747

O13-44
H78

二十一世纪高等院校标准教材配套辅导

高等数学（上）

——教材习题详解及自测提高题

主　编　黄小英　顾红芳
副主编　刘广彦

北京工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学．上：教材习题详解及自测提高题/黄小英主编．－北京：北京工业大学出版社，2002.10

ISBN 7-5639-1174-X

Ⅰ．高...　Ⅱ．黄...　Ⅲ．高等数学－高等学校－解题　Ⅳ．O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 073935 号

高等数学(上)

——教材习题详解及自测提高题

(配同济四版)

主编　黄小英　顾红芳

*

北京工业大学出版社出版发行

邮编：100022　电话：(010)67392308

各地新华书店经销

亚星印刷厂印刷

*

2002 年 10 月第 1 版　2002 年 10 月第 1 次印刷

850 mm×1 168 mm　32 开　17.125 印张　468 千字

印数：1～5 000

ISBN 7-5639-1174-X/G・660

定价：21.00 元

内容提要

本书对高等学校教材《高等数学》(第四版)全部习题做了详解，是大学工科数学教材的一本辅助性参考书，旨在帮助学生更好地掌握数学的基本概念、基本定理，又在保证教学要求的前提下每章都配置了自测提高题，以扩大习题量，提高教学质量。

本书分上、下两册．上册习题内容包括：函数与极限、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、空间解析几何与向量代数等内容．

该书具有习题量大，题型广泛，推理清楚，解题详细等优点，可供高等工科院校不同专业的学生使用，也可作为考研的参考读物．

前　言

高等数学是高等院校一门非常重要的基础课，为了帮助学生更好地掌握该课程，以便为后续课程打下坚实的数学基础，我们特编写出版了《高等数学——教材习题详解及自测提高题》一书．该题解不仅收录了同济大学《高等数学》第四版的全部习题，而且还精选了大量的、题型广泛又有一定难度技巧的题目附于相应内容的后面作为自测提高题．全书分上、下两册，可供高校师生作为教学参考书，或大学生考研的辅导教材．目前关于高等数学方面的辅导书已有很多的版本，之所以编写出版此书，主要基于以下的一些考虑：

（1）同济大学版《高等数学》，多年来被众多高校选为高等数学教材，该题解应拥有较为庞大的读者群体．

（2）大学课程进度快，信息量大，尤其是高等数学课程，课后有大量的练习题，教师不可能将课后的所有练习题布置给学生，更不会对作业进行全批全改，这就要求学生拥有一套与教材相互匹配的参考书，显见拥有一套该题解是最合适不过了．

（3）尽管大学学习不像中学那样，搞题海战术，但作为高等数学这门课程，多做练习仍不失为一种卓有成效的方法．因而拥有这样一本高质量的教材习题详解无疑对学习高等数学是很有裨益的．

（4）各院校高等数学课程的考试试题均出自试题库，而教材上的习题与试题库中题目的题型往往有较大差距，而本书中自测

题由于题型多样、覆盖面广恰恰能弥补这一差距.

（5）当前大学生考研热方兴未艾，竞争日趋激烈，要求大学生在一年级学习高等数学时就应打好基础，多见识一些题型，而该题解中的自测提高题多选自历年硕士生入学试题，有效地做一些自测提高题将达到这一目的.

（6）数学的应用在教学中往往被忽视．纯粹的理论讲授不结合实际，而显得枯燥无味．据笔者了解，今后的数学教学要加强应用这一环节，因而本题解中适当地补充了一些数学模型的题目，这些题目饶有趣味，既可以调动学生的学习积极性，也符合数学教学的发展趋势.

参加本书编写工作的均为长期工作在高等数学教学一线，具有较为丰富的教学经验，能够追踪考研发展方向的教师．衷心期望本书能为大家在学习高等数学及考研时提供一些帮助.

本书习题丰富，不少自测题难度大，如果认真习做的话，既可以巩固学到的基本概念又可以有效地提高运算能力，特别是有些难题还可以迫使我们学会综合分析的思维方法，正因为如此，我们期望读者，尤其是初学者一定要刻苦钻研，千万不要轻易查抄本书的答案，因为任何削弱独立思考的做法都将违背我们出版此书的初衷，何况所做解答并非一定标准，仅作参考而已，如有某些误解差错也在所难免，一经发现恳请指正，不胜感谢！

编　者

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

目　　录

第一章　函数与极限

第四章　不定积分

一、教材习题详解

二、自测提高题与解答

第五章　定积分

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

二、自测提高题与解答

第一章　函数与极限

一、教材习题详解

习题 1—1

1. 用区间表示变量的变化范围：

(1)　$2 < x \leqslant 6$；　　(2)　$x \geqslant 0$；

(3)　$x^2 < 9$；　　(4)　$|x-3| \leqslant 4$.

