

小学数学课外活动· 数学竞赛专题辅导

北京市教育局教学研究部师范理科教研室 编

2



北京师范大学出版社

小学数学课外活动专题辅导 数学竞赛

第二分册

北京市教育局教学研究部
师范理科教研室 编

北京师范大学出版社

(京)新登字160号

小学数学 课外活动 专题辅导
数学竞赛

第二分册

北京市教育局教学研究部 编
师范理科教研室

北京师范大学出版社出版发行
全国新华书店经销
北京师范大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 7.25 字数: 150千
1991年11月 第1版 1991年11月第1次印刷
印数: 1—11 000

ISBN7-303-01277-x/G·763

定价: 2.90元

前 言

近几年来，各种级别的小学数学竞赛，在全国广泛开展起来，这是一件从小就培养我国数学人材的大好事。但是能参加小学数学竞赛的学生，毕竟只是少数，为了激发更多小学生的数学学习兴趣，扩大小学生的数学知识领域，许多小学校都在积极组织开展数学课外活动，这种数学课外活动涉及的数学知识内容，远远超过了小学数学竞赛所包含的知识内容，组织开展小学数学课外活动，不仅能激发小学生数学学习的积极性，增长知识发展智力，而且能培养更多素质好的小学数学竞赛选手，这对于提高我国全民族数学素质，将产生重大影响。为了适应小学组织开展数学课外活动和辅导数学竞赛的需要，我们组织编写了这套丛书，我们相信小学高年级的同学，在教师指导下，完全可以读懂书中的知识内容和完成书中的练习。

本丛书在编写上有以下特点：

一、为了使本丛书成为小学生参加数学课外活动和参加数学竞赛的学习材料，编写中力求文字通俗易懂、生动且具有趣味性。为了直观形象地表达知识内容：书中有相当数量的插图，在每本的最后还附了一部分数学趣味题，对于每个专题的练习和书后的趣味题都提供了解答或提示，本丛书也可以作为初中学生的课外读物。

二、 为便于教师辅导使用，本书按专题编写，每个专题，除详细介绍知识内容，有的还配备了典型例题及练习，本书也适合小学生的家长辅导自己的子女使用。

三、 本丛书共包括36个专题，其中多数专题属于课外活动辅导内容，部分专题属于小学数学竞赛辅导内容，可以为参加数学竞赛的小学同学，提供必要的知识和方法。

参加本书编写工作的有于金海、[REDACTED]、王进明、牛志英、付志良、朱景嫒、张存、张晓纹、张卡宁、李卓奇、陈起新、李勋良、金成樑、杨钧洪、武锡志、柳艾荣、胥森林、黄文选、梁楚材老师，这些老师都是多年从事中师数学教学和教研工作的老师，他们非常关心小学同学的数学学习；参加本书插图工作的有朱德友、陈景国老师。[REDACTED]、[REDACTED]、[REDACTED]由北京市教育局教学研究部主任曹福海同志审阅。全书的编写工作，得到了北京师范大学钟善基教授的关心和指导。我们对参加本书工作的所有同志，表示深切的谢意。

我们是初次编写这种书，如有不当之处，请批评指正。

北京市教育局教学研
究部师范理科教研室

1990年11月

目 录

哪个数字最大

——小学生也要学点逻辑知识..... (1)

不完全商是不是商

——逻辑中的概念问题 (17)

我知道你手里藏的是什么数

——逻辑中的判断和推理..... (49)

为什么自然数没有最大的

——逻辑中的证明..... (81)

怎样运用抽屉原理解题..... (91)

解题中“1”的妙用..... (103)

用逻辑推理方法解智力题..... (131)

框圈在解题中的应用..... (143)

有趣的几种数列..... (161)

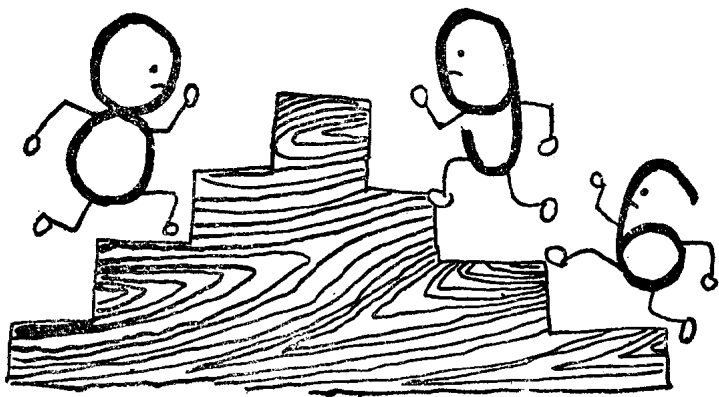
专题辅导中练习的解答..... (184)

