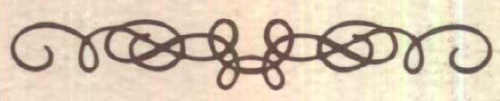


 国家自然科学基金研究专著  
NATIONAL NATURAL SCIENCE FOUNDATION OF CHINA



# 工程结构动力检测 理论与应用

李国强 李杰 著

**E&M**  
**Engineering Material**  
科学出版社

70311.3  
231

 国家自然科学基金研究专著  
NATIONAL NATURAL SCIENCE FOUNDATION OF CHINA



# 工程结构动力检测 理论与应用

李国强 李杰 著

科学出版社

## 内 容 简 介

本书共分九章。介绍内容有结构模态参数的频域和时域识别方法、结构物理参数的频域识别方法、结构物理参数的时域识别方法与动力复合反演问题、结构局部激振检测技术和结构动力检测的几个有关问题。

本书可供高等院校相关专业的师生应用,也可作为相关的科技工作人员的参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程结构动力检测理论与应用/李国强,李杰著.-北京:科学出版社,2002  
ISBN 7-03-009803-X

I.工… II.①李… ②李… III.工程结构-结构动力分析 IV.TU311.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 066690 号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2002年4月第 一 版 开本: B5 (710×1000)

2002年4月第一次印刷 印张: 18 1/4

印数: 1—2 000 字数: 318 000

定 价: 38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

# 前 言

重大土木工程结构(尤其是生命线工程结构)的可靠性对社会、经济有重要影响,正确评定结构的实际性态,是结构可靠工作的基本前提。结构实际性态的评定可称之结构检测。

传统上,工程结构检测主要通过观测和静力检测获得结构实际尺寸、材料弹性模量和强度等数据,然后通过结构分析确定结构的工作性能与可靠度水平。这种途径虽然简单,但存在现场工作劳动强度高和对有隐蔽部分结构检测困难的缺陷。

对于工程结构,容易实现和量测的是结构动力响应。利用结构的动力响应识别结构模态参数或物理参数,并进而评价结构性能、判别结构损伤的方法,即为结构动力检测技术。在理论上,结构系统识别属于结构动力反分析问题之一。近 30 年来,国内外科学工作者在结构动力反分析理论方面开展了卓有成效的研究工作,然而,许多理论研究成果往往不能胜任实际工程结构的动力检测。究其原因,这在很大程度上源于实际工程结构动力响应的观测噪声、观测不完备性、结构模型化误差及激振源的不确定性等。因此,工程结构的动力检测,至今仍然是结构工程领域中具有挑战性的研究课题之一。

本书作者自 1985 年即分别在沈祖炎教授和朱伯龙教授指导下从事结构动力分析与结构系统识别的研究工作。1993 至 1994 年我们分别在英国 Nottingham 大学和 Sussex 大学工作访问期间,继续开展了这一领域的研究,并取得了若干重要进展。访问结束回国后,李国强向沈祖炎教授提出了开展工程结构动力检测研究的设想。值此恰逢国家攀登计划(B)项目“土木及水利重大工程的安全性及耐久性基础研究”立项,在沈祖炎教授的推荐和项目专家委员会支持下,我们联合申报的“高层建筑安全性检测与监测”课题被列为国家攀登项目子项。此后,经过课题组 10 余位成员近七年的持续工作,在工程结构动力检测理论与应用方面取得了较为系统的研究成果。在此基础上,我们又综合国内外相关的重要研究成果,略加梳理,形成了本书。

本书共分九章。第一章介绍本书的编写背景,第二、第三章分别介绍结构模态参数的频域和时域识别方法,第四、第五章介绍结构物理参数的频域识别方法,第六、第七章介绍结构物理参数的时域识别方法与动力复合反演问题,第八章介绍结构局部激振检测技术,第九章介绍结构动力检测的几个有关问