解　(1)　$(2,6]$；　　(2)　$[0,+\infty)$；

(3) 因 $-3 < x < 3$，故为$(-3,3)$；

(4) 解得　$-4 \leqslant x-3 \leqslant 4$

故　$-1 \leqslant x \leqslant 7$，$[-1,7]$.

2. 求函数

$$y=\begin{cases}\sin\dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0\end{cases}$$

的定义域和值域．

解　定义域为$(-\infty,+\infty)$；值域为$[-1,1]$.

3. 下列各题中，函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同？为什么？

(1)　$f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg x$；

(2)　$f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$；

(3) $f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}, g(x)=x\sqrt[3]{x-1}$.

解 (1) 因定义域不同，所以函数不同.

(2) 因对应法则不同，$x<0$ 时，$g(x)=-x$，所以函数不同.

(3) 因定义域、对应法则均相同，所以函数相同.

4. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{1}{1-x}$; (2) $y=\sqrt{3x+2}$;

(3) $y=\dfrac{1}{1-x^2}$; (4) $y=\sqrt{x^2-4}$;

(5) $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$; (6) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$;

(7) $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$; (8) $y=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$.

解 (1) 使 $\dfrac{1}{1-x}$ 有意义的 x 应满足 $1-x\neq 0$，所以 $x\neq 1$. 因此定义域为 $(-\infty,1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(2) 由 $3x+2\geqslant 0, x\geqslant -\dfrac{2}{3}$，求得定义域为

$$\left[-\frac{2}{3},+\infty\right).$$

(3) 由 $1-x^2\neq 0, x\neq\pm 1$，求得定义域为

$$(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty).$$

(4) 由 $x^2-4\geqslant 0, |x|\geqslant 2$，求得定义域为

$$(-\infty,-2]\cup[2,+\infty).$$

(5) 由 $1-x^2\neq 0$，且 $x+2\geqslant 0$，解得 $x\neq\pm 1$，且 $x\geqslant -2$，因此所求函数的定义域为

$$[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty).$$

(6) 由 $x\neq 0$ 且 $1-x^2\geqslant 0$，得 $x\neq 0$ 且 $|x|\leqslant 1$，因此定义域为

$$[-1,0)\cup(0,1].$$

(7) $4-x^2>0, |x|<2$，求得定义域为 $(-2,2)$.

(8) $x^2-3x+2\neq 0$，且 $x\neq 2$. 因此定义域为

$$(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty).$$

5. 用描点法作出函数 $y=\dfrac{1}{x^2}$ 的图形 .

解 （略）

6. 设 $f(x)=\sqrt{4+x^2}$,求下列函数值：

$f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$, $f\left(\dfrac{1}{a}\right)$, $f(x_0)$, $f(x_0+h)$.

解 $f(0)=\sqrt{4+0}=2$; $\quad f(1)=\sqrt{4+1^2}=\sqrt{5}$;

$$f(-1)=\sqrt{4+(-1)^2}=\sqrt{5};$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right)=\sqrt{4+\frac{1}{a^2}}=\frac{1}{|a|}\sqrt{4a^2+1};$$

$$f(x_0)=\sqrt{4+x_0^2};$$

$$f(x_0+h)=\sqrt{4+(x_0+h)^2}.$$

7. 若 $f(t)=2t^2+\dfrac{2}{t^2}+\dfrac{5}{t}+5t$,证明 $f(t)=f\left(\dfrac{1}{t}\right)$.

证明 $$f\left(\frac{1}{t}\right)=2\left(\frac{1}{t}\right)^2+\frac{2}{\left(\frac{1}{t}\right)^2}+\frac{5}{\frac{1}{t}}+5\,\frac{1}{t}$$

$$=2t^2+\frac{2}{t^2}+\frac{5}{t}+5t=f(t)$$

8. 设 $$\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x| & |x|<\dfrac{\pi}{3}\\ 0 & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$$

求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$, $\varphi\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$, $\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$, $\varphi(-2)$,并作出函数 $y=\varphi(x)$ 函数的图形 .