数学趣味题及竞赛题选编..... (195)

数学趣味题及竞赛题选编的解答..... (208)

哪个数字最大

——小学生也要学点逻辑知识



开学的第一天

左娅和苏明又度过了一个丰富多采的暑假，小学阶段的学习生活，只剩下最后一年了。

一个秋高气爽的早晨，他们背着崭新的书包，迎着灿烂的朝霞，跨进了学校的大门。许多一年级的新同学，在他们父母的带领下，也兴高采烈地来上学了。看到这些小朋友，他们似乎感到：经过一个夏天，确实长大了不少啊！

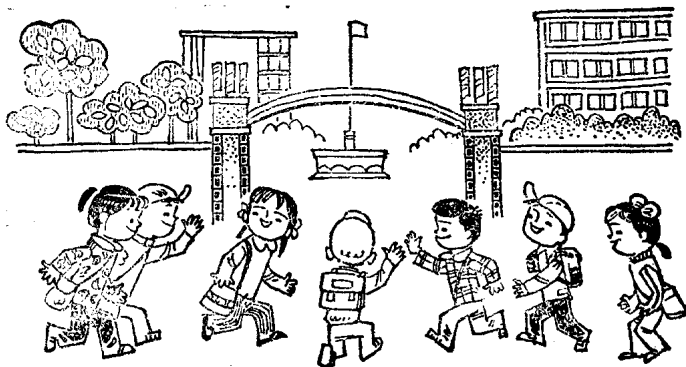


图 1-1

远远望去，“欢迎你，新同学”的大型横幅，展现在红花绿叶之中，在这优美而宁静的校园里，他们的心情却很不平静。

新的学习生活开始了！他们将面临更广阔的知识海洋。一切都将是那样的新鲜、有趣、和引人入胜。

哪个数字最大？

新的学年开始了！各门学科的墙报栏都焕然一新。
突然，一行醒目的标题映入眼帘。

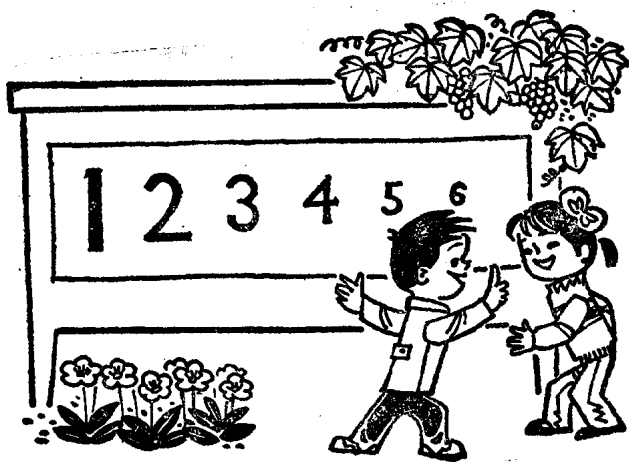


图 1-2

苏明：“哪个数最大？当然是 6 最大啰！”

左娅：“不对，数字 1 最大。”

苏明：“别开玩笑！谁不知道 $1 < 6$ ？每个星期上 6 天课，休息 1 天，你能说休息的天数比上课的天数还多？”

左娅：“谁跟你开玩笑！你跟你弟弟站在一起，你说谁高？墙报上不是问哪个数最大，而是问哪个数字最大。
‘数’和‘数字’是一回事吗？”

苏明：“当然不是一回事。（再看墙报）啊！原来不是

问哪个数最大。

“这道题出得真好，可以帮助我们分清数和数字这两个不同的概念。”

墙报上这篇文章的末尾写道：

“表示数的符号叫做数字。数字并不是数，而只是一种符号；数是数字所表达的内容，而不是数字本身。它们是两个不同的概念，分不清这两个概念，就可能作出错误的判断。”

谁说“这本书读不完”

