag{6-2}$$

事实上,如图 6-6,作平行四边形 $ABCD$,使 $\overrightarrow{AB} = a$,$\overrightarrow{AD} = b$,则 $\overrightarrow{DC} = a$,$\overrightarrow{BC} = b$.

因为 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = a + b$,$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = b + a$,

所以 $a + b = b + a$.

由图 6-6 可知，以同一个点 A 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为邻边作平行四边形 $ABCD$，则以 A 为起点的对角线 $\overrightarrow{AC}$ 就是向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和. 这种作两个向量和的方法就是向量加法的**平行四边形法则**.

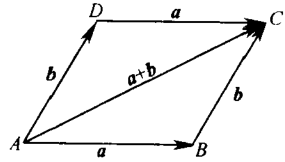


图　6-6

例 2　一艘船以每小时 $2\sqrt{3}$ km 的速度向垂直于对岸的方向行驶，同时河水的流速为每小时 2 km，求船实际航行速度的大小与方向(用与流速间的夹角表示).

解: 如图 6-7，设 $\overrightarrow{AD}$ 表示船向垂直于对岸的方向行驶的速度，$\overrightarrow{AB}$ 表示水流的速度，以 AD，AB 邻边作平行四边形 $ABCD$，则 $\overrightarrow{AC}$ 就是船实际航行速度.

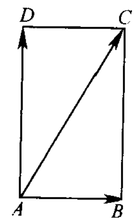


图　6-7

在 Rt△ABC 中，

$|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{BC}|=2\sqrt{3}$，

所以　$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$.

因为　$\tan\angle CAB=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

所以　$\angle CAB=60°$.

答:船实际航行的速度为每小时 4 km，行驶方向与流速间的夹角为 $60°$.

对于加法的结合律，通过图 6-8 很容易验证.

由于向量的加法适合交换律和结合律，多个向量的加法运算就可按照任意的次序与任意的组合来进行.

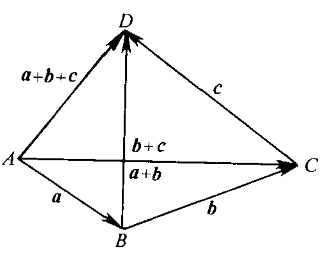


图　6-8

例如 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$，在平面内任取一点 A，A 为始点作出第一个向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，然后把向量 $\boldsymbol{b}$ 的始点放在第一个向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点 B 上，作出 $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 同样，以 C 为始点作出 $\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$；再以 D 为始点作出 $\overrightarrow{DE}=\boldsymbol{d}$，则 $\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$(如图 6-9).

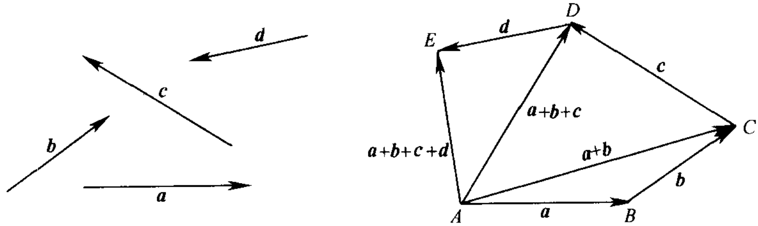
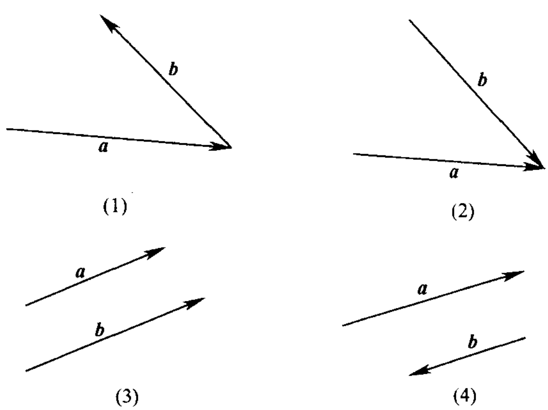