题。全书大纲由李国强拟定,书中第六、第七章由李杰主笔,其余各章由李国强主笔。研究生陈素文、陈隽、陆焜、郝坤超、楼国彪参加了本书的有关研究工作,并提供了本书部分章节的初稿(陈素文:5.3、9.2、9.4;陈隽:7.2~7.4;陆焜:9.1;郝坤超:5.1、5.2;楼国彪:8.1~8.4)。

在此感谢沈祖炎教授、刘西拉教授、张光斗院士、项海帆院士和范立础教授,他们的关心和支持使我们的研究工作得以持续进行。也要感谢邵志常、李炳生、范佩芬、孙增寿等同志,他们的参与使本书所涉及的实验研究工作得以顺利执行。

李国强 李杰  
2001年3月于同济园

# 目 录

<b>第一章 绪 论</b> .....	( 1 )
1.1 工程结构检测的目的与意义 .....	( 1 )
1.2 工程结构检测方法 .....	( 2 )
1.3 结构动力检测的主要问题 .....	( 3 )
<b>第二章 结构模态参数的频域识别法</b> .....	( 5 )
2.1 结构的传递函数和频响函数 .....	( 5 )
2.1.1 单自由度体系 .....	( 5 )
2.1.2 多自由度结构体系 .....	( 7 )
2.2 结构频响函数的测试与估计 .....	( 9 )
2.2.1 激振方法与选择 .....	( 9 )
2.2.2 正弦稳态激振下频响函数的确定 .....	( 11 )
2.2.3 环境随机激振下频响函数的估计 .....	( 12 )
2.2.4 谱泄漏和频率分辨间隔对频响函数估计的影响 .....	( 15 )
2.3 单自由度结构体系的模态参数识别 .....	( 17 )
2.3.1 幅值法 .....	( 17 )
2.3.2 分量法 .....	( 18 )
2.3.3 导纳圆法 .....	( 19 )
2.4 多自由度结构体系的模态参数识别 .....	( 22 )
2.4.1 多自由度结构模态参数识别方法分类 .....	( 22 )
2.4.2 单模态 SISO 识别法 .....	( 22 )
2.4.3 多模态 SISO 识别法 .....	( 24 )
2.4.4 多模态 SIMO 识别法 .....	( 32 )
2.5 输入未知时结构模态参数的识别 .....	( 33 )
2.5.1 频率的确定 .....	( 34 )
2.5.2 振型的识别及其近似性 .....	( 34 )
<b>第三章 结构模态参数的时域识别法</b> .....	( 40 )
3.1 ITD 法 .....	( 40 )
3.2 STD 法 .....	( 42 )
3.3 Prony 法 .....	( 43 )
3.4 随机减量法 .....	( 45 )
3.5 ARMA 模型法 .....	( 46 )

3.6	优化方法 .....	( 48 )
<b>第四章</b>	<b>结构物理参数的频域识别法( I )——模态转换理论 .....</b>	<b>( 50 )</b>
4.1	方法分类 .....	( 50 )
4.2	参数基准及质量矩阵和振型的修正 .....	( 50 )
4.2.1	参数基准 .....	( 50 )
4.2.2	质量矩阵的修正 .....	( 51 )
4.2.3	振型的扩充 .....	( 51 )
4.2.4	振型的修正 .....	( 52 )
4.3	矩阵型直接识别法 .....	( 54 )
4.3.1	由完全模态识别结构的刚度矩阵 .....	( 54 )
4.3.2	Jacobi 矩阵特征值反问题 .....	( 55 )
4.3.3	实对称带状矩阵特征值反问题 .....	( 58 )
4.4	矩阵型修正识别法 .....	( 62 )
4.4.1	最小修正量法 .....	( 62 )
4.4.2	摄动法 .....	( 63 )
4.4.3	模态约束下实对称矩阵的逼近 .....	( 64 )
4.4.4	矩阵加法和乘法特征值反问题 .....	( 65 )
4.5	参数型直接识别法 .....	( 66 )
4.5.1	Newmark 法 .....	( 66 )
4.5.2	Ibrahim 法 .....	( 68 )
4.6	参数型迭代识别法 .....	( 69 )
4.6.1	雅可比迭代识别法 .....	( 69 )
4.6.2	摄动迭代法 .....	( 74 )
4.6.3	Douglas-Reid 迭代法 .....	( 75 )
4.6.4	线性规划法 .....	( 76 )
<b>第五章</b>	<b>结构物理参数的频域识别法( II )——对象化理论 .....</b>	<b>( 79 )</b>
5.1	悬臂型结构损伤识别的柔度法 .....	( 79 )
5.1.1	弯剪型悬臂离散质量结构的特点 .....	( 79 )
5.1.2	采用柔度法识别结构损伤的原因 .....	( 79 )
5.1.3	损伤模型的建立 .....	( 80 )
5.1.4	纯弯曲型离散质量悬臂结构的损伤参数识别 .....	( 80 )
5.1.5	弯剪型离散质量悬臂结构的损伤参数识别 .....	( 87 )
5.1.6	纯剪切型离散质量悬臂结构的损伤参数识别 .....	( 89 )
5.1.7	悬臂结构损伤识别若干问题的证明与讨论 .....	( 91 )
5.1.8	理论的数例验证 .....	( 93 )
5.1.9	理论的试验验证 .....	( 94 )
5.1.10	柔度法的意义 .....	( 99 )