两个不同的概念，有时甚至可以用同一个词语来表达。如果我们分不清楚，就可能得出错误的结论。例如，

科普读物是读不完的

这本书是科普读物

所以，这本书是读不完的

哪有一本读不完的书呢？为什么这个推理由正确的前提却推出了错误的结论？

有一门研究思维的科学，叫做“逻辑学”。逻辑学告诉我们：这里之所以推出了错误的结论，就因为前两句话中的词语“科普读物”表示两个不同的概念。在第一句话里，它表示所有科普读物的整体，是一个集合概念；在第二句话里，表示科普读物这样的一类图书，是一个普遍概念。

有关概念的逻辑知识，对于学习数学以及其它学科，都是必须具备的。

不是少先队员，要不要遵守纪律

没有学过逻辑学的人，往往凭常识思考，说话和造句。在多数场合下，“常识”可以帮助我们遵守逻辑规则，避免逻辑错误。例如，下面的两个推理是否正确，我们不难根据常识加以判定：

有些学生是运动员

所以，有些运动员是学生

任何老虎都是食肉的

所以，任何食肉的都是老虎

显然，后一个推理是错误的。因为它由正确的前提推出了错误的结论。例如，我们都是吃肉的，但谁能说我们是老虎呢？

再举两个例子：

青年学生都应该建立革命的理想

我是青年学生

所以，我应该建立革命的理想

少先队员应该遵守纪律

我不是少先队员

所以，我不应该遵守纪律

请问，谁说过：不是少先队员，就不应该遵守纪律呢？

不过，如果仅仅根据常识，而没有系统的逻辑知识，那

么我们虽然一般能做到正确思考，但终究不能保证不犯逻辑错误。有时，虽然感觉到自己犯了逻辑错误，但不知道错在哪里，更不知道如何改正。

例如，知道了 $\triangle ABC$ 是锐角三角形，就可以断定 $\angle C$ 是锐角。如果知道 $\triangle ABC$ 是直角三角形，那么我们能不能断定 $\angle C$ 是直角呢？

又如，知道了 $a = b$ 和 $b = c$ ，就可以断定 $a = c$ 。那么，知道 $a \neq b$ 和 $b \neq c$ ，能不能断定 $a \neq c$ 呢？

像这样的问题在学习数学的过程中常常会遇到。要把这些问题弄懂、弄通，达到透彻地理解，非得掌握一些有关判断的知识不可。

如果罗素是罗马教皇，那么 $2 = 1$

下面的例子也能说明，单凭常识并不总是可靠的。

英国著名的数学家和逻辑学家罗素（1872—1970），有一次在别人的要求下写了一个“证明”。这个证明从“罗素是罗马教皇”推出了“ $2 = 1$ ”。他的证明是这样的：

“如果我是罗马教皇，
那么罗马教皇和我是1个人；
因为我不是罗马教皇，
所以罗马教皇和我是2个人。
因此， $2 = 1$ 。”

于是，就证明了“如果罗素是罗马教皇，那么 $2 = 1$ ”这样一个判断。这个“奇特的”证明是无法凭常识来理解的。有些人曾经把它叫做“悖（bèi）论”，即似是而非、难辨真

假的议论，但它实际上并不是悖论。在真正的悖论中，都包含有用普遍的逻辑方法不能清除的矛盾。而在罗素的这个证明中并不包含这样的矛盾。从逻辑学来看，这个证明是无可非议的。

罗素的证明反映了逻辑学中的这样一个原理：从两个互相矛盾的判断出发，可以推出任何判断。而在上述证明中，实际上应用了如下两个判断作为推理的前提：

“罗素是罗马教皇；”

“罗素不是罗马教皇。”

从这两个互相矛盾的判断出发，推出了“ $2=1$ ”是不足为奇的。

至于真正的悖论，我们将在后面看到。

是不是“物体愈重，落得愈快”

为了进一步说明学习和掌握逻辑知识的重要，我们再举一个例子，这个事例充分显示了逻辑思维的巨大威力。

16世纪以前，在人们中，甚至在学者中，流传着这样一种错误观点：认为物体自由落下的快慢是由它的重量决定的，物体愈重，落得愈快。这种传统的错误观点长期以来迷惑了许许多多的人，直到16世纪，才被意大利物理学家和天文学家伽俐略（1564—1642）所纠正。他在意大利比萨地方的斜塔上，做了有名的自由落体试验。试验时将两个分别重一磅和十磅的铅球从斜塔上同时自由落下，让在场的人亲眼看看，这两个铅球是不是同时落到地面。