图 6-9

从上述的学习可知，无论是用平行四边形法则还是三角形法则求作两个向量的和，它们的结果是一致的．但对于多向量的运算，三角形法则可能更加方便些，因为三角形法则是以前一个向量的终点作为后一个向量的始点的．所以在运算中，始终按三角形法则进行运算，即第一个向量的终点是第二个的始点，第二个向量的终点是第三个的始点，……依次类推．最后以第一个向量的始点为始点，最后一个向量的终点为终点，所形成的向量就是所求向量的和．

习 题 6-2(1)

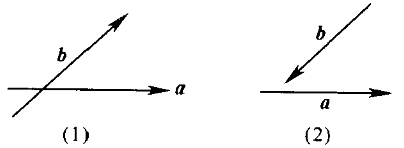
1．如图，已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，用向量加法的三角形法则作出向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$．



第 1 题图

2．如图，已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，用向量加法的平行四边形法则，作出向量

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

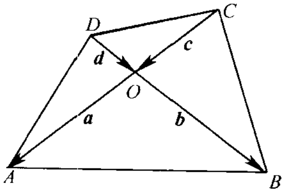


第 2 题图

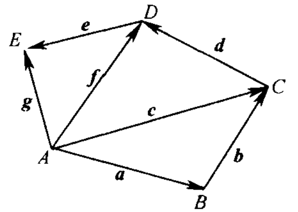
3. 根据图示填空

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{d}=$ ________;

(2) $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}=$ ________.



第 3 题图



第 4 题图

4. 根据图示填空

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$ ________;(2) $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=$ ________;(3) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d}=$ ________;(4) $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}=$ ________.

5. 一架飞机向北飞行 300 km,然后向西飞行 300 km,求飞机飞行路程及两次位移的和(以适当的比例尺作图解答).

讨 论 题

1. 已知任意向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$,不等式 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$ 是否正确?为什么?

2. 在 $\triangle ABC$ 中,证明 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{0}$ 成立.

二、向量的减法

如图 6-10,已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$,作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{b}+\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}$,向量 $\overrightarrow{BA}$ 叫做**向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 差**,记做 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,即

$$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}.$$

由此可见，如果把两个向量的始点放在一起，则这两个向量的差是减向量的终点到被减向量的终点的向量.

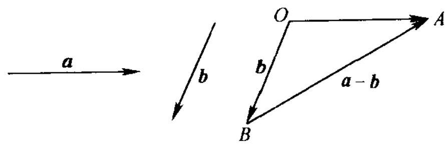


图　6-10

与向量 $\boldsymbol{a}$ 等长且方向相反的向量叫做 $\boldsymbol{a}$ 的相反向量，记做 $-\boldsymbol{a}$. 并且规定，零向量的相反向量仍是零向量. 于是

$$-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a} \tag{6-3}$$

任一向量与它的相反向量的和是零向量

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=(-\boldsymbol{a})+\boldsymbol{a}=0 \tag{6-4}$$

一个向量减去另一个向量，等于加上这个向量的相反向量.

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}) \tag{6-5}$$

例 3　已知平行四边形 $ABCD$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 分别表示向量 $\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{DB}$.

解：如图 6-11，连接 AC，DB，由求向量和的平行四边形法则，有

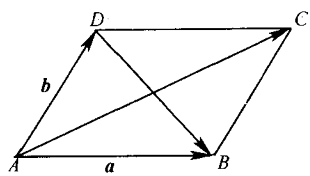


图　6-11

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

$$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}.$$

例 4　如图6-12，已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 和 $\boldsymbol{d}$，求 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}$.

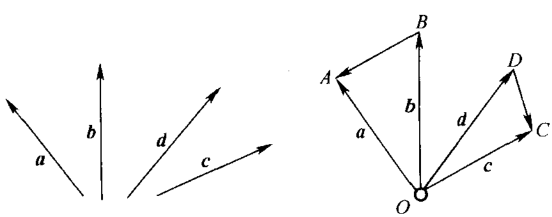


图　6-12