5.2	框架型结构损伤识别的两阶段法	( 99 )
5.2.1	结构刚度矩阵的凝聚	( 100 )
5.2.2	剪切型框架损伤参数的识别	( 102 )
5.2.3	一般框架型结构的损伤参数识别	( 103 )
5.2.4	算例	( 108 )
5.2.5	影响识别精度因素分析	( 111 )
5.3	框架型结构损伤识别的人工神经网络方法	( 113 )
5.3.1	人工神经网络应用于结构损伤识别的基本原理	( 113 )
5.3.2	BP 网络	( 115 )
5.3.3	基于 BP 网络的多重分步识别方法	( 123 )
5.3.4	数值算例	( 127 )
5.3.5	试验验证	( 132 )
<b>第六章</b>	<b>结构物理参数的时域识别法( I )——经典理论</b>	<b>( 139 )</b>
6.1	结构物理参数的时域识别模型	( 139 )
6.1.1	时域识别原理	( 139 )
6.1.2	时域识别模型	( 140 )
6.2	结构物理参数时域识别的基本准则	( 144 )
6.2.1	识别算法与识别准则	( 144 )
6.2.2	最小二乘准则	( 146 )
6.2.3	极大似然估计准则	( 147 )
6.2.4	预报误差准则	( 148 )
6.3	最小二乘法类系统识别算法	( 148 )
6.3.1	经典最小二乘估计	( 148 )
6.3.2	最小二乘递推算法	( 150 )
6.3.3	遗忘因子算法	( 152 )
6.4	卡尔曼滤波类系统识别算法	( 153 )
6.4.1	结构动力系统状态方程	( 153 )
6.4.2	卡尔曼滤波算法	( 155 )
6.4.3	推广卡尔曼滤波算法	( 158 )
6.4.4	参数卡尔曼滤波算法	( 159 )
6.5	预报误差识别算法	( 161 )
6.5.1	一般方法	( 161 )
6.5.2	考虑残差滤波的算法	( 163 )
<b>第七章</b>	<b>结构物理参数的时域识别法( II )——动力复合反演</b>	<b>( 165 )</b>
7.1	动力复合反演的基本概念	( 165 )
7.2	部分输入未知时的结构物理参数识别	( 166 )
7.2.1	工程背景与识别算法	( 166 )