解 $$\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\frac{\pi}{6}\right|=\frac{1}{2}.$$

$$\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\frac{\pi}{4}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

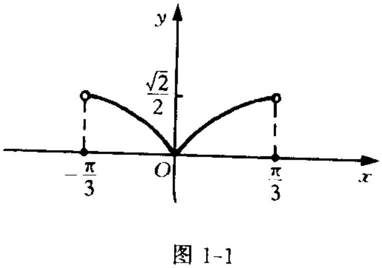

图 1-1

$\varphi(-2)=0.$

$y=\varphi(x)$ 的图形如图 1-1.

9. 下列函数中哪些是偶函数,哪些是奇函数,哪些既非奇函数又非偶函数?

(1) $y=x^2(1-x^2)$;　　(2) $y=3x^2-x^3$;

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$;　　(4) $y=x(x-1)(x+1)$;

(5) $y=\sin x-\cos x+1$;　　(6) $\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$.

解 (1) 因
$$f(-x)=(-x)^2[1-(-x)^2]=x^2(1-x^2)=f(x)$$

故此函数为偶函数.

(2) 因
$$f(-x)=3(-x)^2-(-x)^3=3x^2+x^3\neq\pm f(x)$$

故此函数既非奇函数又非偶函数.

(3) 因
$$f(-x)=\frac{1-(-x)^2}{1+(-x)^2}=\frac{1-x^2}{1+x^2}=f(x)$$

故此函数为偶函数.

(4) 因
$$f(-x)=(-x)[(-x)-1][(-x)+1]=-x(x-1)(x+1)=-f(x)$$

故此函数为奇函数.

(5) 因
$$f(-x)=\sin(-x)-\cos(-x)+1=-\sin x-\cos x+1\neq\pm f(x)$$

故此函数既非奇函数又非偶函数.

(6) 因
$$f(-x)=\frac{a^{(-x)}+a^{-(-x)}}{2}=\frac{a^x+a^{-x}}{2}=f(x)$$

故此函数为偶函数.

10. 设 $f(x)=2x^2+6x-3$，求 $\varphi(x)=\frac{1}{2}[f(x)+f(-x)]$ 及 $\psi(x)=\frac{1}{2}[f(x)-f(-x)]$，并指出 $\varphi(x)$ 及 $\psi(x)$ 中哪个是奇函数？哪个是偶函数？

解 $\varphi(x)=\frac{1}{2}[2x^2+6x-3+2x^2-6x-3]=2x^2-3$

$\varphi(x)$ 是偶函数；

$$\psi(x)=\frac{1}{2}[2x^2+6x-3-2x^2+6x+3]=6x$$

$\psi(x)$ 是奇函数．

11. 设下面所考虑的函数都是定义域在对称区间 $(-l,l)$ 上的．证明：

(1) 两个偶函数的和是偶函数，两个奇函数的和是奇函数；

(2) 两个偶函数的积是偶函数，两个奇函数和积是偶函数，偶函数与奇函数的积是奇函数；

(3) 定义在对称区间 $(-l,l)$ 上的任意函数可表示为一个奇函数与一个偶函数的和．

证明 (1) 设 $f_1(x)$、$f_2(x)$ 均为偶函数，令 $F(x)=f_1(x)+f_2(x)$．

因 $$F(-x)=f_1(-x)+f_2(-x)=f_1(x)+f_2(x)=F(x)$$

故 $F(x)$ 为偶函数．

设 $g_1(x)$，$g_2(x)$ 均为奇函数，令 $G(x)=g_1(x)+g_2(x)$．

因 $$G(-x)=g_1(-x)+g_2(-x)=-g_1(x)-g_2(x)=-G(x)$$

故 $G(x)$ 为奇函数．

(2) 设 $f_1(x)$，$f_2(x)$ 均为偶函数，令 $F(x)=f_1(x)\cdot f_2(x)$．

因 $$F(-x)=f_1(-x)\cdot f_2(-x)=f_1(x)\cdot f_2(x)=F(x)$$

故 $F(x)$ 为偶函数．

设 $g_1(x)$，$g_2(x)$ 为奇函数，令 $G(x)=g_1(x)g_2(x)$．

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com