这位伟大学者的思维的确非常精明。他曾经说过：“我

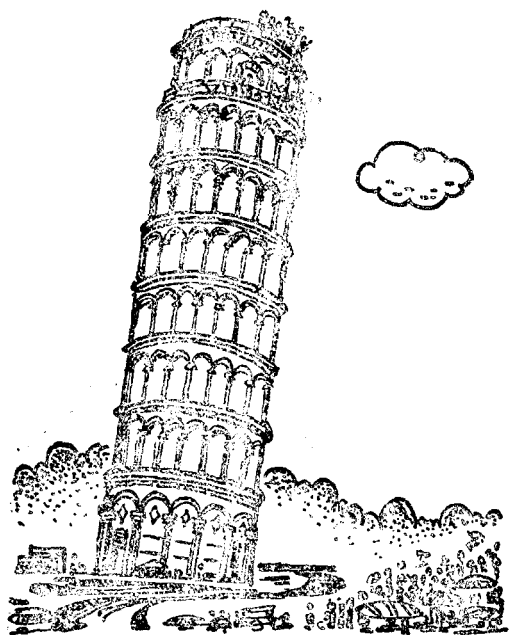


图 1-3

们用不着做实验，只要用简单而令人信服的逻辑推理，就可以明确指出传统观点是错误的。假设有两个重量不同的物体 A 、 B ，它们的重量分别是 P_1 、 P_2 ($P_1 < P_2$)，各自落下时，某一时刻的速度分别是 v_1 、 v_2 。根据“物体愈重，落得愈快，”可以得出 $v_1 < v_2$ 。(图1-4)，如果把它们联在一起，则落得快的将往前拉落得慢的，落得慢的将往后拖落得快的。结果，它们的共同速度 v 将大于 v_1 ，并且小于 v_2 。即有

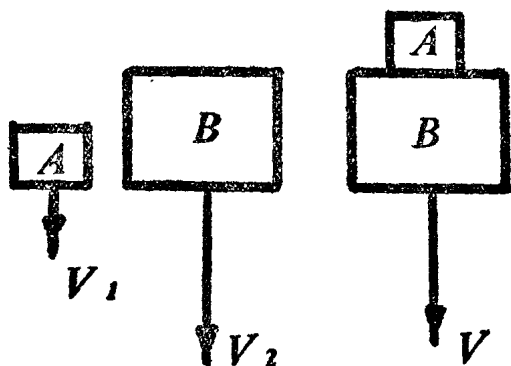


图 1-4

$$V < V_2。$$

从另一方面看，这两个物体联成了一个比 B 更重的物体，根据“物体愈重，落得愈快”，它的下落速度应该大于 B 的下落速度，即

$$V > V_2。$$

于是，我们根据“物体愈重，落得愈快”，得出了两个互相矛盾的结论： $V < V_2$ 和 $V > V_2$ 。矛盾的得出表明：“物体愈重，落得愈快”这一论断是错误的。

当然，自由落体问题现在已经完全解决了，我们已经弄清楚，任何物体在真空中落下的速度是完全一样的。重量不同的物体在空气里落下时速度之所以稍有不同，是因为受到空气阻力影响的结果。

思维竞赛的一个例子

为了比较谁跑得最快，可以让他们同时出发，跑完一定的路程，看谁最先跑到终点。

同样，为了比较思维能力的高低，我们也可以出一些逻辑问题，让他们去思考，看谁最先得出正确的结论。下面就是一个例子。

假设我们需要比较甲、乙两人的思维能力，可以这样对他们说：“现在有两朵红花与一朵白花，从中取出两朵，在你们每人的头上各戴一朵。你们能看到别人头上的，但看不见自己头上的，你们能说出自己头上戴的是什么颜色的花吗？”然后，就把两朵红花分别戴到这两个人的头上，而把另一朵白花藏好。

这时，可能有一个人这样想：“他头上戴的是红花，因此将剩下一朵红花和一朵白花。那么我头戴的到底是哪一种花呢？”从而难以作出结论。

如果另一个人的思维能力比较强，并且能按如下思路考虑，那么他就能作出肯定的结论。

“如果我戴的是白花，那么对方将毫无困难地立即断定他自己戴的是红花，因为唯一的一朵白花已经戴在我的头上了。但对方并没有立即作出判断，因此我戴的决不是白花，所以必定是红花。”

运用类似的办法，可以让甲、乙、丙三人进行思维竞赛。这时，可以告诉他们：“现在有三朵红花和两朵白花，从中取出三朵，在你们每人的头上各戴一朵。你们能看到别