7.2.2	算法收敛性证明	( 168 )
7.2.3	分析实例	( 169 )
7.3	基底输入未知时的结构物理参数识别	( 173 )
7.3.1	工程背景与识别算法	( 173 )
7.3.2	算法收敛性证明	( 174 )
7.3.3	分析实例	( 177 )
7.4	风荷载未知时的结构物理参数识别	( 179 )
7.4.1	结构风荷载	( 179 )
7.4.2	分组归一化统计平均算法	( 181 )
7.4.3	分析实例	( 182 )
7.5	不完备测量信息的重构	( 185 )
7.5.1	微分算子变换方法	( 185 )
7.5.2	积分算子变换方法	( 187 )
7.5.3	结构转角信息的重构	( 190 )
7.5.4	第二类复合反演问题求解初步	( 192 )
<b>第八章</b>	<b>结构局部激振检测技术</b>	( 196 )
8.1	局部振动中梁柱的固有频率	( 196 )
8.1.1	局部振动中的梁的频率方程	( 196 )
8.1.2	两端弹性转动约束梁的固有频率	( 199 )
8.2	利用固有频率识别梁的抗弯刚度和边界条件	( 204 )
8.2.1	可能性与必要条件	( 205 )
8.2.2	解析法	( 205 )
8.2.3	优化法	( 209 )
8.2.4	识别结果对固有频率误差的敏感性	( 217 )
8.2.5	两端转动约束刚度相同的梁的简化识别方法	( 230 )
8.3	脉冲锤击法识别梁的固有频率	( 231 )
8.4	试验验证	( 236 )
8.4.1	模型结构试验	( 236 )
8.4.2	实际结构试验	( 242 )
8.4.3	试验结论	( 245 )
<b>第九章</b>	<b>结构模态参数和物理参数实测的有关问题</b>	( 248 )
9.1	量测噪声对结构模态参数识别的影响	( 248 )
9.2	模态参数实测工程实测(上海金茂大厦)	( 252 )
9.2.1	工程概况	( 253 )
9.2.2	动力特性测试方案	( 254 )
9.2.3	模态识别结果	( 258 )
9.2.4	识别结果与设计计算结果的对比	( 260 )

---

9.2.5 分析和讨论 .....	( 262 )
9.3 结构损伤参数与模态参数的相关性 .....	( 262 )
9.3.1 悬臂型结构模态参数损伤敏感性研究 .....	( 263 )
9.3.2 剪切型结构模态参数损伤敏感性研究 .....	( 266 )
9.3.3 结论 .....	( 268 )
9.4 结构的综合检测 .....	( 270 )
9.4.1 概述 .....	( 270 )
9.4.2 静态检测系统 .....	( 270 )
9.4.3 综合检测方法 .....	( 273 )
9.4.4 示例 .....	( 275 )
索引 .....	( 281 )

# 第一章 绪 论

## 1.1 工程结构检测的目的与意义

本书所指的工程结构主要为土木工程结构,包括建筑、桥梁、工业塔架及海洋平台等。但本书所介绍的理论原理与方法,本质上适用于一切工程结构,如机械结构。

传统的工程结构可靠性是通过合理的设计、正确的施工来保障的,其前提是结构建成后的实际性态与设计的预定性态一致。然而,要保障这一点是非常困难的,因为影响工程结构的因素很多,其中主要有:

(1) 由于认识水平的限制,结构设计时一些影响工程结构性态的因素尚未完全清楚,如土——结构相互作用。

(2) 由于工程结构体系复杂,目前的结构计算尚无法准确加以考虑。如高层建筑楼板大开孔和非结构构件的影响。有资料表明:由于计算模型或参数不准确,高层建筑计算基本周期与实测值相差可多达3倍以上。

(3) 由于设计错误,造成实际结构与设计预想的偏差。

(4) 由于施工误差或错误,造成实际结构与设计不符。

可见,工程结构的实际性态需通过测试才能准确评判。

另一方面,工程结构的实际性态,还将随结构的使用而改变,导致这种变化的因素有:

(1) 受灾损伤。地震、强风、火灾等均会使工程结构遭到一定程度的损坏,从而造成结构物的原有结构性态发生改变。

(2) 老化。老化将造成结构强度降低、刚度退化,这也可认为是结构的一种损伤。

如何评价灾后受损结构和老化受损结构的残存能力和可靠性,以便对结构能否继续使用和是否需加固作出正确的决策,是当今结构工程研究的新课题。显然,解决这一新课题的前提是对受损结构的实际性态作出正确判断。工程结构检测的主要目的之一,就是确定或估计工程结构的实际性态,进而保障结构的可靠性。

## 1.2 工程结构检测方法

工程结构检测方法总体上可以分为两类,即静态检测方法和动力检测方法。

静态检测方法是通过直接量取结构及构件的尺寸、测量结构材料的强度和弹性模量(通常采用回弹法和取样试验法等手段),进行结构分析以确定结构的工作性能与可靠性水平的方法。目前我国已有的结构可靠性评价及损伤鉴定标准主要依据该方法。

静态检测方法的测量结果直接且较为可靠。但是,由于工程结构(特别是大型工程结构)一般体量大,构件多,且常有隐蔽部分,故对工程结构的所有构件采取静态量测的方式确定其实际性态,除工作量巨大外,常常对于其中的一些结构和构件无法进行量测。因此,静态检测方法存在应用条件限制和工作效率相对较低的缺点。

对于工程结构,容易实现和量测的是结构的动力响应。利用结构的动力响应进行结构性态识别的方法,即为结构动力检测方法。结构动力检测方法可不受结构规模和隐蔽的限制,只要在可达到的结构位置安装动力响应传感器即可。目前高效模块化、数字化的结构动力响应量测技术已为结构动力检测方法提供了坚实有效的技术支持。

结构动力检测方法的基本思想在机械工程中早有应用。例如:振动测试和故障诊断就是机械工程中比较成熟的技术,应用该技术可测试机器的动力参数,并依据机器振动的特征和变异,推断机器故障的部位。然而,工程结构动力检测与机械动力故障诊断两类问题并不完全一致,归纳起来主要有三个方面的差别:①激振源不一样。工程结构一般体量较大,难以像机械结构那样在预想的位置有效施加人为的激振,以获取最能反映结构性态的动力响应;②响应信息不一样。由于激振源的原因,工程结构动力检测所利用的动力响应的信噪比一般较机械动力小;③识别的问题不一样。机械故障诊断主要识别故障位置,而结构损伤识别除需识别结构损伤的位置外,更重要的是还需识别损伤的程度。此外,结构动力检测时经常只能量取结构的部分动力信息,因此如何利用结构的部分动力信息来识别整体结构的性态,也是结构动力检测需要解决的问题。工程结构动力检测因其处理问题的特殊性,有适用于其结构特点的特有方法,而这正是本书重点介绍的内容。

尽管结构动力检测方法应用的条件限制少,效率高,但由于受到结构动力量测信号质量和数量的限制,结构动力检测结果的可靠性有时无法保障。因

此,综合利用结构静态检测和结构动力检测的优点,构建结构综合检测技术,可望是能够提高结构检测的有效性与可靠性的最终途径。对此,本书在最后一节将作专门介绍。

### 1.3 结构动力检测的主要问题

结构动力检测的基本问题是依据结构的动力响应识别结构的当前状态。结构的性态可用结构模态参数(主要为自振频率和振型)和结构物理参数(主要为刚度参数)进行描述。结构的物理参数是结构性态的直观表述,直接反映结构的状态,也是进行结构可靠性评价需要直接应用的参数。结构模态参数也是结构的一个非常重要的性态,反映结构的质量和刚度分布状态,如果结构的模态参数发生变化,也能间接反映结构的物理性态变化。从而可以定性和定量地判别结构状态的改变。因此,结构的动力检测问题可分为结构模态参数识别问题和结构物理参数识别问题。

结构损伤实际上是结构性态的改变,因此结构损伤检测实质上是结构物理参数变化的检测,在检测方法上,结构损伤检测与结构性态检测并无差别,但后者求解的目标是结构当前的性态,而前者求解的目标是结构当前的性态与某一已知参考性态间的变化。

结构损伤检测的基本问题有三个:①判别结构是否有损伤;②判别结构的损伤位置;③判别结构的损伤程度。其中问题①最简单,而问题③最困难。如果同时求解上述三个问题,难度还要加大。在工程实用中,如果能将上述三个问题分解,则可降低问题的求解难度。

与“结构检测”相应的一个概念是“结构监测”。结构监测可理解为了解结构性态随时间的变化,或对结构不同时刻的性态进行检测,因此结构检测是结构监测的基础。

进行结构模态参数识别时,按识别是在频率域进行还是在时间域进行,可将问题分为结构模态参数的频域识别和结构模态参数的时域内识别。而进行结构物理参数识别时,可以按依据的基本数据是结构动力时程响应还是结构模态参数,将问题分为结构物理参数的时域识别和结构物理参数的频域识别。

### 参 考 文 献

- [1] 李国强,李杰,李炳生.高层建筑检测方法、研究与应用,振动、测试与诊断.1998年第2期
- [2] 朱伯龙,陆洲导,吴虎南.房屋结构灾害检测与加固.上海:同济大学出版社,1995
- [3] 张有才.建筑物的检测、鉴定、加固与改造.北京:冶金工业出版社,1997

- [4] 张富春,林志伸,肖良钊,庄秉文. 建筑物的鉴定、加固与改造. 北京:中国建筑工业出版社,1992
- [5] 邸小云,周燕. 旧建筑物的检测、加固与维护. 北京:地震出版社,1998
- [6] 潘景龙. 混凝土结构评定和检测. 哈尔滨:黑龙江科学技术出版社,1997

## 第二章 结构模态参数的频域识别法

结构模态参数的频域识别法,是基于结构传递函数或频率响应函数(简称频响函数)在频域内识别结构的固有频率、阻尼比和振型等模态参数的方法。

### 2.1 结构的传递函数和频响函数

#### 2.1.1 单自由度体系

图 2.1 为一单自由度结构体系,该体系的运动方程为:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = f(t) \quad (2.1)$$

式中,  $m, c, k$  分别为结构的质量、阻尼和刚度;  $f(t)$  为激振力;  $y, \dot{y}, \ddot{y}$  分别为结构的位移、速度和加速度。上式可改写成:

$$m(\ddot{y} + 2\xi\omega_0\dot{y} + \omega_0^2y) = f(t) \quad (2.2)$$

其中:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \xi = \frac{c}{2m\omega_0}$$

$\omega_0$  为结构的固有圆频率;  $\xi$  为结构的临界阻尼比。

对式(2.2)两边进行 Laplace 变换(拉氏变换),得:

$$m(s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2)Y(s) = F(s) \quad (2.3)$$

式中:

$$Y(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}y(t)dt$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}f(t)dt$$

分别为  $y(t), f(t)$  的拉氏变换。

将式(2.3)改写成:

$$Y(s) = H_d(s)F(s) \quad (2.4)$$

式中:

$$H_d(s) = \frac{1}{m(s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2)} \quad (2.5)$$

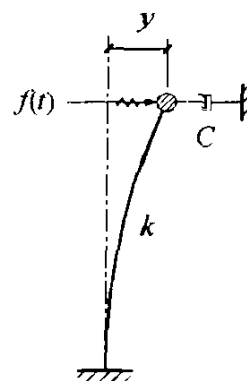


图 2.1 单自由度结构体系

$H_d(s)$ 称为结构的位移传递函数,该函数建立了在复数  $s$  域内结构的位移反应与激励力之间的映射关系。由拉氏变换性质可得,结构初态为静止时(零初始条件)结构速度和加速度的传递函数为:

$$H_v(s) = sH_d(s) = \frac{s}{m(s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2)} \quad (2.6)$$

$$H_a(s) = sH_v(s) = s^2H_d(s) = \frac{s^2}{m(s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2)} \quad (2.7)$$

如果对式(2.2)两边进行 Fourier 变换(傅氏变换),得:

$$m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega)Y(\omega) = F(\omega) \quad (2.8)$$

式中:

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

分别为  $y(t)$ ,  $f(t)$  的傅氏变换;  $j = \sqrt{-1}$  为单位虚数。

将式(2.8)改写为:

$$Y(\omega) = H_d(\omega)F(\omega) \quad (2.9)$$

式中:

$$H_d(\omega) = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega)} \quad (2.10)$$

$H_d(\omega)$ 称为结构的位移频响函数,该函数建立了在频域  $\omega$  内的结构的位移反应与激励力之间的映射关系。

由于傅氏变换是拉氏变换当  $s = j\omega$  时的特例,因此式(2.10)所表达的结构位移频响函数也可以由式(2.5)通过下式求得:

$$H_d(\omega) = H_d(s)|_{s=j\omega} \quad (2.11)$$

同样,结构的速度和加速度的频响函数为:

$$H_v(\omega) = H_v(s)|_{s=j\omega} = \frac{j\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega)} \quad (2.12)$$

$$H_a(\omega) = H_a(s)|_{s=j\omega} = \frac{-\omega^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega)} \quad (2.13)$$

当结构的激励由地面运动  $x(t)$  所引起时,激励力  $f(t) = -m\ddot{x}(t)$ , 此时结构的绝对加速度频响函数为:

$$H_a(\omega) = \frac{F[y + \ddot{x}]}{F[\ddot{x}]} = \frac{F[\ddot{x}] + F[y]}{F[\ddot{x}]}$$



$$= 1 + \frac{-mF[\ddot{y}]}{F[-m\ddot{x}]} = 1 - m \frac{F[\ddot{y}]}{F[f]} \quad (2.14)$$

这里,  $F[\cdot]$  表示对括号中的函数进行傅氏变换。比值  $F[\ddot{y}]/F[f]$  为式(2.13)表达的频响函数, 将其代入得:

$$H_a(\omega) = 1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega_0\omega} \quad (2.15)$$

### 2.1.2 多自由度结构体系

图 2.2 是一典型多自由度结构体系, 该体系的强迫振动方程为:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{f(t)\} \quad (2.16)$$

式中,  $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$  分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵;  $\{f(t)\}$  为激振力向量;  $\{y\}$ ,  $\{\dot{y}\}$ ,  $\{\ddot{y}\}$  分别为结构的位移、速度和加速度反应向量。

对式(2.16)两边进行拉氏变换得:

$$([M]s^2 + [C]s + [K])\{Y(s)\} = \{F(s)\} \quad (2.17)$$

式中,  $\{Y(s)\}$ ,  $\{F(s)\}$  分别为  $\{y(t)\}$ ,  $\{f(t)\}$  的拉氏变换。

由式(2.17)得:

$$\{Y(s)\} = [H_d(s)]\{F(s)\} \quad (2.18)$$

式中,  $[H_d(s)]$  为结构的位移传递函数矩阵:

$$[H_d(s)] = ([M]s^2 + [C]s + [K])^{-1} \quad (2.19)$$

当结构为比例阻尼体系时, 由振型的正交性有<sup>[1,2]</sup>:

$$\text{diag}(M_i) = [\Phi]^T [M] [\Phi] \quad (2.20a)$$

$$\text{diag}(C_i) = [\Phi]^T [C] [\Phi] \quad (2.20b)$$

$$\text{diag}(K_i) = [\Phi]^T [K] [\Phi] \quad (2.20c)$$

式中,  $[\Phi]$  为由结构各阶振型向量  $\{\phi_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 组成的振型矩阵,  $[\Phi] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_N\}]$ ;  $M_i$ ,  $C_i$ ,  $K_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 为结构的  $i$  阶模态质量、模态阻尼和模态刚度;  $\text{diag}(\cdot)$  表示对角矩阵。

由(2.20)各式得:

$$[M] = ([\Phi]^T)^{-1} \text{diag}(M_i) [\Phi]^{-1} \quad (2.21a)$$

$$[C] = ([\Phi]^T)^{-1} \text{diag}(C_i) [\Phi]^{-1} \quad (2.21b)$$

$$[K] = ([\Phi]^T)^{-1} \text{diag}(K_i) [\Phi]^{-1} \quad (2.21c)$$

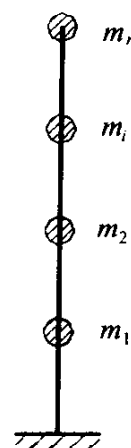


图 2.2 一典型多自由度结构体系